

제 2 교시

수학 영역

Check 판별식과 이차방정식

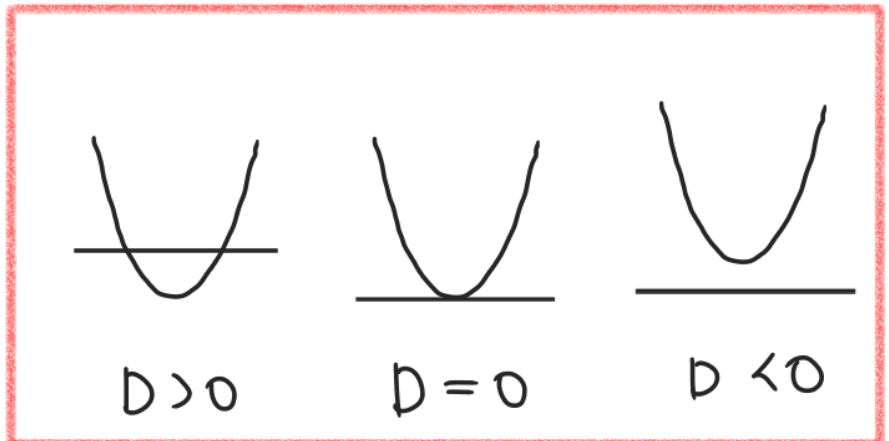
5지선다형

1. $3i + (1 - 2i)$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [2점]

- ① $1 - 3i$ ② $1 - 2i$ ③ $1 - i$ ④ 1 ⑤ $1 + i$

3. 이차함수 $y = x^2 + 4x + a$ 의 그래프가 x 축과 접할 때, 상수 a 의 값은? [2점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8



$$D = 16 - 4a = 0$$

$$a = 4$$

Check 정수 개수 세기

정수

$m \leq x \leq n \rightarrow n - m + 1$ 개

$m \leq x < n$) $m < x \leq n \rightarrow n - m$ 개

$m < x < n \rightarrow n - m - 1$ 개

2. 두 다항식 $A = 2x^2 + 3xy + 2y^2$, $B = x^2 + 5xy + 3y^2$ 에 대하여 $A - B$ 를 간단히 하면? [2점]

- ① $x^2 + 2xy - y^2$ ② $x^2 - 2xy - y^2$ ③ $x^2 - 2xy + y^2$
 ④ $-x^2 + 2xy + y^2$ ⑤ $-x^2 - 2xy - y^2$

4. 부등식 $|x - 2| < 3$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$|x - 2| < 3$$

$$-3 < x - 2 < 3$$

$$-1 < x < 5$$

5. x 의 값에 관계없이 등식

$$3x^2 + ax + 4 = bx(x-1) + c(x-1)(x-2)$$

가 항상 성립할 때, $a+b+c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)
[3점]

- ① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

$$x=1 \quad a+1=0, \quad a=-1$$

$$x=0 \quad 4=2c, \quad c=2$$

$$x=2 \quad 2a+16=2b, \quad b=1$$

$$=2$$

6. 두 복소수 $x = \frac{1-i}{1+i}$, $y = \frac{1+i}{1-i}$ 에 대하여 $x+y$ 의 값은?

(단, $i = \sqrt{-1}$) [3점]

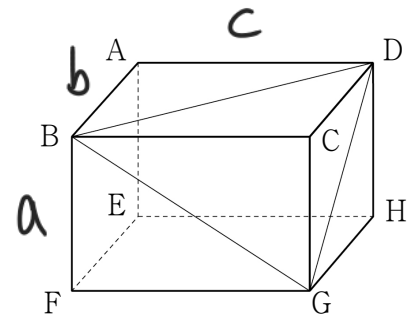
- ① $-4i$ ② $2i$ ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

$$x = \frac{(1-i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i$$

$$y = \frac{(1+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} = \frac{2i}{2} = i$$

7. 그림과 같이 겹넓이가 148이고, 모든 모서리의 길이의 합이 60인 직육면체 $ABCD-EFGH$ 가 있다.

