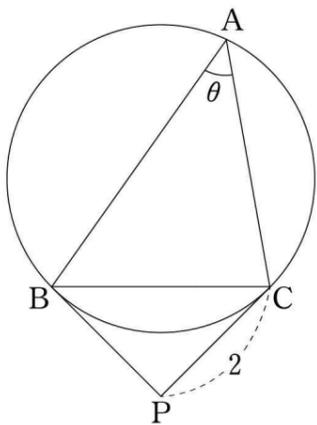


# 수학 영역

1. 그림과 같이  $\angle BAC = \theta$ 인 삼각형 ABC에 외접하는 원에 대하여 원 밖의 한 점 P에서 원에 그은 두 접선의 접점을 각각 B, C라 할 때,  $\overline{PC} = 2$ 이다. 삼각형 ABC의 외접원의 넓이를  $f(\theta)$ , 삼각형 PBC의 넓이를  $g(\theta)$ 라 할 때,

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta) \times \theta^3}{g(\theta)}$ 의 값은? [4점]



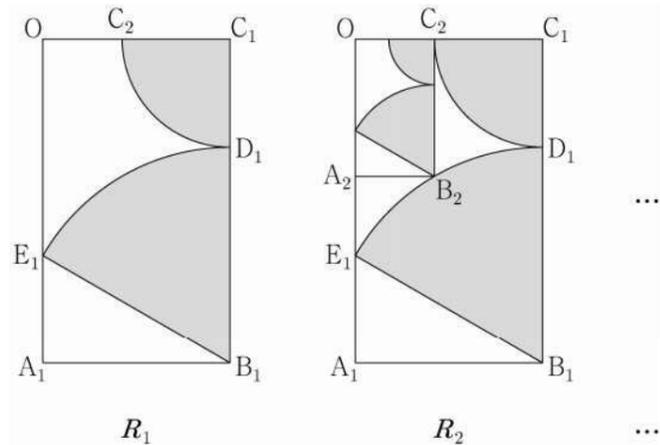
- ①  $\pi$
- ②  $2\pi$
- ③  $3\pi$
- ④  $4\pi$
- ⑤  $5\pi$

[2022학년도 주예지T X MENTOR 모의평가 1회 미적분 28번]

2. 그림과 같이  $\overline{OA_1} = \sqrt{3}$ ,  $\overline{OC_1} = 1$ 인 직사각형  $OA_1B_1C_1$ 이 있다. 선분  $B_1C_1$  위의  $\overline{B_1D_1} = 2\overline{C_1D_1}$ 인 점  $D_1$ 에 대하여 중심이  $B_1$ 이고 반지름의 길이가  $\overline{B_1D_1}$ 인 원과 선분  $OA_1$ 의 교점을  $E_1$ , 중심이  $C_1$ 이고 반지름의 길이가  $\overline{C_1D_1}$ 인 원과 선분  $OC_1$ 의 교점을  $C_2$ 라 하자. 부채꼴  $B_1D_1E_1$ 의 내부와 부채꼴  $C_1C_2D_1$ 의 내부로 이루어진  $\sphericalangle$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 선분  $OA_1$  위의 점  $A_2$ , 호  $D_1E_1$  위의 점  $B_2$ 와 점  $C_2$ , 점  $O$ 를 꼭짓점으로 하는 직사각형  $OA_2B_2C_2$ 를 그리고, 그림  $R_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로 직사각형  $OA_2B_2C_2$ 에  $\sphericalangle$  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



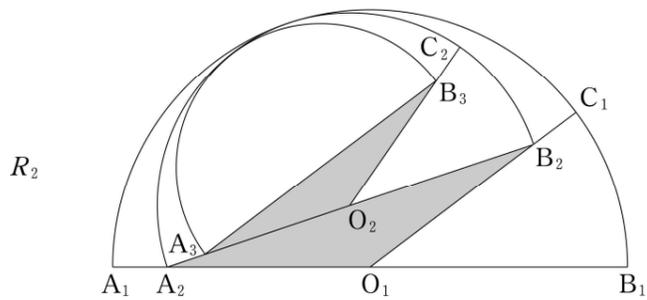
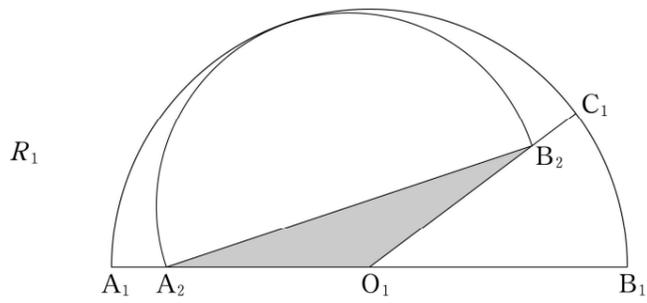
- ①  $\frac{5+2\sqrt{3}}{12}\pi$
- ②  $\frac{2+\sqrt{3}}{6}\pi$
- ③  $\frac{3+2\sqrt{3}}{12}\pi$
- ④  $\frac{1+\sqrt{3}}{6}\pi$
- ⑤  $\frac{1+2\sqrt{3}}{12}\pi$

[2022학년도 대학수학능력시험 예시문항 미적분 26번]

3. 그림과 같이 길이가 2인 선분  $A_1B_1$ 의 중점을  $O_1$ 이라 하고 선분  $A_1B_1$ 을 지름으로 하는 반원 위에  $\cos(\angle C_1O_1B_1) = \frac{4}{5}$ 를 만족시키는 점  $C_1$ 이 있다. 선분  $O_1A_1$  위의 점  $A_2$ 와 선분  $O_1C_1$  위의 점  $B_2$ 를  $\overline{O_1A_2} = \overline{O_1B_2}$ 가 되도록 잡을 때, 선분  $A_2B_2$ 를 지름으로 하는 반원이 선분  $A_1B_1$ 을 지름으로 하는 반원과 접한다. 삼각형  $O_1A_2B_2$ 를 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 선분  $A_2B_2$ 의 중점을  $O_2$ 라 하고 선분  $A_2B_2$ 를 지름으로 하는 반원 위에  $\cos(\angle C_2O_2B_2) = \frac{4}{5}$ 를 만족시키는 점  $C_2$ 가 있다. 선분  $O_2A_2$  위의 점  $A_3$ 과 선분  $O_2C_2$  위의 점  $B_3$ 을  $\overline{O_2A_3} = \overline{O_2B_3}$ 이 되도록 잡을 때, 선분  $A_3B_3$ 을 지름으로 하는 반원이 선분  $A_2B_2$ 를 지름으로 하는 반원과 접한다. 삼각형  $O_2A_3B_3$ 을 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



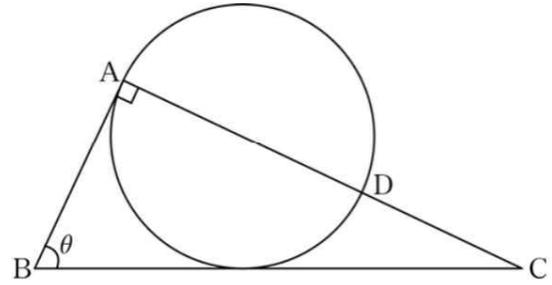
- ①  $\frac{2}{7}$
- ②  $\frac{3}{7}$
- ③  $\frac{4}{7}$
- ④  $\frac{5}{7}$
- ⑤  $\frac{6}{7}$

[2022학년도 주예지T X MENTOR 모의평가 3회 미적분 27번]

4. 그림과 같이  $\overline{BC} = 1$ ,  $\angle A = \frac{\pi}{2}$ ,  $\angle B = \theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ )인

삼각형  $ABC$ 가 있다. 선분  $AC$  위의 점  $D$ 에 대하여 선분  $AD$ 를 지름으로 하는 원이 선분  $BC$ 와 접할 때,

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\overline{CD}}{\theta^3} = k$ 라 하자.  $100k$ 의 값을 구하시오. [4점]

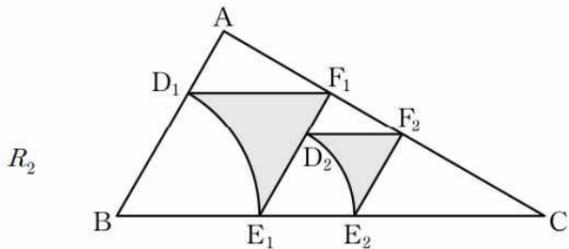
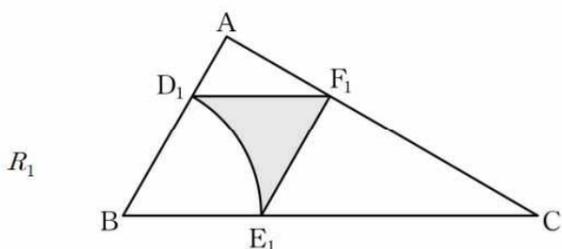


[2016학년도 10월 고3 전국연합학력평가 가형 28번]

5. 그림과 같이  $\overline{AB}=2$ ,  $\overline{BC}=4$ 이고  $\angle ABC=60^\circ$ 인 삼각형  $ABC$ 가 있다. 사각형  $D_1BE_1F_1$ 이 마름모가 되도록 세 선분  $AB$ ,  $BC$ ,  $CA$  위에 각각 점  $D_1$ ,  $E_1$ ,  $F_1$ 을 잡고, 마름모  $D_1BE_1F_1$ 의 내부와 중심이  $B$ 인 부채꼴  $BE_1D_1$ 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 사각형  $D_2E_1E_2F_2$ 가 마름모가 되도록 세 선분  $F_1E_1$ ,  $E_1C$ ,  $CF_1$  위에 각각 점  $D_2$ ,  $E_2$ ,  $F_2$ 를 잡고, 마름모  $D_2E_1E_2F_2$ 의 내부와 중심이  $E_1$ 인 부채꼴  $E_1E_2D_2$ 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



