제 2 교시

2022학년도 6월 평가원 대비 헥사곤 모의고사 문제지

수학 영역

성명		수험 번호						-				

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

확통 혐오를 멈춰주세요

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고 하시오. 배점은 2점, 3점, 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

○ 공통과목 ····· 1~8 쪽

○ 선택과목

확률과 통계 ····· 9~12 쪽

미적분 ····· 13~16 쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

TEAM HEXAGON

출제진 (TEAM HEXAGON)

- HeavyBass
- 증류수
- 메리
- Quicktime
- 정연

검토진

- 엣지
- Pabloff

모든 문항의 저작권은 TEAM HEXAGON에 있으며,
본 모의고사의 무단 사용, 수정, 재배포를 일체 금합니다.

모의고사 사용 및 기타 문의사항은
nuclearx12@naver.com으로 보내주시기 바랍니다.

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\cos\theta=\frac{3}{5}$일 때, $\tan\theta$의 값은? (단, $0<\theta<\frac{\pi}{2}$) [2점]

① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

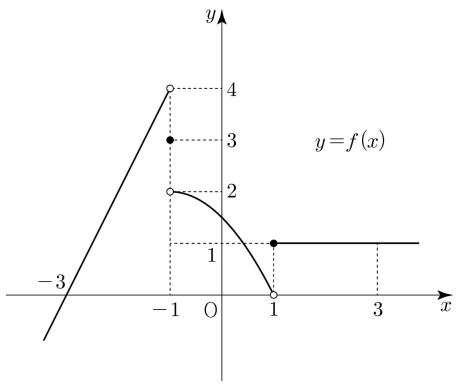
2. $f(x)=x^3-2x^2$일 때, $f'(2)$의 값은? [2점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

3. $\int_{-1}^{2}(4x^3+6x)dx$의 값은? [3점]

① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

4. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음과 같다.



$\lim_{x\to-1+}f(x)+\lim_{x\to1-}f(x)$의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 첫째항이 0이 아니고 공비가 2인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자. 자연수 m에 대하여 세 수

$$a_m,\ S_m,\ a_{m+1}$$

이 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, m의 값은? [3점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

6. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=x^3+x$이고 $f(1)=1$일 때, $f(3)$의 값은? [3점]

① 22 ② 23 ③ 24 ④ 25 ⑤ 26

7. $0 \le x \le 2\pi$일 때, 방정식

$$(\cos x-1)^2+(\sin x-1)^2=1$$

의 모든 해의 합은? [3점]

① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{3}{2}\pi$ ④ 2π ⑤ $\frac{5}{2}\pi$

8. $a>1$인 실수 a에 대하여 곡선 $y=\log_a x$와 원 $(x-1)^2+y^2=1$의 두 교점을 각각 A, B라 하자. $\angle OBA=\frac{\pi}{6}$일 때, a의 값은? (단, 점 A의 x좌표는 점 B의 x좌표보다 작고, O는 원점이다.) [3점]

① $4^{\frac{1}{3}}$ ② $4^{\frac{\sqrt{2}}{3}}$ ③ $4^{\frac{\sqrt{3}}{3}}$ ④ $4^{\frac{2}{3}}$ ⑤ $4^{\frac{\sqrt{5}}{3}}$

9. 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 a의 개수는? [4점]

(가) $\log_2 a$의 값은 100 이하의 자연수이다.
(나) $a^{\frac{1}{k}}$이 자연수가 되도록 하는 자연수 k의 개수는 홀수이다.

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

10. 상수 a에 대하여 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$를

$$f(x)=2x(x-a),\ g(x)=x\int_0^x f(t)dt$$

라 하자. $g'(a)=9$일 때, $f'(a)$의 값은? [4점]

① -6 ② -2 ③ 2 ④ 6 ⑤ 10

11. 수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$$a_n=(2n+1)\times 2^n\times n!$$

이다. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = 2^{n+1}\times(n+1)!-2 \quad \cdots\cdots \ (*)$$

임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(ⅰ) $n=1$일 때, (좌변)=(우변)=$\boxed{\text{(가)}}$이므로 $(*)$이 성립한다.