$\overline{BG}^2 + \overline{GD}^2 + \overline{DB}^2$ 의 값은? [3점]



- ① 136 ② 142 ③ 148 ④ 154 ⑤ 160

$$148 = 2(ab+bc+ca)$$

$$\rightarrow ab+bc+ca = 74$$

$$60 = 4(a+b+c)$$

$$\rightarrow a+b+c = 15$$

$$\overline{BG}^2 + \overline{GD}^2 + \overline{DB}^2$$

$$= (a^2+c^2) + (a^2+b^2) + (b^2+c^2)$$

$$= 2(a^2+b^2+c^2)$$

$$= 2\{(a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca)\}$$

$$= 2(15^2 - 2 \times 74)$$

$$= 2(225 - 148)$$

$$= 450 - 296$$

$$= 154$$

Check 정수 개수 세기

정수
 $m \leq x \leq n \rightarrow n-m+1$ 개
 $m \leq x < n$
 $m < x \leq n \rightarrow n-m$ 개
 $m < x < n \rightarrow n-m-1$ 개

3

8. 다항식 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 6$ 을 $x-1$ 로 나누었을 때의 나머지는 4이다. $f(x+2)$ 가 $x-1$ 로 나누어떨어질 때, $b-a$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

$$f(x) = (x-1)Q_1(x) + 4$$

$$x=1 \quad f(1) = 4 = a+b+6$$

$$a+b = -3$$

$$f(x+2) = (x-1)Q_2(x)$$

$$x=1 \quad f(3) = 0 = 9a+3b+33$$

$$a = -4, b = 1$$

9. $x = -2+3i$, $y = 2+3i$ 일 때, $x^3 + x^2y - xy^2 - y^3$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [3점]

- ① 144 ② 150 ③ 156 ④ 162 ⑤ 168

$$x^3 - y^3 + x^2y - xy^2$$

$$= (x-y)(x^2 + xy + y^2) + xy(x-y)$$

$$\downarrow x-y = -4, xy = -13$$

$$= -4 \times \{ (x-y)^2 + 3xy \} - 13 \times (-4)$$

$$= -4 \times (16 - 39) - 4 \times (-13)$$

$$= -4 \times (-36)$$

$$= 144$$

10. 이차함수 $y = x^2 + 6x - 3$ 의 그래프와 직선 $y = kx - 7$ 이 만나지 않도록 하는 자연수 k 의 개수는? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$$x^2 + 6x - 3 = kx - 7$$

$$x^2 + (6-k)x + 4 = 0$$

$$D = (6-k)^2 - 16$$

$$= k^2 - 12k + 20 < 0$$

$$(k-2)(k-10) < 0$$

$$2 < k < 10$$

$$10 - 2 - 1 = 7 \text{ 개}$$

Check 짝수 판별식 $ax^2+2b'x+c=0$

4

$$D/4 = (b')^2 - ac$$

수학 영역

고 1

11. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2(m+a)x + m^2 + m + b = 0$ 이 실수 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 가질 때, $12(a+b)$ 의 값은?
(단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

$$\begin{aligned} D/4 &= (m+a)^2 - (m^2 + m + b) \\ &= \underbrace{(2a+1)m}_{=0} + \underbrace{a^2 - b}_{=0} = 0 \\ a &= \frac{1}{2} \quad b = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

Check 조립제법 안쓰고 인수분해하기

12. 삼차방정식 $x^3 + x - 2 = 0$ 의 서로 다른 두 허근을 α, β 라 할 때, $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{7}{2}$ ② $-\frac{5}{2}$ ③ $-\frac{3}{2}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

$$x=1 \quad 1^3 + 1 - 2 = 0$$

$$(x-1)(\underline{x^2+x+2}) = 0 \quad \alpha, \beta$$

$$\alpha + \beta = -1, \quad \alpha\beta = 2$$

$$\begin{aligned} \frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta} &= \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} \\ &= \frac{1 - 4}{2} \\ &= -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