⋮ ⋮

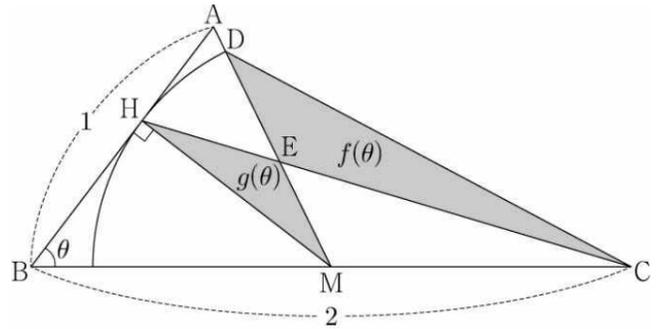
- ①  $\frac{4(3\sqrt{3}-\pi)}{15}$       ②  $\frac{4(3\sqrt{3}-\pi)}{9}$       ③  $\frac{8(3\sqrt{3}-\pi)}{15}$
- ④  $\frac{2(3\sqrt{3}-\pi)}{3}$       ⑤  $\frac{8(3\sqrt{3}-\pi)}{9}$

[2019학년도 10월 고3 전국연합학력평가 나형 19번]

6. 그림과 같이  $\overline{AB}=1$ ,  $\overline{BC}=2$ 인 두 선분  $AB$ ,  $BC$ 에 대하여 선분  $BC$ 의 중점을  $M$ , 점  $M$ 에서 선분  $AB$ 에 내린 수선의 발을  $H$ 라 하자. 중심이  $M$ 이고 반지름의 길이가  $\overline{MH}$ 인 원이 선분  $AM$ 과 만나는 점을  $D$ , 선분  $HC$ 가 선분  $DM$ 과 만나는 점을  $E$ 라 하자.  $\angle ABC=\theta$ 라 할 때, 삼각형  $CDE$ 의 넓이를  $f(\theta)$ , 삼각형  $MEH$ 의 넓이를  $g(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow \infty} \frac{f(\theta)-g(\theta)}{\theta^3} = a$  일 때,  $80a$ 의 값을 구하시오.

(단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) [4점]



[2021학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 가형 28번]

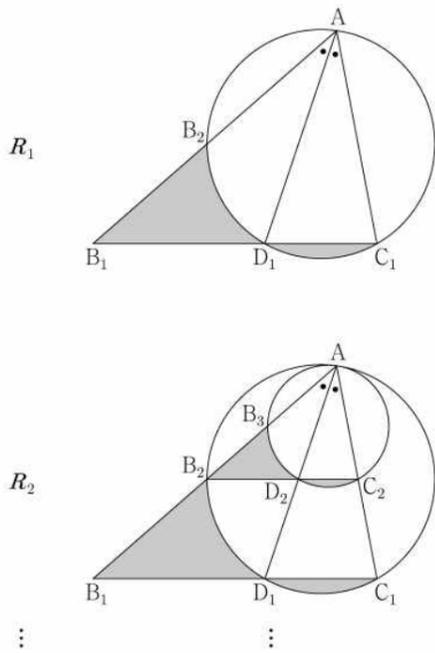
7. 그림과 같이  $\overline{AB_1}=3$ ,  $\overline{AC_1}=2$ 이고  $\angle B_1AC_1=\frac{\pi}{3}$ 인

삼각형  $AB_1C_1$ 이 있다.  $\angle B_1AC_1$ 의 이등분선이 선분  $B_1C_1$ 과 만나는 점을  $D_1$ , 세 점  $A, D_1, C_1$ 을 지나는 원이 선분  $AB_1$ 과 만나는 점 중  $A$ 가 아닌 점을  $B_2$ 라 할 때, 두 선분  $B_1B_2$ ,  $B_1D_1$ 과 호  $B_2D_1$ 로 둘러싸인 부분과 선분  $C_1D_1$ 과 호  $C_1D_1$ 로 둘러싸인 부분인  $\frown$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 점  $B_2$ 를 지나고 직선  $B_1C_1$ 에 평행한 직선이 두 선분  $AD_1, AC_1$ 과 만나는 점을 각각  $D_2, C_2$ 라 하자.

세 점  $A, D_2, C_2$ 를 지나는 원이 선분  $AB_2$ 와 만나는 점 중  $A$ 가 아닌 점을  $B_3$ 이라 할 때, 두 선분  $B_2B_3, B_2D_2$ 와 호  $B_3D_2$ 로 둘러싸인 부분과 선분  $C_2D_2$ 와 호  $C_2D_2$ 로 둘러싸인 부분인  $\frown$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



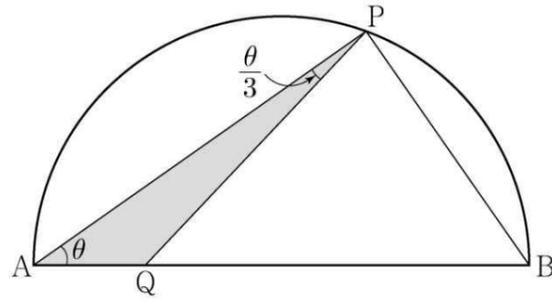
- ①  $\frac{27\sqrt{3}}{46}$
- ②  $\frac{15\sqrt{3}}{23}$
- ③  $\frac{33\sqrt{3}}{46}$
- ④  $\frac{18\sqrt{3}}{23}$
- ⑤  $\frac{39\sqrt{3}}{46}$

[2021학년도 대학수학능력시험 모의평가 6월 가형 20번]

8. 그림과 같이 길이가 2인 선분  $AB$ 를 지름으로 하는 반원의 호 위에 점  $P$ 가 있고, 선분  $AB$  위에 점  $Q$ 가 있다.

$\angle PAB=\theta$ 이고  $\angle APQ=\frac{\theta}{3}$ 일 때, 삼각형  $PAQ$ 의 넓이를  $S(\theta)$ , 선분  $PB$ 의 길이를  $l(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{l(\theta)}$ 의 값은?

(단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ) [4점]



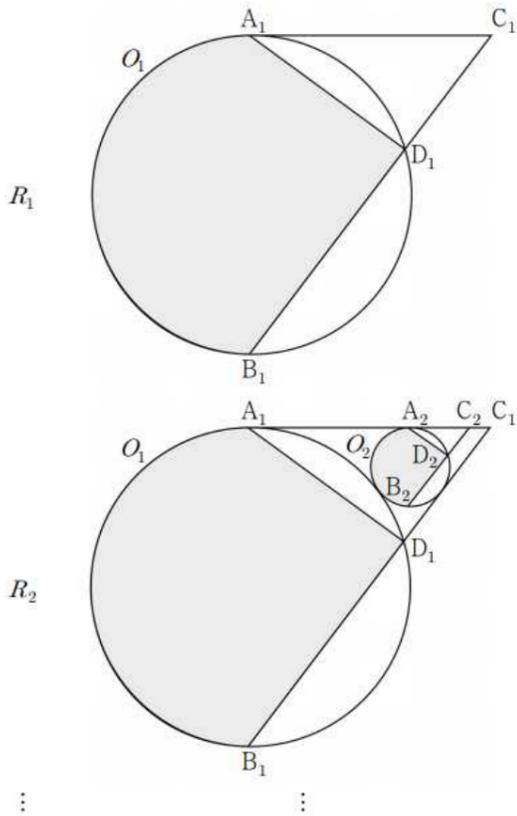
- ①  $\frac{1}{12}$
- ②  $\frac{1}{6}$
- ③  $\frac{1}{4}$
- ④  $\frac{1}{3}$
- ⑤  $\frac{5}{12}$

[2022학년도 대학수학능력시험 예시문항 미적분 28번]

9. 그림과 같이 길이가 4인 선분  $A_1B_1$ 을 지름으로 하는 원  $O_1$ 이 있다. 원  $O_1$ 의 외부에  $\angle B_1A_1C_1 = \frac{\pi}{2}$ ,  $\overline{A_1B_1} : \overline{A_1C_1} = 4 : 3$ 이 되도록 점  $C_1$ 을 잡고 두 선분  $A_1C_1$ ,  $B_1C_1$ 을 그린다. 원  $O_1$ 과 선분  $B_1C_1$ 의 교점 중  $B_1$ 이 아닌 점을  $D_1$ 이라 하고, 점  $D_1$ 을 포함하지 않는 호  $A_1B_1$ 과 두 선분  $A_1D_1$ ,  $B_1D_1$ 로 둘러싸인 부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 호  $A_1D_1$ 과 두 선분  $A_1C_1$ ,  $C_1D_1$ 에 동시에 접하는 원  $O_2$ 를 그리고 선분  $A_1C_1$ 과 원  $O_2$ 의 교점을  $A_2$ , 점  $A_2$ 를 지나고 직선  $A_1B_1$ 과 평행한 직선이 원  $O_2$ 와 만나는 점 중  $A_2$ 가 아닌 점을  $B_2$ 라 하자. 그림  $R_1$ 에서 얻은 것과 같은 방법으로 두 점  $C_2$ ,  $D_2$ 를 잡고, 점  $D_2$ 를 포함하지 않는 호  $A_2B_2$ 와 두 선분  $A_2D_2$ ,  $B_2D_2$ 로 둘러싸인 부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



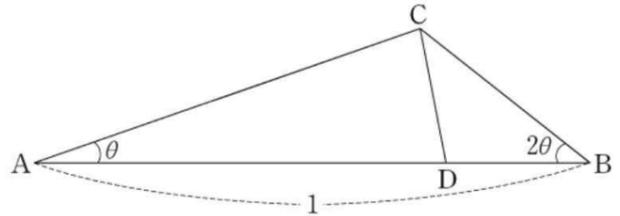
- ①  $\frac{32}{15}\pi + \frac{256}{125}$       ②  $\frac{9}{4}\pi + \frac{54}{25}$       ③  $\frac{32}{15}\pi + \frac{512}{125}$
- ④  $\frac{9}{4}\pi + \frac{108}{25}$       ⑤  $\frac{8}{3}\pi + \frac{128}{25}$

[2021학년도 4월 고3 전국연합학력평가 미적분 28번]

10. 삼각형 ABC에서  $\overline{AB}=1$ 이고  $\angle A = \theta$ ,  $\angle B = 2\theta$ 이다. 변 AB 위의 점 D를  $\angle ACD = 2\angle BCD$ 가 되도록 잡는다.

$\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\overline{CD}}{\theta} = a$ 일 때,  $27a^2$ 의 값을 구하시오.