(ⅱ) $n=m$일 때, $(*)$이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^{m} a_k = 2^{m+1}\times(m+1)!-2$$

이다. $n=m+1$일 때,

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{m+1} a_k &= 2^{m+1}\times(m+1)!-2+\boxed{\text{(나)}}\\ &= 2^{m+1}\times(m+1)!\times\boxed{\text{(다)}}-2\\ &= 2^{m+2}\times(m+2)!-2\end{aligned}$$

이다. 따라서 $n=m+1$일 때도 $(*)$이 성립한다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} a_k = 2^{n+1}\times(n+1)!-2$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p라 하고, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$이라 할 때, $\dfrac{f(3)}{p\times g(10)}$의 값은? [4점]

① 18 ② 20 ③ 22 ④ 24 ⑤ 26

12. 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $f(x)$가 있다. 실수 m에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프가 직선 $y=m(x-2)$와 만나는 점의 개수를 $g(m)$이라 할 때, 두 함수 $f(m)$, $g(m)$은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(m)$은 $m=2$에서 불연속이다.
(나) 함수 $f(m)g(m)$은 실수 전체의 집합에서 연속이다.

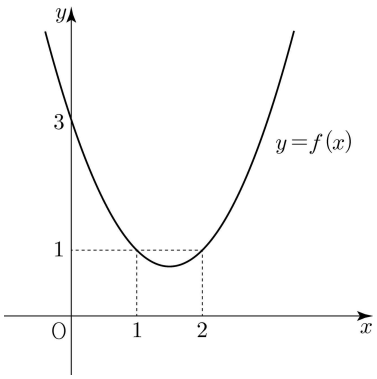
$f(4)$의 값은? [4점]

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

13. 이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음과 같을 때, x에 대한 부등식

$$\left\{\frac{1}{f(x)}\right\}^{f(x)} \le \{f(x)\}^{p}$$

의 해가 모든 실수가 되도록 하는 실수 p의 값은? [4점]



① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 실수 k의 집합은 $\{2\}$이다.

> $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{f(x-k)}$의 값이
> 존재하지 <u>않도록</u> 하는 실수 a의 개수는 1이다.

$f(0)=16$일 때, $f(1)$의 값은? [4점]

① 45 ② 50 ③ 55 ④ 60 ⑤ 65

15. 원점에서 출발하는 두 점 P, Q가 각각 x축과 y축 위를 움직인다. 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 점 P, Q의 속도를 각각 $f(t)$, $g(t)$라 할 때, 상수 k에 대하여 두 함수 $f(t)$, $g(t)$가

$$f(t) = 3t^2 + kt + 2\,, \quad g(t) = 2$$

이다. 두 점 P, Q가 다음 조건을 만족시킬 때, 시각 $t = 4$에서 점 P의 가속도의 크기는? (단, O는 원점이다.) [4점]

시각 $t = \alpha$에서 삼각형 OPQ가 이등변삼각형이 되도록 하는 양수 α의 개수는 2이다.

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

단답형

16. 함수 $y = 2\sin x + 3$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M + 2m$의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $y = x^3 + 6x^2 + 3$의 극댓값을 구하시오. [3점]

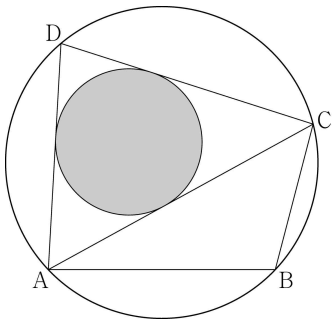
18. 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 모든 자연수 n에 대하여

$$S_{n+1}=2S_n+3$$

이 성립한다. a_3의 값을 구하시오. [3점]

19. 곡선 $y=x^2-2$와 함수 $y=|x|$의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 k라 할 때, $12k$의 값을 구하시오. [3점]

20. 그림과 같이 $\overline{BC}=4$이고 $\cos(\angle ABC)=-\frac{1}{4}$인 삼각형 ABC에 외접하는 원 위의 점 D를 $\overline{CD}=7$, $\angle ACB=\angle ACD$가 되도록 잡을 때, 삼각형 ADC에 내접하는 원의 넓이는 $\frac{q}{p}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



21. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 수열 $\{|a_n|\}$은 등차수열이다.

(나) 모든 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{4n-3} a_k = 1$이다.

수열 $\{a_n\}$의 항들을 첫째항 a_1부터 차례로 나열할 때, m번째로 양수인 수를 b_m이라 하자. $\sum_{k=1}^{7} b_k = 85$일 때, $|a_7|$의 값을 구하시오. (단, m은 자연수이다.) [4점]

22. $f(0)=0$이고 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x) = \int_0^{f'(x)} f(t)dt$$

라 하자. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=0$의 실근은 모두 음이 아닌 실수이다.