13. 연립방정식 $\begin{cases} 2x-3y=-1 \\ x^2-2y^2=-1 \end{cases}$ 의 해를 $x=\alpha, y=\beta$ 라 할 때,
 $\alpha+\beta$ 의 값은? (단, $\alpha \neq \beta$) [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

$$\begin{cases} x = \frac{3}{2}y - \frac{1}{2} \\ x^2 - 2y^2 = -1 \end{cases}$$

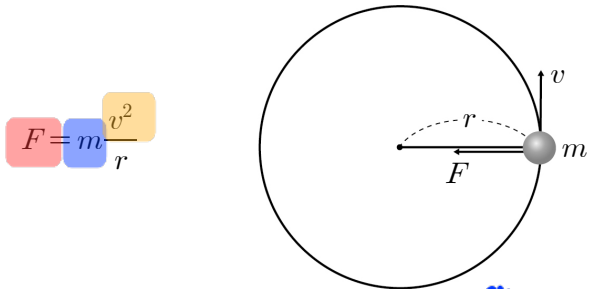
$$\left(\frac{3}{2}y - \frac{1}{2}\right)^2 - 2y^2 = -1$$

$$\frac{9}{4}y^2 - \frac{3}{2}y + \frac{1}{4} - 2y^2 = -1$$

$$y^2 - 6y + 5 = 0$$

$$y=1, x=1 \text{ 또는 } y=5, x=7$$

14. 물체가 등속 원운동을 하기 위해 원의 중심방향으로 작용하는 일정한 크기의 힘을 구심력이라 한다.
질량이 m 인 물체가 반지름의 길이가 r 인 원의 궤도를 따라 v 의 속력으로 등속 원운동을 할 때 작용하는 구심력의 크기 F 는 다음과 같다.



물체 A와 물체 B는 반지름의 길이가 각각 r_A, r_B 인 원의 궤도를 따라 등속 원운동을 한다.
물체 A의 질량은 물체 B의 질량의 3배이고, 물체 A의 속력은 물체 B의 속력의 $\frac{1}{2}$ 배이다. 물체 A와 물체 B의 구심력의

크기가 같을 때, $\frac{r_A}{r_B}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

$$F_A = m_A \frac{v_A^2}{r_A} \quad \text{--- ㉠}$$

$$F_B = m_B \frac{v_B^2}{r_B} \quad \text{--- ㉡}$$

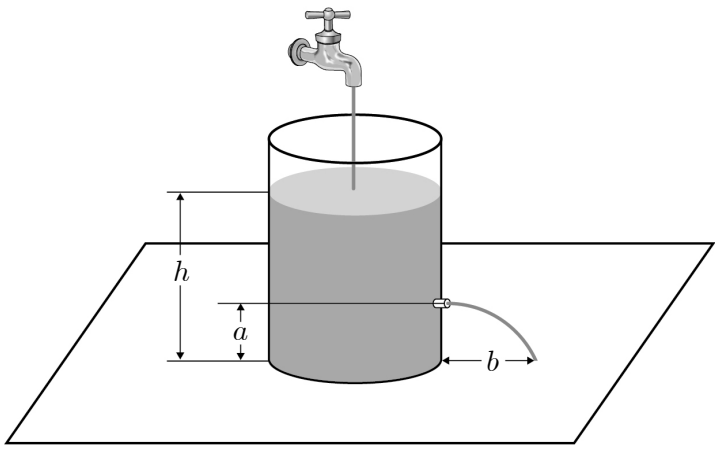
$$\text{㉠} \div \text{㉡} \quad 1 = 3 \times \frac{1}{4} \times \frac{r_B}{r_A}$$

$$\frac{r_A}{r_B} = \frac{3}{4}$$

15. 그림과 같이 윗면이 개방된 원통형 용기에 높이가 h 인 지점까지 물이 채워져 있다.
 용기에 충분히 작은 구멍을 뚫어 물을 흘려보내는 동시에 물을 공급하여 물의 높이를 h 로 유지한다. 구멍의 높이를 a , 구멍으로부터 물이 바닥에 떨어지는 지점까지의 수평거리를 b 라 하면 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$b = \sqrt{4a(h-a)} \quad (\text{단, } 0 < a < h)$$

$h=10$ 일 때, b^2 의 최댓값은? [4점]



- ① 64 ② 81 ③ 100 ④ 121 ⑤ 144

$$\begin{aligned} b^2 &= 4a(10-a) \\ &= -4a^2 + 40a \\ &= -4(a-5)^2 + 100 \end{aligned}$$

16. 최고차항의 계수가 1인 삼차다항식 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0)=0$

(나) $f(x)$ 를 $(x-2)^2$ 으로 나눈 나머지가 $2(x-2)$ 이다.