(단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 이다.) [4점]



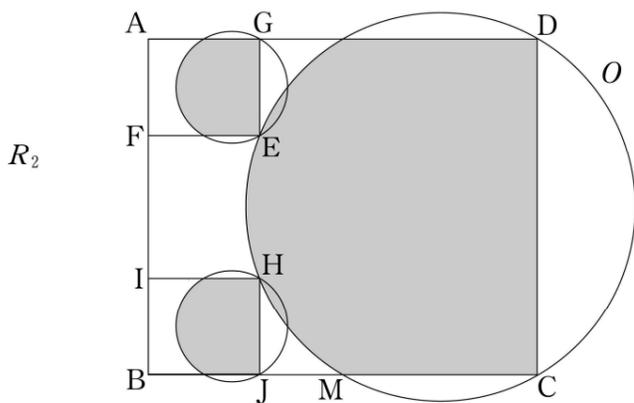
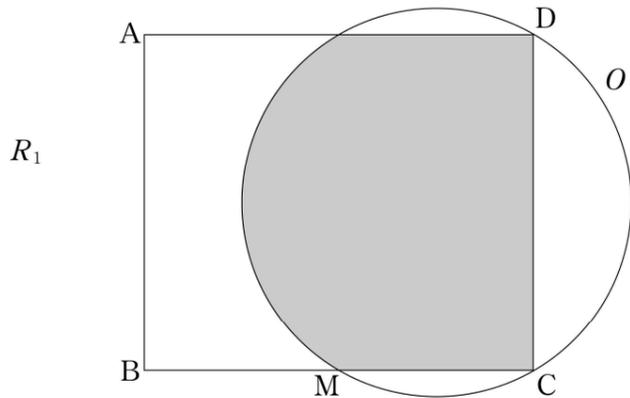
[2013학년도 대학수학능력시험 가형 29번]

11. 그림과 같이  $\overline{AD}=4$ ,  $\overline{AB}=2\sqrt{3}$  인 직사각형 ABCD가 있다.

선분 BC의 중점 M에 대하여 세 점 C, D, M을 지나는 원 O를 그린다. 원 O의 내부와 직사각형 ABCD의 내부의 공통부분인  $\square$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 원 O 위의 점 E에서 선분 AB와 선분 AD에 내린 수선의 발을 각각 F, G라 하고, 원 O 위의 점 H에서 선분 AB와 선분 BC에 내린 수선의 발을 각각 I, J라 하자.  $\overline{EF} : \overline{EG} = \overline{HI} : \overline{HJ} = 2 : \sqrt{3}$  일 때, 두 직사각형 AFEG와 IBJH에 각각 그림  $R_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로  $\square$  모양의 두 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ①  $\frac{49(9\sqrt{3}+4\pi)}{135}$     ②  $\frac{49(9\sqrt{3}+4\pi)}{129}$     ③  $\frac{49(9\sqrt{3}+4\pi)}{123}$   
 ④  $\frac{49(6\sqrt{3}+4\pi)}{135}$     ⑤  $\frac{49(6\sqrt{3}+4\pi)}{123}$

[2022학년도 주예지T X MENTOR 모의평가 4회 미적분 27번]

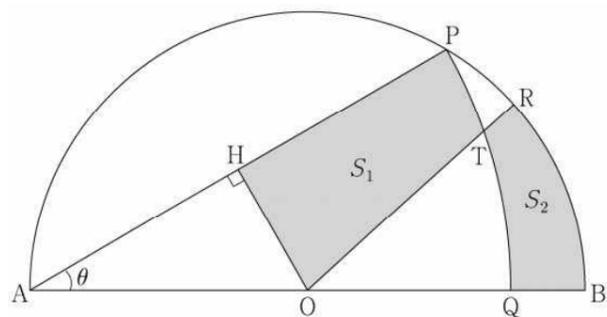
12. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P가 있다. 중심이 A이고 반지름의 길이가  $\overline{AP}$ 인 원과 선분 AB의 교점을 Q라 하자.

호 PB 위에 점 R를 호 PR와 호 RB의 길이의 비가 3:7이 되도록 잡는다. 선분 AB의 중점을 O라 할 때, 선분 OR와 호 PQ의 교점을 T, 점 O에서 선분 AP에 내린 수선의 발을 H라 하자.

세 선분 PH, HO, OT와 호 TP로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_1$ , 두 선분 RT, QB와 두 호 TQ, BR로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_2$ 라 하자.  $\angle PAB = \theta$ 라 할 때,

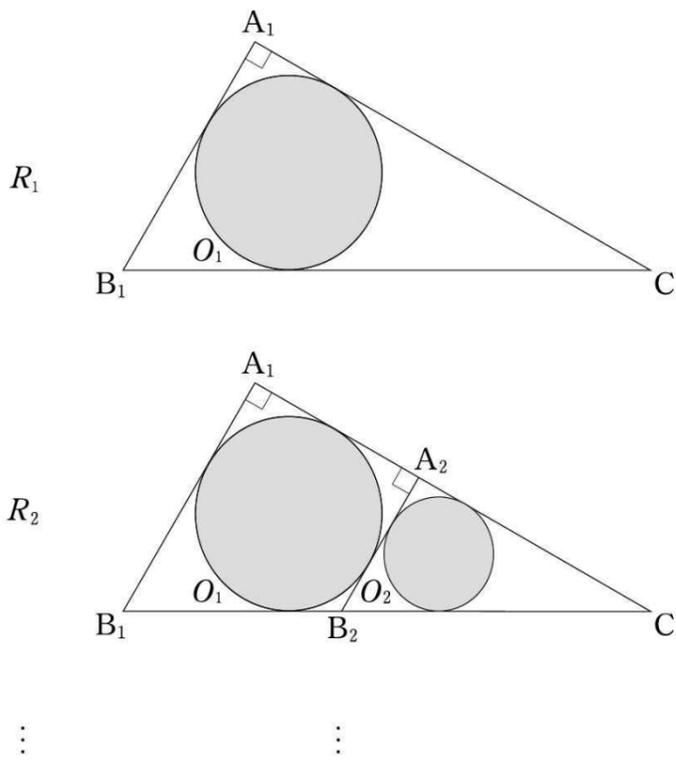
$\lim_{\theta \rightarrow \infty} \frac{S_1 - S_2}{\overline{OH}} = a$ 이다.  $50a$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ )

[4점]



[2020학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 가형 28번]

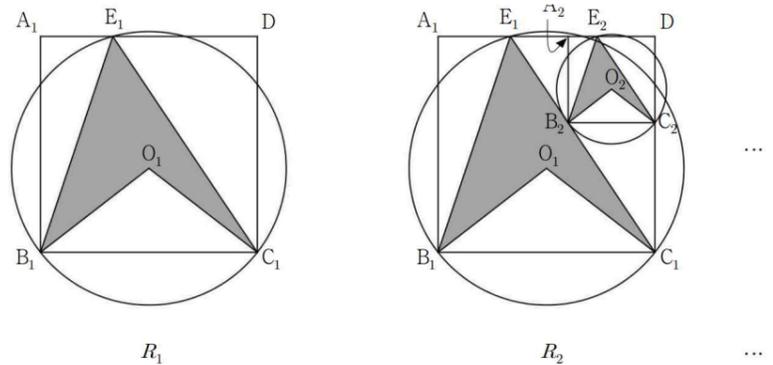
13.  $\overline{A_1B_1}=1$  이고  $\angle A_1 = \frac{\pi}{2}$ ,  $\angle B_1 = \frac{\pi}{3}$  인 삼각형  $A_1B_1C$ 가 있다. 그림과 같이 삼각형  $A_1B_1C$ 에 내접하는 원을  $O_1$ 이라 하고 원  $O_1$ 의 내부에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자. 그림  $R_1$ 에서 선분  $A_1B_1$ 에 평행하고 원  $O_1$ 에 접하는 직선이 두 선분  $A_1C$ ,  $B_1C$ 와 만나는 점을 각각  $A_2$ ,  $B_2$ 라 하자. 삼각형  $A_2B_2C$ 에 내접하는 원을  $O_2$ 라 하고 원  $O_2$ 의 내부에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ①  $\frac{6-\sqrt{3}}{4}\pi$
- ②  $\frac{6-2\sqrt{3}}{4}\pi$
- ③  $\frac{6+2\sqrt{3}}{4}\pi$
- ④  $\frac{6-3\sqrt{3}}{4}\pi$
- ⑤  $\frac{3-2\sqrt{3}}{4}\pi$

[2022학년도 주예지T X MENTOR 모의평가 1회 미적분 27번]

14. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정사각형  $A_1B_1C_1D$ 에서 선분  $A_1D$ 를 1:2로 내분하는 점을  $E_1$ 이라 하고, 세 점  $B_1$ ,  $C_1$ ,  $E_1$ 을 지나는 원의 중심을  $O_1$ 이라 하자. 삼각형  $E_1B_1C_1$ 의 내부와 삼각형  $O_1B_1C_1$ 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자. 그림  $R_1$ 에서 선분  $E_1D$  위의 점  $A_2$ , 선분  $E_1C_1$  위의 점  $B_2$ , 선분  $C_1D$  위의 점  $C_2$ 와 점  $D$ 를 꼭짓점으로 하는 정사각형  $A_2B_2C_2D$ 를 그린다. 정사각형  $A_2B_2C_2D$ 에서 선분  $A_2D$ 를 1:2로 내분하는 점을  $E_2$ 라 하고, 세 점  $B_2$ ,  $C_2$ ,  $E_2$ 를 지나는 원의 중심을  $O_2$ 라 하자. 삼각형  $E_2B_2C_2$ 의 내부와 삼각형  $O_2B_2C_2$ 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]

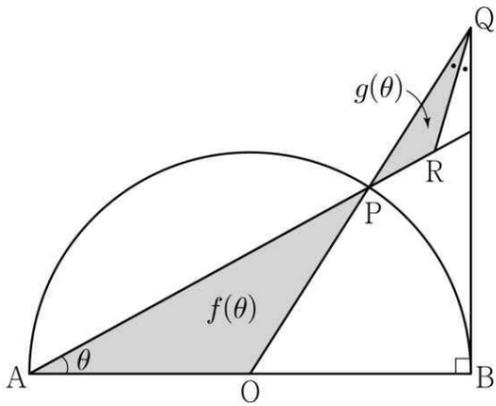


- ①  $\frac{90}{7}$
- ②  $\frac{275}{21}$
- ③  $\frac{40}{3}$
- ④  $\frac{95}{7}$
- ⑤  $\frac{290}{21}$

[2021학년도 사관학교 가형 19번]

15. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P가 있다. 선분 AB의 중점을 O라 할 때, 점 B를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 직선 OP와 만나는 점을 Q라 하고,  $\angle OQB$ 의 이등분선이 직선 AP와 만나는 점을 R라 하자.  $\angle OAP = \theta$ 일 때, 삼각형 OAP의 넓이를  $f(\theta)$ , 삼각형 PQR의 넓이를  $g(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{\theta^4 \times f(\theta)}$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ) [4점]



- ① 2      ②  $\frac{5}{2}$       ③ 3      ④  $\frac{7}{2}$       ⑤ 4

[2022학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 미적분 28번]

16. 그림과 같이  $\overline{AB_1} = 2$ ,  $\overline{AD_1} = 4$ 인 직사각형  $AB_1C_1D_1$ 이 있다.