$f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$ 라 할 때, $Q(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

$$f(x) = (x-2)^2(x+a) + 2(x-2)$$

$$a=0, f(0)=0=4a-4$$

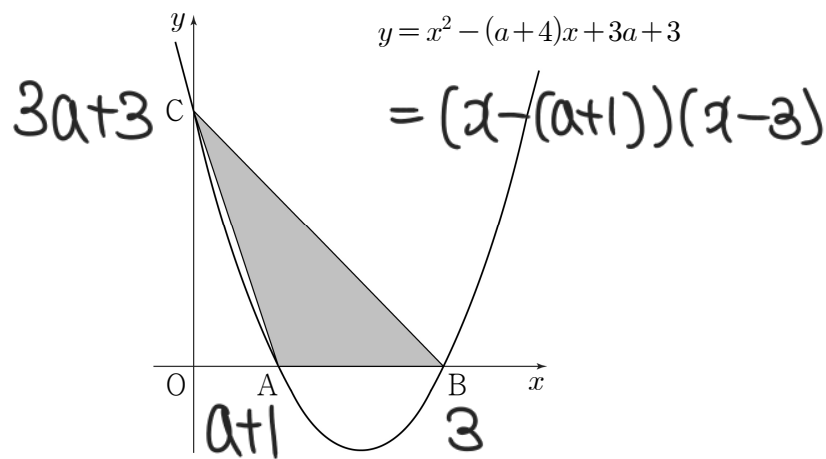
$$a=1$$

$$(x-2)^2(x+1) + 2(x-2) = (x-1)Q(x)$$

$$x=5 \quad 3^2 \times 6 + 2 \times 3 = 4Q(5)$$

$$Q(5) = 15$$

17. 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 - (a+4)x + 3a+3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B라 하고, y 축과 만나는 점을 C라 하자.



삼각형 ABC의 넓이의 최댓값은? (단, $0 < a < 2$) [4점]

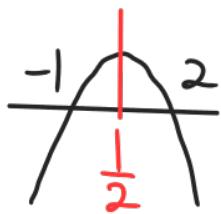
- ① $\frac{13}{4}$ ② $\frac{27}{8}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{29}{8}$ ⑤ $\frac{15}{4}$

$$S = \frac{1}{2} \times (2-a) \times (3a+3)$$

$$= -\frac{3}{2}(a-2)(a+1)$$

$$a = \frac{1}{2} \text{ 일 때 최댓값}$$

$$-\frac{3}{2} \times (-\frac{3}{2}) \times \frac{3}{2} = \frac{27}{8}$$



18. 다음은 2022^{10} 을 505로 나누었을 때의 나머지를 구하는 과정이다.

다항식 $(4x+2)^{10}$ 을 x 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라고 하면

$(4x+2)^{10} = xQ(x) + R$ 이다.

이때, $R = \boxed{\text{가}}$ 이다.

등식 $(4x+2)^{10} = xQ(x) + \boxed{\text{가}}$ 에

$x = 505$ 를 대입하면

$$2022^{10} = 505 \times Q(505) + \boxed{2} \text{ (가)}$$

$$= 505 \times \{Q(505) + \boxed{\text{나}}\} + \boxed{\text{다}}$$

따라서 2022^{10} 을 505로 나누었을 때의 나머지는

$\boxed{\text{다}}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a+b+c$ 의 값은? [4점]

- ① 1038 ② 1040 ③ 1042 ④ 1044 ⑤ 1046

Handwritten notes for problem 18:

$x=0, 2^{10}=R=a$

$1024 = 505 \times 2 + 14$

$505 \times Q(505) + 2^{10}$

$= 505 \times (Q(505) + 2) + 14$

$b=2, c=14$

19. 복소수 z 에 대하여 $z + \bar{z} = -1$, $z\bar{z} = 1$ 일 때,

$$\frac{\bar{z}}{z^5} + \frac{(\bar{z})^2}{z^4} + \frac{(\bar{z})^3}{z^3} + \frac{(\bar{z})^4}{z^2} + \frac{(\bar{z})^5}{z}$$

의 값은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.) [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

$z, \bar{z}$ 합 -1, 곱 1 이므로

$$z^2 + z + 1 = 0 \text{ 의 두근 } z, \bar{z}$$

$$(z-1)(z^2+z+1)=0, z^3=1 \text{ 이므로 } z^3=1, \bar{z}^3=1$$

$$z^2 = -z-1 \text{ 이므로 } z^2 = -\bar{z}-1 = \bar{z} \text{ (}\because z+\bar{z}=-1\text{)}$$

$$\text{마찬가지로 } \bar{z}^2 = -z-1 = z$$

$$\frac{\bar{z}}{z^5} + \frac{\bar{z}^2}{z^4} + \frac{1}{z^3} + \frac{\bar{z}}{z^2} + \frac{\bar{z}^2}{z}$$

$$= \frac{\bar{z}}{z} + \frac{z}{z} + \frac{1}{1} + \frac{\bar{z}}{z} + \frac{z}{z} = 5$$

$$(1-z+z^2)(1+z) = 2(1+z)$$

$$1+z^3 = 2z+2$$

$$z^3 = 2z+1$$

$$z^2 = z+1$$

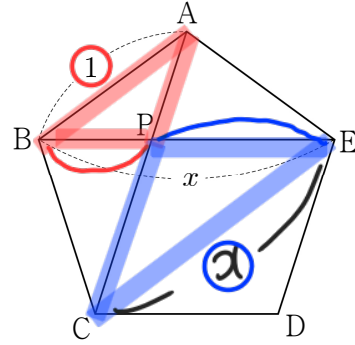
$$z^2 - z - 1 = 0$$

$$z = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

20. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정오각형 ABCDE가 있다.

두 대각선 AC와 BE가 만나는 점을 P라 하면

$\overline{BE} : \overline{PE} = \overline{PE} : \overline{BP}$ 가 성립한다.



답음비 1:α

대각선 BE의 길이를 x 라 할 때,

$$1 - x + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + x^6 - x^7 + x^8 = p + q\sqrt{5} \text{ 이다.}$$

$p+q$ 의 값은? (단, p, q 는 유리수이다.) [4점]

- ① 22 ② 23 ③ 24 ④ 25 ⑤ 26

$\triangle ABP, \triangle CEP$ 닮음비 1:α

$$\overline{BP} : \overline{PE} = 1 : \alpha, \overline{BP} = \frac{\alpha}{\alpha+1}, \overline{PE} = \frac{\alpha^2}{\alpha+1}$$

$$\overline{BE} : \overline{PE} = \overline{PE} : \overline{BP}, (\overline{PE})^2 = \overline{BE} \times \overline{BP}$$

$$\frac{\alpha^4}{(\alpha+1)^2} = \frac{\alpha}{\alpha+1} \times \alpha$$

$$\alpha^2 = \alpha+1, 1-\alpha+\alpha^2 = 2$$

$$(1-\alpha+\alpha^2) - \alpha^3(1-\alpha+\alpha^2) + \alpha^6(1-\alpha+\alpha^2)$$

$$= 2 \times (1 - \alpha^3 + \alpha^6)$$

$$= 2 \times (1 - (2\alpha+1) + (2\alpha+1)^2)$$

$$= 2 \times (4\alpha^2 + 2\alpha + 1)$$

$$= 2 \times (6\alpha + 5)$$

$$= 12\alpha + 10$$

$$= 12 \times \frac{1+\sqrt{5}}{2} + 10$$

$$= 6\sqrt{5} + 16$$

21. 두 이차함수 $f(x)$, $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(x)g(x)=(x^2-4)(x^2-9)$
(나) $f(\alpha)=f(\alpha+5)=0$ 인 실수 α 가 존재한다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- <보 기>
- ㄱ. $f(2)=0$ 일 때, $g(3)=0$ 이다.
ㄴ. $g(2)>0$ 일 때, $f(\frac{5}{2})<g(\frac{5}{2})$ 이다.
ㄷ. x 에 대한 방정식 $f(x)-g(x)=0$ 이 서로 다른 두 정수 m , n 을 근으로 가질 때, $|m+n|=5$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

(가) $x = \pm 2, \pm 3$

(나) ① $f(-3)=f(2)=0$ or ② $f(-2)=f(3)=0$
 $\rightarrow f(x)=a(x+3)(x-2) \rightarrow \begin{cases} f(x)=\frac{1}{a}(x+2)(x-3) \\ g(x)=\frac{1}{a}(x-3)(x+2) \end{cases}$
 $g(x)=\frac{1}{a}(x-3)(x+2) \quad f(x)=a(x-2)(x+3)$