선분  $AD_1$ 을 3 : 1로 내분하는 점을  $E_1$ 이라 하고,

직사각형  $AB_1C_1D_1$ 의 내부에 점  $F_1$ 을  $\overline{F_1E_1} = \overline{F_1C_1}$ ,

$\angle E_1F_1C_1 = \frac{\pi}{2}$ 가 되도록 잡고 삼각형  $E_1F_1C_1$ 을 그린다.

사각형  $E_1F_1C_1D_1$ 을 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 선분  $AB_1$  위의 점  $B_2$ , 선분  $E_1F_1$  위의 점  $C_2$ ,

선분  $AE_1$  위의 점  $D_2$ 와 점 A를 꼭짓점으로 하고

$\overline{AB_2} : \overline{AD_2} = 1 : 2$ 인 직사각형  $AB_2C_2D_2$ 를 그린다. 그림  $R_1$ 을

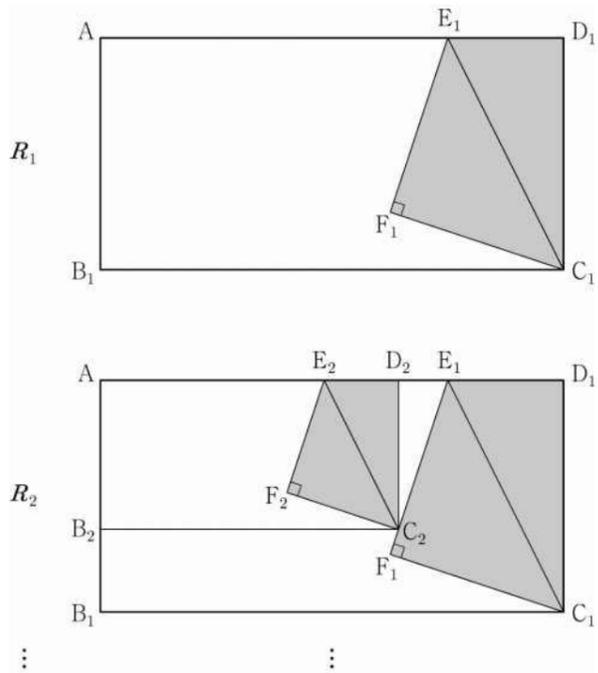
얻은 것과 같은 방법으로 직사각형  $AB_2C_2D_2$ 에 삼각형

$E_2F_2C_2$ 를 그리고 사각형  $E_2F_2C_2D_2$ 를 색칠하여 얻은 그림을

$R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어

있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



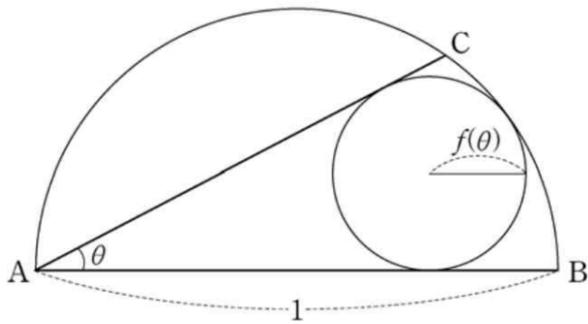
- ①  $\frac{441}{103}$       ②  $\frac{441}{109}$       ③  $\frac{441}{115}$       ④  $\frac{441}{121}$       ⑤  $\frac{441}{127}$

[2021학년도 대학수학능력시험 가형 14번]

17. 그림과 같이 길이가 1인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 점 C를 잡고  $\angle BAC = \theta$ 라 하자. 호 BC와 두 선분 AB, AC에 동시에 접하는 원의 반지름의 길이를  $f(\theta)$ 라 할 때,

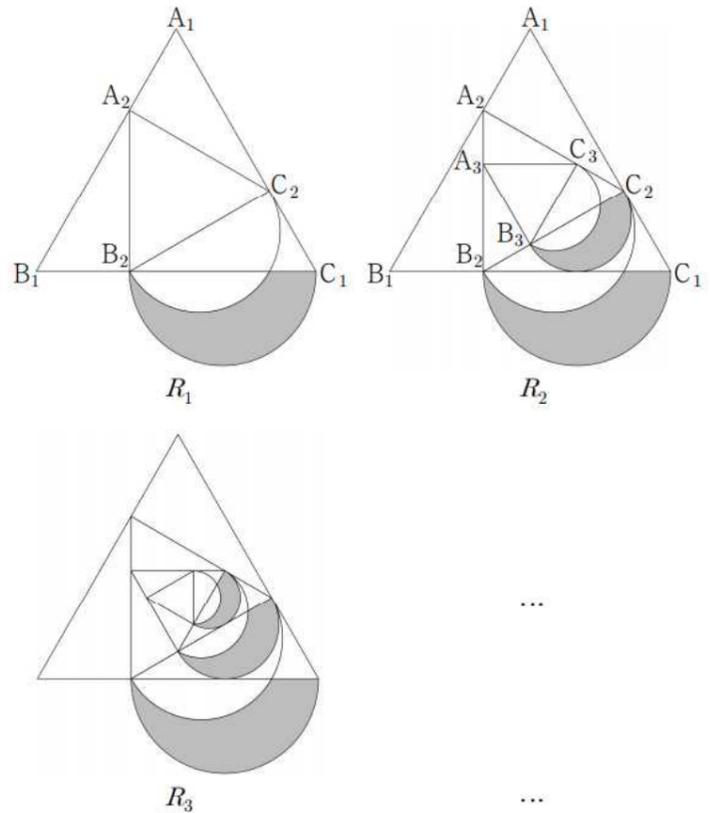
$$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\tan \frac{\theta}{2} - f(\theta)}{\theta^2} = \alpha$$

이다.  $100\alpha$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ ) [4점]



[2016학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 B형 29번]

18. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정삼각형  $A_1B_1C_1$ 이 있다. 세 선분  $A_1B_1, B_1C_1, C_1A_1$ 을 1:2로 내분하는 점을 각각  $A_2, B_2, C_2$ 라 하자. 선분  $B_2C_1$ 을 지름으로 하는 반원의 내부와 선분  $B_2C_2$ 를 지름으로 하는 반원의 외부의 공통부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자. 그림  $R_1$ 에서 세 선분  $A_2B_2, B_2C_2, C_2A_2$ 를 1:2로 내분하는 점을 각각  $A_3, B_3, C_3$ 이라 하자. 선분  $B_3C_2$ 를 지름으로 하는 반원의 내부와 선분  $B_3C_3$ 을 지름으로 하는 반원의 외부의 공통부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 반복하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



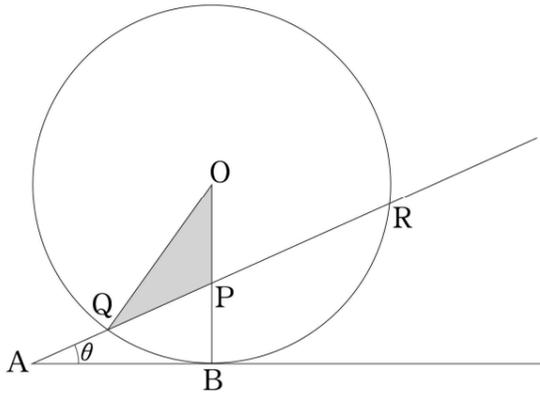
- ①  $\frac{11\pi + 8\sqrt{3}}{32}$       ②  $\frac{11\pi + 9\sqrt{3}}{32}$       ③  $\frac{3\pi + 2\sqrt{3}}{8}$
- ④  $\frac{12\pi + 9\sqrt{3}}{32}$       ⑤  $\frac{3\pi + 3\sqrt{3}}{8}$

[2019학년도 7월 고3 전국연합학력평가 나형 19번]

19. 그림과 같이 반지름의 길이가 2인 원  $C$  밖의 점  $A$ 에서 원  $C$ 에 그은 접선의 접점을  $B$ 라 하자.  $\overline{AB}=2$ 이고, 선분  $\overline{OB}$  위의 점  $P$ 에 대하여 직선  $PA$ 가 원  $C$ 와 만나는 점 중 점  $A$ 에 가까운 점을  $Q$ , 나머지 한 점을  $R$ 라 하자.  $\angle PAB=\theta$ 일 때, 선분  $QR$ 의 길이를  $f(\theta)$ , 삼각형  $OPQ$ 의 넓이를  $g(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{g(\theta)}{f(\theta)}=p$ 일 때,  $40p$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ )

[4점]

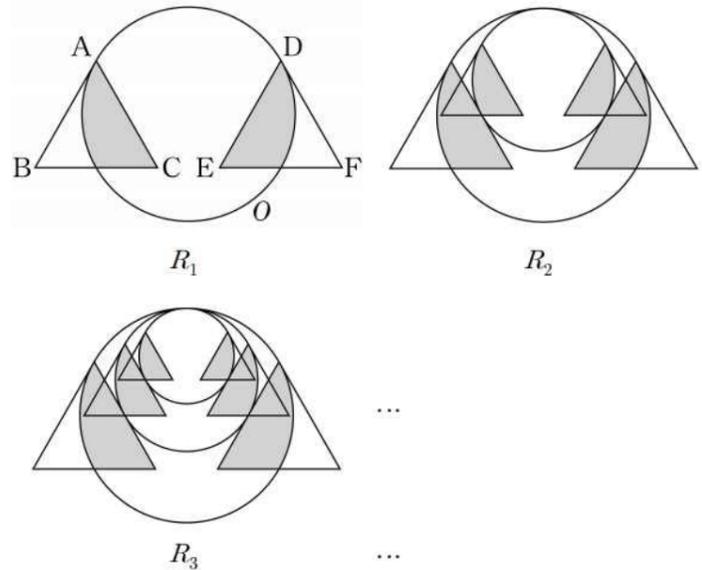


[2022학년도 주예지T X MENTOR 모의평가 4회 미적분 29번]