① $f(2)=0$ 이면 ①번 경우, $g(3)=0$

② $g(2)>0$ 이면 ①번 경우, $g(2)=\frac{-6}{a}>0$
 $a<0$

$f(\frac{5}{2})-g(\frac{5}{2})=\frac{11}{4}a+\frac{9}{4}a=5a<0$

③ $f(x)-g(x)=0$

$\Leftrightarrow a(x+3)(x-2)-\frac{1}{a}(x-3)(x+2)=0$

$a^2(x^2+x-6)-(x^2-x-6)=0$

$(a^2-1)x^2+(a^2+1)x-6a^2+6=0$

두 근의 곱 $mn=-6=-1\times 6=-2\times 3=-3\times 2=-6\times 1$

$m+n=5, \cancel{1}, \cancel{-1}, -5$

* $\begin{cases} m+n=1 \text{ 이면 } \frac{a^2+1}{a^2-1}=-1, a^2=0 \rightarrow f, g \text{ 이차아니다.} \\ m+n=-1 \text{ 이면 } \frac{a^2+1}{a^2-1}=1 \rightarrow \text{불가} \end{cases}$

단답형

22. 다항식 $(x+4)(2x^2-3x+1)$ 의 전개식에서 x^2 의 계수를 구하시오. [3점]

$(x+4)(2x^2-3x+1)$
 $-3x^2$
 $8x^2$

5

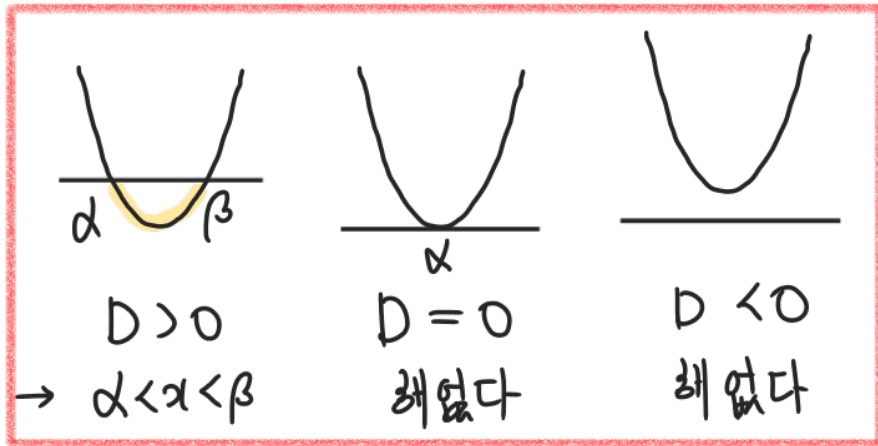
23. x 에 대한 이차방정식 $x^2+ax-4=0$ 의 두 근이 -4 , b 일 때, 두 상수 a , b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

합 $b-4=-a \quad a=3$

곱 $-4b=-4, \quad b=1$

4

24. x 에 대한 이차부등식 $x^2+8x+(a-6)<0$ 이 해를 갖지 않도록 하는 실수 a 의 최솟값을 구하시오. [3점]



$$D/4 = 16 - (a-6) \leq 0$$

$$a \geq 22$$

22

why 판별식의 판별식이 0인 이유?

25. x, y 에 대한 이차식 $x^2+kxy-3y^2+x+11y-6$ 이 x, y 에 대한 두 일차식의 곱으로 인수분해 되도록 하는 자연수 k 의 값을 구하시오. [3점]

2

$$x^2+(ky+1)x-3y^2+11y-6=0$$

$$D = (ky+1)^2 - 4(-3y^2+11y-6)$$

$$= (k^2+2)y^2+2(k-22)y+25$$

$$D/4 = (k-22)^2 - 25(k^2+2) = 0$$

$$-24k^2 - 44k + 22^2 - 25 \times 2 = 0$$

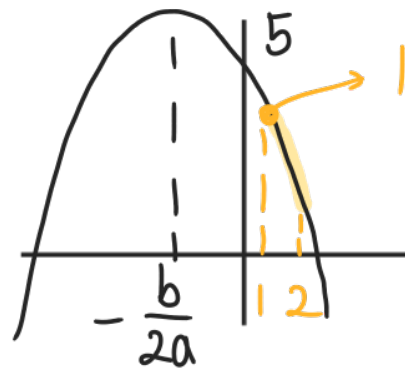
$$6k^2 + 11k - 46 = 0$$

$$(k-2)(6k+23) = 0 \quad k=2$$

26. 이차함수 $f(x)=ax^2+bx+5$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(-2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) a, b 는 음의 정수이다.

(나) $1 \leq x \leq 2$ 일 때, 이차함수 $f(x)$ 의 최댓값은 3이다.



$$M=3 = f(1) = a+b+5$$

$$a+b = -2$$

a, b 음의 정수이므로

$$a=b=-1$$

$$f(x) = -x^2 - x + 5$$

$$f(-2) = -4 + 2 + 5 = 3$$

3

$$x^2 + (2y+1)x - 3y^2 + 11y - 6 = 0$$

$$x^2 + (2y+1)x - (3y-2)(y-3) = 0$$

$$(x+3y-2)(x-(y-3)) = 0$$

$$x \text{ 근이 } x = -(3y-2), y-3 \text{ 이다}$$

↪ 일차식

↪ 근의 공식 쓰면

$$x = \frac{-(2y+1) \pm \sqrt{(2y+1)^2 - 4(-3y^2+11y-6)}}{2} = D$$

x 가 일차식이라면

D 가 완전 제곱식

∴ D 의 판별식 = 0.

27. $\left(\frac{\sqrt{2}}{1+i}\right)^n + \left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^n = 2$ 를 만족시키는 자연수 n 의 최솟값을 구하시오. (단, $i = \sqrt{-1}$) [4점]

$$\begin{array}{ccccccc} n & n=1 & n=2 & n=3 & n=4 \\ \left(\frac{\sqrt{2}}{1+i}\right) \rightarrow & \frac{\sqrt{2}}{1+i}, & -i & \frac{-\sqrt{2}i}{1+i} & -1 \\ & n=5 & n=6 & n=7 & \underline{n=8} \\ & -\frac{\sqrt{2}}{1+i}, & i & \frac{\sqrt{2}i}{1+i} & \textcircled{1} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^n \rightarrow & \begin{array}{ccc} n=1 & n=2 & n=3 \\ \frac{\sqrt{3}+i}{2} & \frac{1+\sqrt{3}i}{2} & i \end{array} \\ & \begin{array}{ccc} n=4 & n=5 & n=6 \\ \frac{\sqrt{3}i-1}{2} & \frac{i-\sqrt{3}}{2} & -1 \end{array} \\ & \underline{n=12} \text{ 일때 } \textcircled{1} \end{array}$$

8, 12의 최소공배수 24

24

28. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2ax - b = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $|\alpha - \beta| < 12$ 를 만족시키는 두 자연수 a, b 의 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. [4점]

$$\begin{aligned} \alpha + \beta &= -2a, \quad \alpha\beta = -b \\ (\alpha - \beta)^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta < 144 \\ 4a^2 + 4b &< 144 \\ a^2 + b &< 36 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a=1 : b < 35 &\rightarrow 34 \text{ 개} \\ a=2 : b < 32 &\rightarrow 31 \text{ 개} \\ a=3 : b < 27 &\rightarrow 26 \text{ 개} \\ a=4 : b < 20 &\rightarrow 19 \text{ 개} \\ a=5 : b < 11 &\rightarrow 10 \text{ 개} \end{aligned}$$