20. 반지름의 길이가  $\sqrt{3}$ 인 원  $O$ 가 있다. 그림과 같이 원  $O$  위의 한 점  $A$ 에 대하여 정삼각형  $ABC$ 를 높이가 원  $O$ 의 반지름의 길이와 같고 선분  $BC$ 의 중점이 원  $O$  위의 점이 되도록 그린다. 그리고 정삼각형  $ABC$ 와 합동인 정삼각형  $DEF$ 를 점  $D$ 가 원  $O$  위에 있고 네 점  $B, C, E, F$ 가 한 직선 위에 있도록 그린다. 원  $O$ 의 내부와 정삼각형  $ABC$ 의 내부의 공통부분인  $\Delta$  모양의 도형과 원  $O$ 의 내부와 정삼각형  $DEF$ 의 내부의 공통부분인  $\Delta$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 두 선분  $AC, DE$ 에 동시에 접하고 원  $O$ 에 내접하는 원을 그린 후, 새로 그려진 원에 그림  $R_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는  $\Delta$  모양의 도형과  $\Delta$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

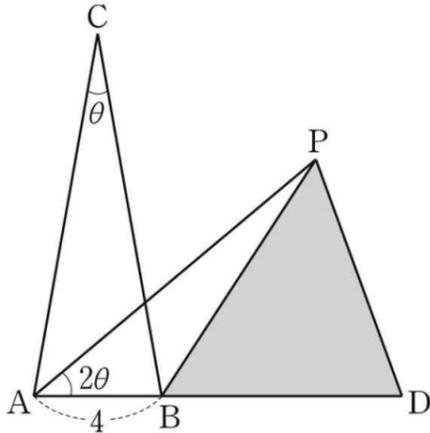
이와 같은 과정을 반복하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $2\pi - \sqrt{3}$
- ②  $\frac{4\pi - \sqrt{3}}{3}$
- ③  $\frac{6\pi - 3\sqrt{3}}{4}$
- ④  $\frac{16\pi - 4\sqrt{3}}{7}$
- ⑤  $\frac{18\pi - 9\sqrt{3}}{10}$

[2017학년도 10월 고3 전국연합학력평가 나형 18번]

21. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 한 변으로 하고,  $\overline{AC}=\overline{BC}$ ,  $\angle ACB=\theta$ 인 이등변삼각형 ABC가 있다. 선분 AB의 연장선 위에  $\overline{AC}=\overline{AD}$ 인 점 D를 잡고,  $\overline{AC}=\overline{AP}$ 이고  $\angle PAB=2\theta$ 인 점 P를 잡는다. 삼각형 BDP의 넓이를  $S(\theta)$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow +0} (\theta \times S(\theta))$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ ) [4점]

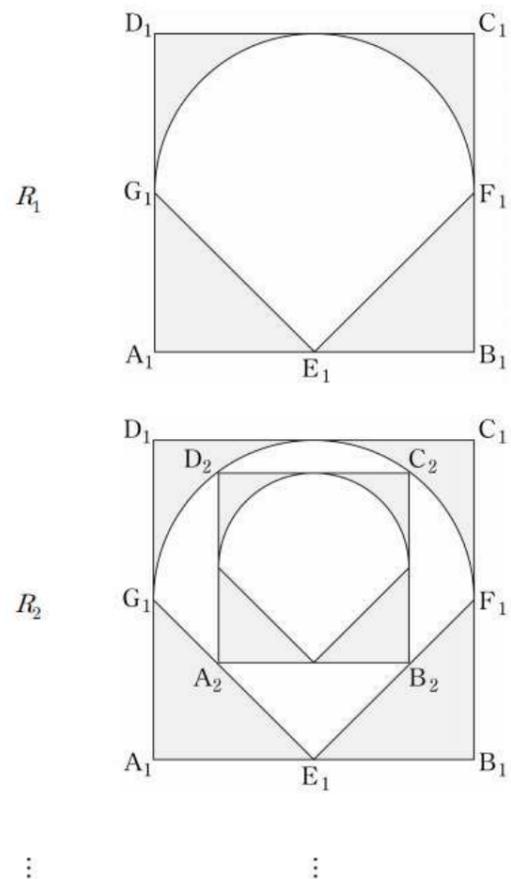


[2014학년도 대학수학능력시험 B형 28번]

22. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 세 변  $A_1B_1$ ,  $B_1C_1$ ,  $D_1A_1$ 의 중점을 각각  $E_1$ ,  $F_1$ ,  $G_1$ 이라 하자. 선분  $G_1F_1$ 을 지름으로 하고 선분  $D_1C_1$ 에 접하는 반원의 호  $G_1F_1$ 과 두 선분  $G_1E_1$ ,  $E_1F_1$ 로 둘러싸인  $\diamond$ 모양의 도형의 외부와 정사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 의 내부의 공통부분을 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 선분  $G_1E_1$  위의 점  $A_2$ , 선분  $E_1F_1$  위의 점  $B_2$ 와 호  $G_1F_1$  위의 두 점  $C_2$ ,  $D_2$ 를 꼭짓점으로 하고 선분  $A_2B_2$ 가 선분  $A_1B_1$ 과 평행한 정사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린다. 정사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 에 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 그린  $\diamond$ 모양의 도형의 외부와 정사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 의 내부의 공통부분을 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

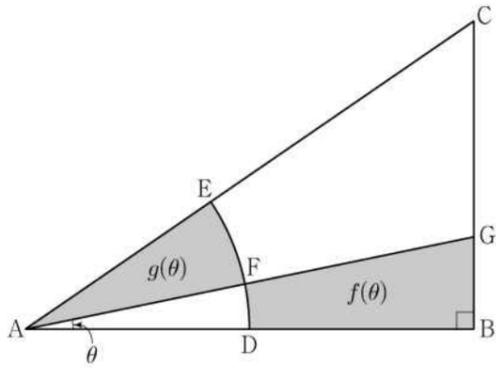
이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{25(6-\pi)}{42}$
- ②  $\frac{25(6-\pi)}{32}$
- ③  $\frac{25(6-\pi)}{24}$
- ④  $\frac{25(6-\pi)}{21}$
- ⑤  $\frac{5(6-\pi)}{4}$

[2018학년도 10월 고3 전국연합학력평가 나형 19번]

23. 그림과 같이  $\overline{AB}=2$ ,  $\angle B = \frac{\pi}{2}$  인 직각삼각형 ABC에서 중심이 A, 반지름의 길이가 1인 원이 두 선분 AB, AC와 만나는 점을 각각 D, E라 하자. 호 DE의 삼등분점 중 점 D에 가까운 점을 F라 하고, 직선 AF가 선분 BC와 만나는 점을 G라 하자.  $\angle BAG = \theta$ 라 할 때, 삼각형 ABG의 내부와 부채꼴 ADF의 외부의 공통부분의 넓이를  $f(\theta)$ , 부채꼴 AFE의 넓이를  $g(\theta)$ 라 하자.  $40 \times \lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{g(\theta)}$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ ) [3점]

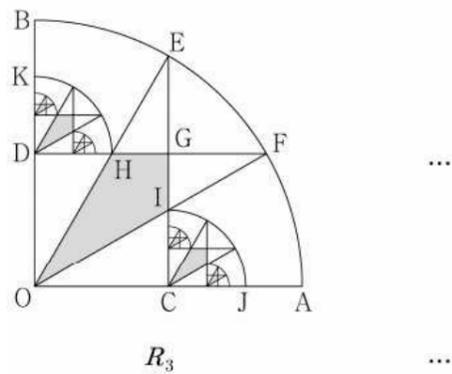
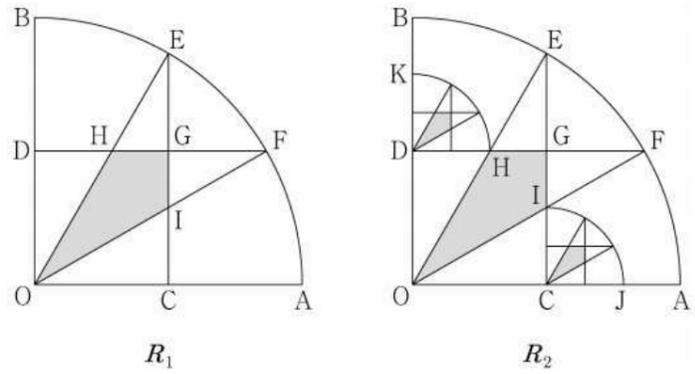


[2021학년도 대학수학능력시험 가형 24번]

24. 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가  $90^\circ$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 선분 OA의 중점을 C, 선분 OB의 중점을 D라 하자. 점 C를 지나고 선분 OB와 평행한 직선이 호 AB와 만나는 점을 E, 점 D를 지나고 선분 OA와 평행한 직선이 호 AB와 만나는 점을 F라 하자. 선분 CE와 선분 DF가 만나는 점을 G, 선분 OE와 선분 DG가 만나는 점을 H, 선분 OF와 선분 CG가 만나는 점을 I라 하자. 사각형 OIGH를 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에 중심이 C, 반지름의 길이가  $\overline{CI}$ , 중심각의 크기가  $90^\circ$ 인 부채꼴 CJI와 중심이 D, 반지름의 길이가  $\overline{DH}$ , 중심각의 크기가  $90^\circ$ 인 부채꼴 DHK를 그린다. 두 부채꼴 CJI, DHK에 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 두 개의 사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]

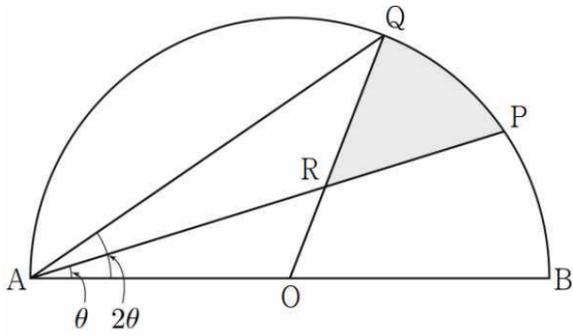


- ①  $\frac{2(3-\sqrt{3})}{5}$
- ②  $\frac{7(3-\sqrt{3})}{15}$
- ③  $\frac{8(3-\sqrt{3})}{15}$
- ④  $\frac{3(3-\sqrt{3})}{5}$
- ⑤  $\frac{2(3-\sqrt{3})}{3}$

[2020학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 나형 18번]

25. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 두 점 P, Q를  $\angle PAB = \theta$ ,  $\angle QAB = 2\theta$ 가 되도록 잡는다. 선분 AB의 중점 O에 대하여 선분 OQ와 선분 AP가 만나는 점을 R라 하자. 호 PQ와 두 선분 QR, RP로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S(\theta)$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ )

[4점]



- ①  $\frac{4}{3}$
- ②  $\frac{5}{3}$
- ③ 2
- ④  $\frac{7}{3}$
- ⑤  $\frac{8}{3}$

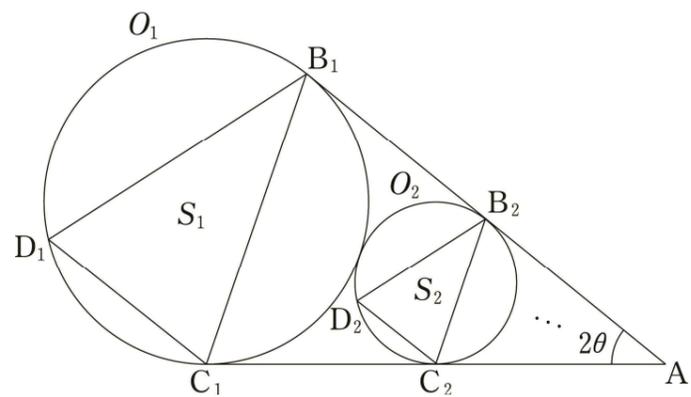
[2018학년도 4월 고3 전국연합학력평가 가형 20번]

26. 그림과 같이 점 A에서 반지름의 길이가 r인 원  $O_1$ 에 그은 두 접선의 접점을 각각  $B_1, C_1$ 이라 하고,  $\angle B_1AC_1 = 2\theta$ 라 하자. 원  $O_1$  위의 점 중  $C_1$ 이 아닌 점  $D_1$ 을  $\overline{B_1C_1} = \overline{B_1D_1}$ 이 되도록 잡을 때, 삼각형  $B_1C_1D_1$ 의 넓이를  $S_1$ 이라 하자.

두 선분  $AB_1, AC_1$ 과 원  $O_1$ 에 동시에 접하는 원을  $O_2$ 라 할 때, 원  $O_2$ 가 두 선분  $AB_1, AC_1$ 과 만나는 점을 각각  $B_2, C_2$ 라 하자. 원  $O_2$  위의 점 중  $C_2$ 가 아닌 점  $D_2$ 를  $\overline{B_2C_2} = \overline{B_2D_2}$ 가 되도록 잡을 때, 삼각형  $B_2C_2D_2$ 의 넓이를  $S_2$ 라 하자.

위와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 삼각형  $B_nC_nD_n$ 의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} 4^n S_n = 4\sqrt{2}$ 이다.

$\frac{27 \sin \theta}{r}$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) [4점]



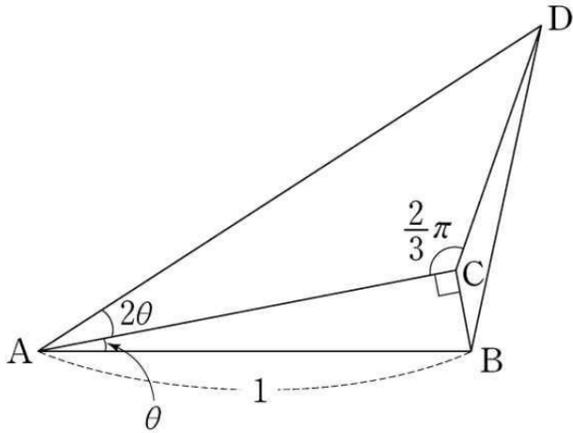
[2022학년도 주예지T X MENTOR 모의평가 2회 미적분 29번]

27. 그림과 같이 길이가 1인 선분 AB를 빗변으로 하고  $\angle BAC = \theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ )인 직각삼각형 ABC에 대하여 점 D를

$$\angle ACD = \frac{2}{3}\pi, \quad \angle CAD = 2\theta$$

가 되도록 잡는다. 삼각형 BCD의 넓이를  $S(\theta)$ 라 할 때,

$\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = p$ 이다.  $300p^2$ 의 값을 구하시오. (단, 네 점 A, B, C, D는 한 평면 위에 있다.) [4점]



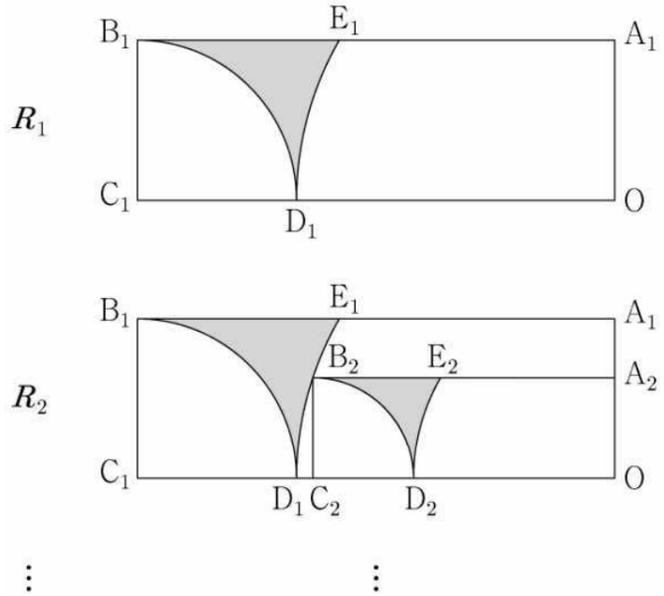
[2014학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 B형 29번]

28. 그림과 같이  $\overline{A_1B_1} = 3, \overline{B_1C_1} = 1$ 인 직사각형  $OA_1B_1C_1$ 이 있다. 중심이  $C_1$ 이고 반지름의 길이가  $\overline{B_1C_1}$ 인 원과 선분  $OC_1$ 의 교점을  $D_1$ , 중심이 O이고 반지름의 길이가  $\overline{OD_1}$ 인 원과 선분  $A_1B_1$ 의 교점을  $E_1$ 이라 하자. 직사각형  $OA_1B_1C_1$ 에 호  $B_1D_1$ , 호  $D_1E_1$ , 선분  $B_1E_1$ 로 둘러싸인  $\nabla$  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에 선분  $OA_1$  위의 점  $A_2$ 와 호  $D_1E_1$  위의 점  $B_2$ , 선분  $OD_1$  위의 점  $C_2$ 와 점 O를 꼭짓점으로 하고

$\overline{A_2B_2} : \overline{B_2C_2} = 3 : 1$ 인 직사각형  $OA_2B_2C_2$ 를 그리고, 그림  $R_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로 직사각형  $OA_2B_2C_2$ 에  $\nabla$  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



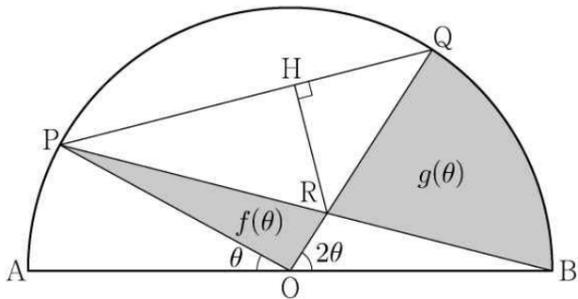
- ①  $4 - \frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{7}{9}\pi$
- ②  $5 - \frac{5\sqrt{3}}{6} - \frac{35}{36}\pi$
- ③  $6 - \sqrt{3} - \frac{7}{6}\pi$
- ④  $7 - \frac{7\sqrt{3}}{6} - \frac{49}{36}\pi$
- ⑤  $8 - \frac{4\sqrt{3}}{3} - \frac{14}{9}\pi$

[2019학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 나형 19번]

29. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB의 중점을 O라 할 때, 호 AB 위에 두 점 P, Q를  $\angle POA = \theta$ ,  $\angle QOB = 2\theta$ 가 되도록 잡는다. 두 선분 PB, OQ의 교점을 R라 하고, 점 R에서 선분 PQ에 내린 수선의 발을 H라 하자. 삼각형 POR의 넓이를  $f(\theta)$ , 두 선분 RQ, RB와 호 QB로 둘러싸인 부분의 넓이를  $g(\theta)$ 라 할 때,

$$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta) + g(\theta)}{RH} = \frac{q}{p} \text{ 이다. } p+q \text{의 값을 구하시오.}$$

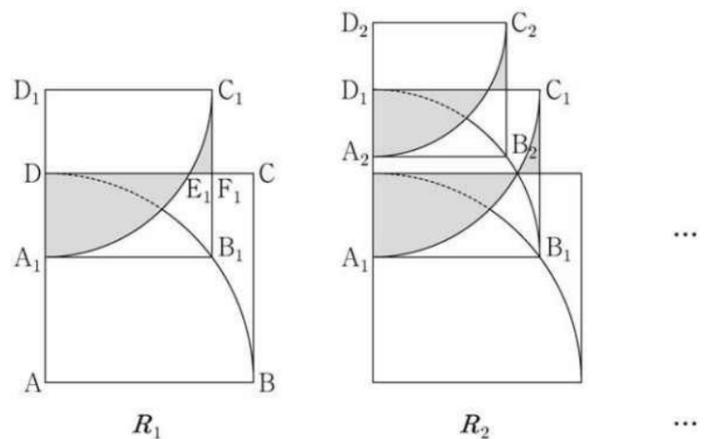
(단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$  이고,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



[2021학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 가형 28번]

30. 그림과 같이 한 변의 길이가 5인 정사각형 ABCD에 중심이 A이고 중심각의 크기가  $90^\circ$ 인 부채꼴 ABD를 그린다. 선분 AD를 3:2로 내분하는 점을  $A_1$ , 점  $A_1$ 을 지나고 선분 AB에 평행한 직선이 호 BD와 만나는 점을  $B_1$ 이라 하자. 선분  $A_1B_1$ 을 한 변으로 하고 선분 DC와 만나도록 정사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 을 그린 후, 중심이  $D_1$ 이고 중심각의 크기가  $90^\circ$ 인 부채꼴  $D_1A_1C_1$ 을 그린다. 선분 DC가 호  $A_1C_1$ , 선분  $B_1C_1$ 과 만나는 점을 각각  $E_1, F_1$ 이라 하고, 두 선분  $DA_1, DE_1$ 과 호  $A_1E_1$ 로 둘러싸인 부분과 두 선분  $E_1F_1, F_1C_1$ 과 호  $E_1C_1$ 로 둘러싸인 부분인  $\cap$ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

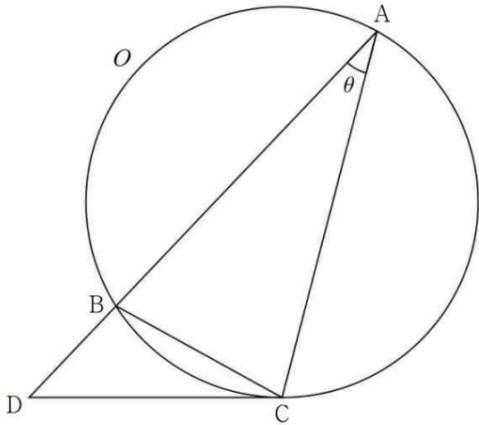
그림  $R_1$ 에서 정사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 에 중심이  $A_1$ 이고 중심각의 크기가  $90^\circ$ 인 부채꼴  $A_1B_1D_1$ 을 그린다. 선분  $A_1D_1$ 을 3:2로 내분하는 점을  $A_2$ , 점  $A_2$ 를 지나고 선분  $A_1B_1$ 에 평행한 직선이 호  $B_1D_1$ 과 만나는 점을  $B_2$ 라 하자. 선분  $A_2B_2$ 를 한 변으로 하고 선분  $D_1C_1$ 과 만나도록 정사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 를 그린 후, 그림  $R_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로 정사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 에  $\cap$ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{50}{3} \left( 3 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{6} \right)$
- ②  $\frac{100}{9} \left( 3 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{3} \right)$
- ③  $\frac{50}{3} \left( 2 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{3} \right)$
- ④  $\frac{100}{9} \left( 3 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{6} \right)$
- ⑤  $\frac{100}{9} \left( 2 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{3} \right)$

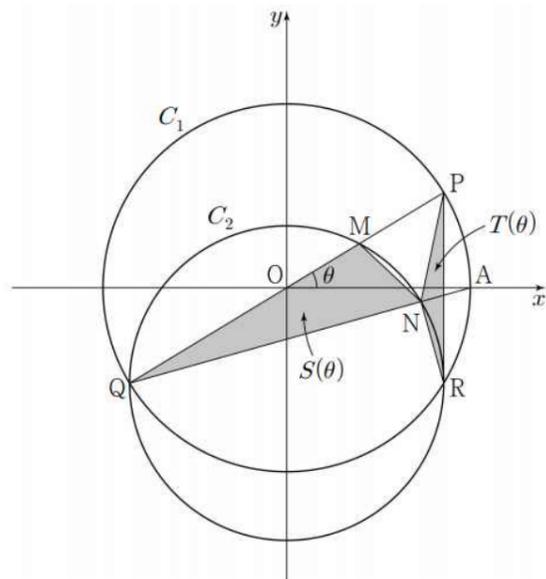
[2020학년도 대학수학능력시험 나형 18번]

31. 그림과 같이  $\overline{AB} = \overline{AC} = 4$ 인 이등변삼각형  $ABC$ 에 외접하는 원  $O$ 가 있다. 점  $C$ 를 지나고 원  $O$ 에 접하는 직선과 직선  $AB$ 의 교점을  $D$ 라 하자.  $\angle CAB = \theta$ 라 할 때, 삼각형  $BDC$ 의 넓이를  $S(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값을 구하시오.  
(단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$ ) [4점]



[2021학년도 사관학교 가형 28번]

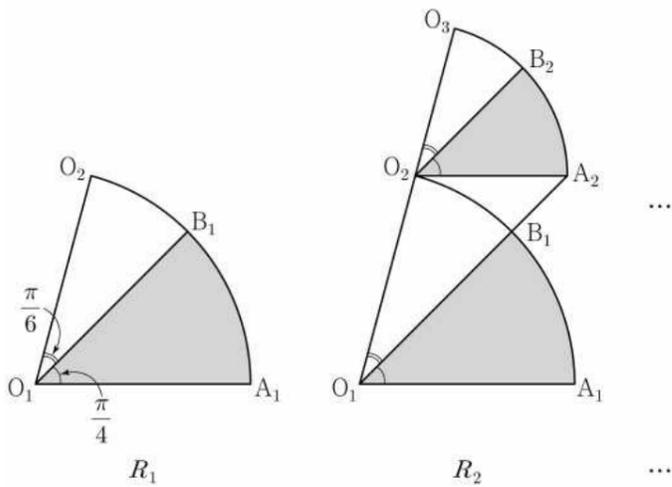
32. 그림과 같이 좌표평면 위에 중심이  $O(0, 0)$ 이고 점  $A(1, 0)$ 을 지나는 원  $C_1$  위의 제1사분면 위의 점을  $P$ 라 하자. 점  $P$ 를 원점에 대하여 대칭이동시킨 점을  $Q$ ,  $x$ 축에 대하여 대칭이동시킨 점을  $R$ 라 하자. 선분  $QR$ 를 지름으로 하는 원  $C_2$ 와 두 선분  $PQ$ ,  $AQ$ 와의 교점을 각각  $M$ ,  $N$ 이라 하자.  $\angle POA = \theta$ 라 할 때, 두 삼각형  $MQN$ ,  $PNR$ 의 넓이를 각각  $S(\theta)$ ,  $T(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\theta^2 \times S(\theta)}{T(\theta)}$ 의 값은? [4점]



- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 4

[2018학년도 7월 고3 전국연합학력평가 가형 21번]

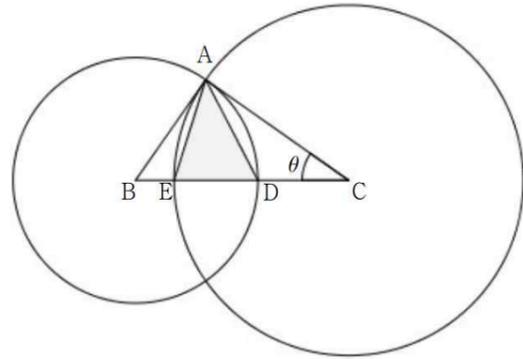
33. 그림과 같이 중심이  $O_1$ , 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가  $\frac{5\pi}{12}$ 인 부채꼴  $O_1A_1O_2$ 가 있다. 호  $A_1O_2$  위에 점  $B_1$ 을  $\angle A_1O_1B_1 = \frac{\pi}{4}$ 가 되도록 잡고, 부채꼴  $O_1A_1B_1$ 에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.  
 그림  $R_1$ 에서 점  $O_2$ 를 지나고 선분  $O_1A_1$ 에 평행한 직선이 직선  $O_1B_1$ 과 만나는 점을  $A_2$ 라 하자. 중심이  $O_2$ 이고 중심각의 크기가  $\frac{5\pi}{12}$ 인 부채꼴  $O_2A_2O_3$ 을 부채꼴  $O_1A_1B_1$ 과 겹치지 않도록 그린다. 호  $A_2O_3$  위에 점  $B_2$ 를  $\angle A_2O_2B_2 = \frac{\pi}{4}$ 가 되도록 잡고, 부채꼴  $O_2A_2B_2$ 에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.  
 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ①  $\frac{3\pi}{16}$
- ②  $\frac{7\pi}{32}$
- ③  $\frac{\pi}{4}$
- ④  $\frac{9\pi}{32}$
- ⑤  $\frac{5\pi}{16}$

[2022학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 미적분 26번]

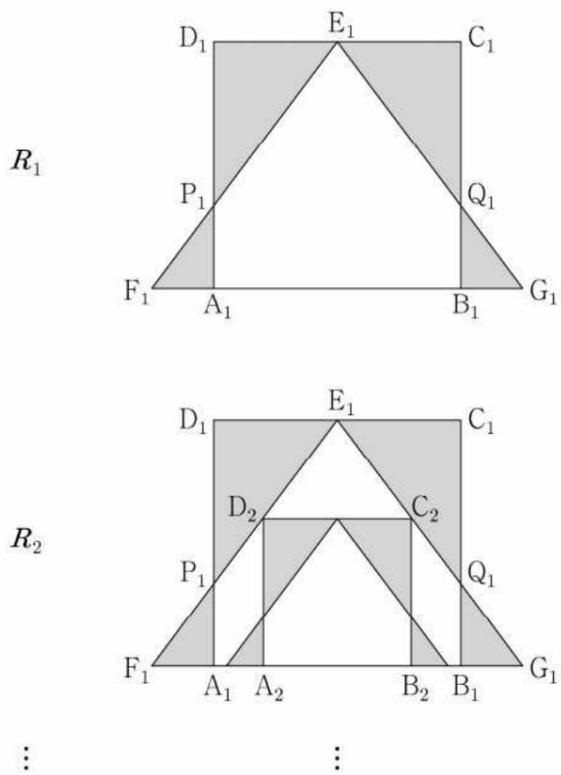
34. 그림과 같이 선분  $BC$ 를 빗변으로 하고,  $\overline{BC}=8$ 인 직각삼각형  $ABC$ 가 있다. 점  $B$ 를 중심으로 하고 반지름의 길이가  $\overline{AB}$ 인 원이 선분  $BC$ 와 만나는 점을  $D$ , 점  $C$ 를 중심으로 하고 반지름의 길이가  $\overline{AC}$ 인 원이 선분  $BC$ 와 만나는 점을  $E$ 라 하자.  $\angle ACB = \theta$ 라 할 때, 삼각형  $AED$ 의 넓이를  $S(\theta)$ 라 하자.  
 $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? [4점]



- ① 16
- ② 20
- ③ 24
- ④ 28
- ⑤ 32

[2019학년도 사관학교 가형 19번]

35. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 선분  $C_1D_1$ 의 중점을  $E_1$ 이라 하고, 직선  $A_1B_1$  위에 두 점  $F_1, G_1$ 을  $\overline{E_1F_1} = \overline{E_1G_1}$ ,  $\overline{E_1F_1} : \overline{F_1G_1} = 5 : 6$ 이 되도록 잡고 이등변삼각형  $E_1F_1G_1$ 을 그린다. 선분  $D_1A_1$ 과 선분  $E_1F_1$ 의 교점을  $P_1$ , 선분  $B_1C_1$ 과 선분  $G_1E_1$ 의 교점을  $Q_1$ 이라 할 때, 네 삼각형  $E_1D_1P_1, P_1F_1A_1, Q_1B_1G_1, E_1Q_1C_1$ 로 만들어진  $\nabla$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자. 그림  $R_1$ 에 선분  $F_1G_1$  위의 두 점  $A_2, B_2$ 와 선분  $G_1E_1$  위의 점  $C_2$ , 선분  $E_1F_1$  위의 점  $D_2$ 를 꼭짓점으로 하는 정사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 정사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 에  $\nabla$  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