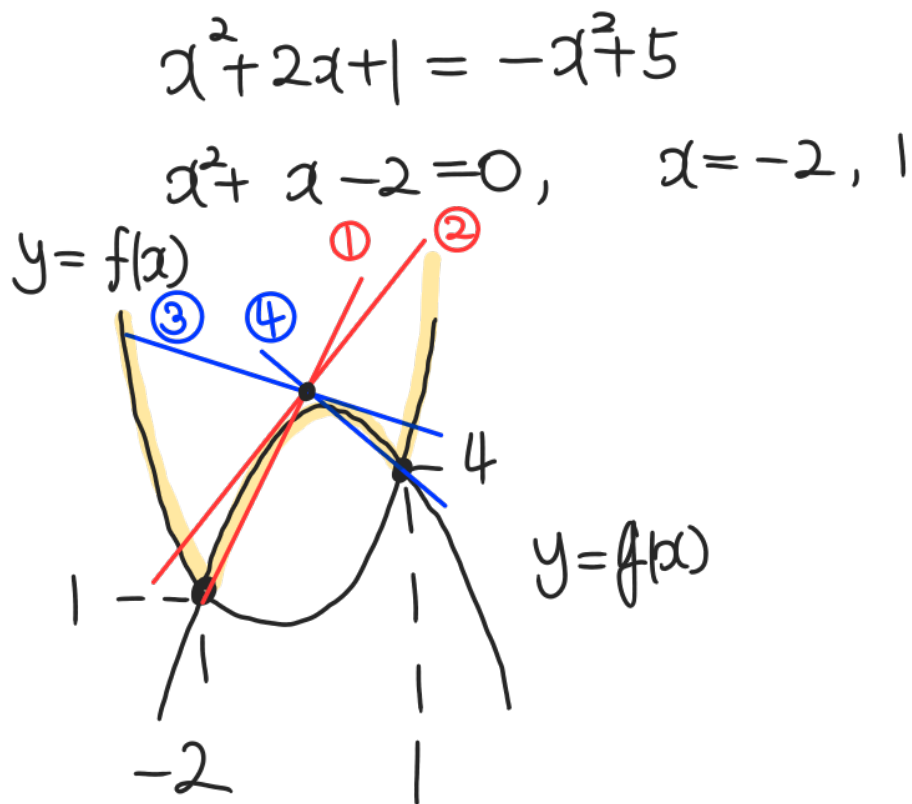
120

29. 두 이차함수 $f(x)=x^2+2x+1$, $g(x)=-x^2+5$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 1) \\ g(x) & (-2 < x < 1) \end{cases}$$

이라 하자.

직선 $y=mx+6$ 과 $y=h(x)$ 의 그래프가 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 모든 실수 m 의 값의 합을 S 라 할 때, $10S$ 의 값을 구하시오. [4점]



① $y=mx+6$ $(-2, 1)$ 지날 때 $m=\frac{5}{2}$

②, ③ $y=mx+6$ 이 $y=-x^2+5$ 에 접할 때

$$x^2+mx+1=0, \quad D=m^2-4=0, \quad \text{② } m=2, \quad \text{③ } m=-2$$

④ $y=mx+6$ 이 $(1, 4)$ 지날 때 $m=-2$

③ ④ m 값이 같다, 이때

↪ 고점 2개이다.

따라서 $m=\frac{5}{2}, 2$

$$S=\frac{9}{2}$$

$$10S=45$$

$$\boxed{45}$$

Check $x^2+x+1=0$ 의 근 ω 의 성질

30. 5이상의 자연수 n 에 대하여 다항식

$$P_n(x)=(1+x)(1+x^2)(1+x^3)\cdots(1+x^{n-1})(1+x^n)-64$$

가 x^2+x+1 로 나누어떨어지도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점]

$$(1+x)(1+x^2)\cdots(1+x^n)-64$$

$$= (x^2+x+1)Q(x) \\ = 0 \text{ 의 근 } \omega, \bar{\omega} \text{라 하자}$$

$$\begin{cases} \omega^2+\omega+1=0 \\ \omega^3=1 \\ \omega^2=-\omega-1=\bar{\omega} \\ \omega\bar{\omega}=1 \end{cases}$$

$$x=\omega \text{ 대입}$$

$$(1+\omega)(1+\omega^2)(1+\omega^3)\cdots(1+\omega^n)-64=(\omega^2+\omega+1)Q(\omega)=0$$

$$\text{① } 1+\omega^3, \text{ ② } 1+\omega^6, \text{ ③ } 1+\omega^9, \text{ ④ } 1+\omega^{12}, \text{ ⑤ } 1+\omega^{15}, \text{ ⑥ } 1+\omega^{18}, \text{ ⑦ } 1+\omega^{21}, \text{ ⑧ } 1+\omega^{24}, \text{ ⑨ } 1+\omega^{27}, \text{ ⑩ } 1+\omega^{30}$$

$$(-\bar{\omega} \cdot \omega \cdot 2) \times (-\bar{\omega} \cdot \omega \cdot 2) \times \cdots (-\bar{\omega} \cdot \omega \cdot 2) \times (-\bar{\omega} \cdot \omega \cdot 2) = 2^6$$

($1+\omega^{18}$ 까지 곱하면 64) | 이므로 더 곱해도 64

$$n=18 \text{ 또는 } n=20$$

$$\text{합은 } 38$$

$$\boxed{38}$$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.