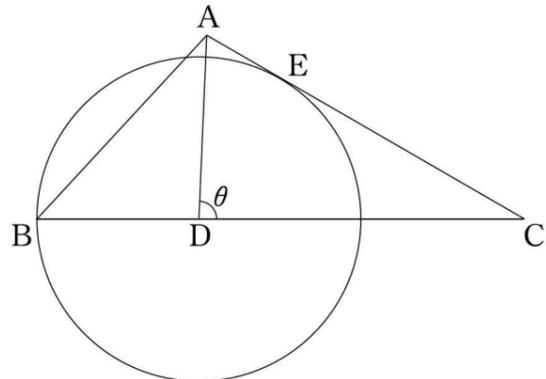
- ①  $\frac{61}{6}$
- ②  $\frac{125}{12}$
- ③  $\frac{32}{3}$
- ④  $\frac{131}{12}$
- ⑤  $\frac{67}{6}$

[2020학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 나형 17번]

36. 그림과 같이  $\overline{BC} = 6$ 인 삼각형  $ABC$ 가 있다. 선분  $BC$ 의 삼등분점 중 점  $B$ 에 가까운 점을  $D$ 라 할 때, 점  $D$ 를 중심으로 하고 점  $B$ 를 지나는 원이 선분  $AC$ 와 점  $E$ 에서 접한다.  $\angle ADC = \theta$ 일 때, 삼각형  $ABC$ 의 넓이와 삼각형  $ADC$ 의 외접원의 반지름의 길이를 각각  $f(\theta), g(\theta)$ 라 하자.

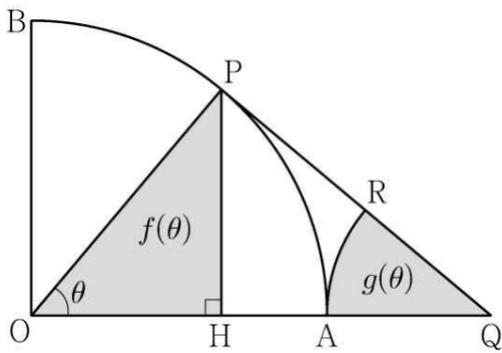
$$\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{3}^+} \frac{f(\theta)g(\theta) - a}{\theta - \frac{\pi}{3}} = b \text{ 일 때, } \frac{a^2}{b} \text{의 값을 구하시오.}$$

(단,  $\frac{\pi}{3} < \theta < \frac{5}{6}\pi$ ) [4점]



[2022학년도 주예지T X MENTOR 모의평가 3회 미적분 29번]

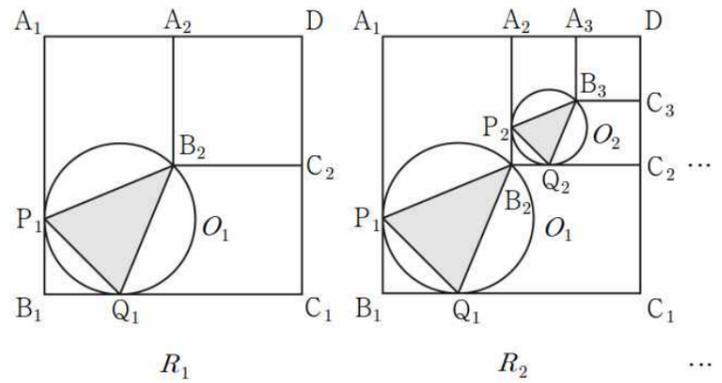
37. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$  인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H, 점 P에서 호 AB에 접하는 직선과 직선 OA의 교점을 Q라 하자. 점 Q를 중심으로 하고 반지름의 길이가  $\overline{QA}$ 인 원과 선분 PQ의 교점을 R라 하자.  $\angle POA = \theta$ 일 때, 삼각형 OHP의 넓이를  $f(\theta)$ , 부채꼴 QRA의 넓이를  $g(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{g(\theta)}}{\theta \times f(\theta)}$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) [4점]



- ①  $\frac{\sqrt{\pi}}{5}$
- ②  $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$
- ③  $\frac{\sqrt{\pi}}{3}$
- ④  $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$
- ⑤  $\sqrt{\pi}$

[2020학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 20번]

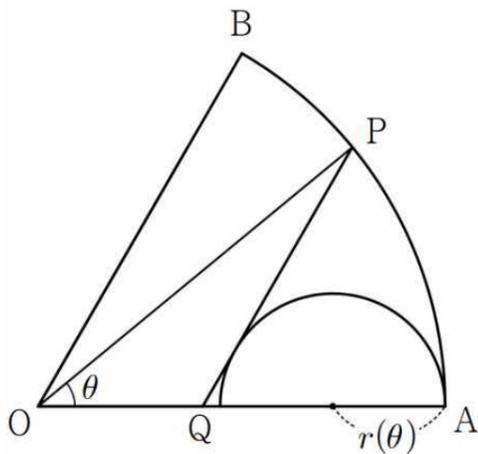
38. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형  $A_1B_1C_1D$ 가 있다. 정사각형  $A_1B_1C_1D$ 의 두 대각선의 교점을  $B_2$ 라 하고, 점  $B_2$ 에서 두 변  $A_1D$ ,  $C_1D$ 에 내린 수선의 발을 각각  $A_2$ ,  $C_2$ 라 하자. 점  $B_2$ 를 지나고 두 변  $A_1B_1$ ,  $B_1C_1$ 에 동시에 접하는 원을  $O_1$ 이라 하고, 원  $O_1$ 이 두 변  $A_1B_1$ ,  $B_1C_1$ 에 접하는 점을 각각  $P_1$ ,  $Q_1$ 이라 할 때, 삼각형  $B_2P_1Q_1$ 의 내부에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자. 그림  $R_1$ 에서 정사각형  $A_2B_2C_2D$ 의 두 대각선의 교점을  $B_3$ 이라 하고, 점  $B_3$ 에서 두 변  $A_2D$ ,  $C_2D$ 에 내린 수선의 발을 각각  $A_3$ ,  $C_3$ 이라 하자. 점  $B_3$ 을 지나고 두 변  $A_2B_2$ ,  $B_2C_2$ 에 동시에 접하는 원을  $O_2$ 라 하고, 원  $O_2$ 가 두 변  $A_2B_2$ ,  $B_2C_2$ 에 접하는 점을 각각  $P_2$ ,  $Q_2$ 라 할 때, 삼각형  $B_3P_2Q_2$ 의 내부에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{4\sqrt{2}-4}{3}$
- ②  $\frac{4\sqrt{3}-5}{3}$
- ③  $\frac{8\sqrt{3}-8}{9}$
- ④  $\frac{4\sqrt{2}-3}{3}$
- ⑤  $\frac{5\sqrt{2}-3}{6}$

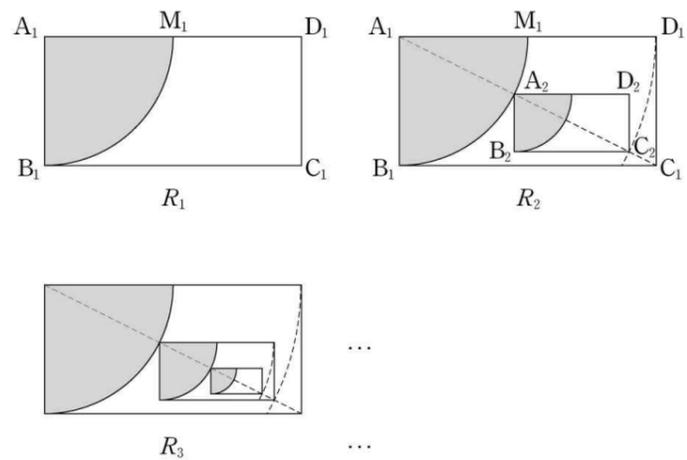
[2018학년도 4월 고3 전국연합학력평가 나형 18번]

39. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{3}$  인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P를 지나고 선분 OB와 평행한 직선이 선분 OA와 만나는 점을 Q라 하고  $\angle AOP = \theta$ 라 하자. 점 A를 지름의 한 끝점으로 하고 지름이 선분 AQ 위에 있으며 선분 PQ에 접하는 반원의 반지름의 길이를  $r(\theta)$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{r(\theta)}{\theta} = a + b\sqrt{3}$  이다.  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$  이고  $a, b$ 는 유리수이다.) [4점]



[2017학년도 사관학교 가형 29번]

40. 그림과 같이  $\overline{A_1D_1} = 2, \overline{A_1B_1} = 1$ 인 직사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 에서 선분  $A_1D_1$ 의 중점을  $M_1$ 이라 하자. 중심이  $A_1$ , 반지름의 길이가  $\overline{A_1B_1}$ 이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴  $A_1B_1M_1$ 을 그리고, 부채꼴  $A_1B_1M_1$ 에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자. 그림  $R_1$ 에서 부채꼴  $A_1B_1M_1$ 의 호  $B_1M_1$ 이 선분  $A_1C_1$ 과 만나는 점을  $A_2$ 라 하고, 중심이  $A_1$ , 반지름의 길이가  $\overline{A_1D_1}$ 인 원이 선분  $A_1C_1$ 과 만나는 점을  $C_2$ 라 하자. 가로와 세로의 길이의 비가 2 : 1이고 가로가 선분  $A_1D_1$ 과 평행한 직사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 직사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 에서 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 부채꼴에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{5}{16}\pi$
- ②  $\frac{11}{32}\pi$
- ③  $\frac{3}{8}\pi$
- ④  $\frac{13}{32}\pi$
- ⑤  $\frac{7}{16}\pi$

[2015학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 A형 18번]

정답지

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
①	⑤	②	25	③	15	①	③	③	16
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
③	40	③	②	①	③	25	④	20	⑤
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
16	②	60	①	⑤	8	100	②	23	⑤
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
8	②	③	⑤	②	18	④	①	5	①