(나) $\{x|f(x)=0\} \subset \{x|g(x)=0\}$

$f(2)$의 값으로 가능한 모든 값의 합을 S라 할 때, $3S$의 값을 구하시오. [4점]

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. 다항식 $(x+2)^6$의 전개식에서 x^4의 계수는? [2점]

① 30 ② 40 ③ 50 ④ 60 ⑤ 70

24. 2 이상의 자연수 n에 대하여 ${}_nP_2 = {}_nH_2$일 때, n의 값은? [3점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

25. 두 사건 A와 B는 서로 독립이고

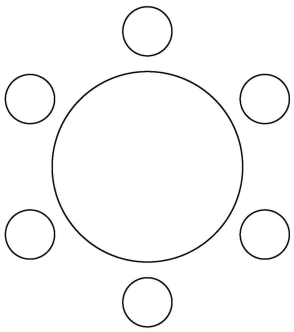
$$\mathrm{P}(A|B)=\frac{1}{3},\quad \mathrm{P}(A\cup B)=\frac{5}{6}$$

일 때, $\mathrm{P}(B)$의 값은? [3점]

① $\frac{7}{12}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

26. 세 학생 A, B, C를 포함한 6명의 학생이 있다. 이 6명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, 세 학생 A, B, C가 모두 이웃하여 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

① 12 ② 18 ③ 24 ④ 30 ⑤ 36



27. 주사위를 세 번 던져 나온 눈의 수를 차례대로 a, b, c라 할 때, $a+b=c$일 확률은? [3점]

① $\frac{5}{72}$ ② $\frac{2}{27}$ ③ $\frac{17}{216}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{19}{216}$

28. 숫자 1, 2, 3 중에서 중복을 허락하여 여섯 개를 다음 조건을 만족시키도록 선택한 후, 일렬로 나열하여 만들 수 있는 모든 여섯 자리 자연수의 개수는? [4점]

선택되는 여섯 개의 자연수의 합은 홀수이다.

① 360 ② 364 ③ 368 ④ 372 ⑤ 376

단답형

29. 상자 안에 1, 1, 2, 3, 3이 하나씩 적힌 5개의 공이 있다. 상자에서 임의로 공 2개를 뽑아 숫자를 확인한 후 다음과 같이 시행한다.

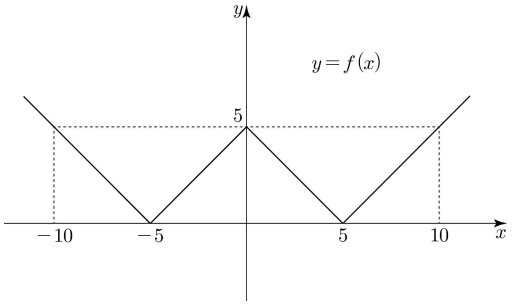
> (i) 뽑은 공에 적힌 숫자가 서로 같으면 두 공 중 하나만 상자에 다시 넣고 나머지 하나는 상자에 넣지 않는다.
> (ii) 뽑은 공에 적힌 숫자가 서로 다르면 두 공 중 큰 숫자가 적힌 공은 상자에 다시 넣고 작은 숫자가 적힌 공은 상자에 넣지 않는다.

같은 방식으로 총 2회 시행한 후 상자 안에 남아있는 3개의 공 중 2가 적힌 공이 있을 때, 상자 안에 3이 적힌 공이 하나만 남아있을 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 함수 $f(x)=||x|-5|$에 대하여

$$f(a)+f(b)+f(c)=5$$

를 만족시키는 세 정수 a, b, c의 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수를 구하시오. [4점]



제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x}{x+2}\right)^x$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{e^2}$ ② $\frac{1}{\sqrt{e}}$ ③ 1 ④ $\sqrt{e}$ ⑤ e^2

24. 곡선 $y=x\ln x+\frac{1}{6}x^3+ax^2\,(x>0)$의 변곡점이 존재하도록 하는 정수 a의 최댓값은? [3점]

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

25. $\tan\left(\frac{\pi}{4}+\theta\right)=4\tan\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)$일 때, $\tan\theta$의 값은?

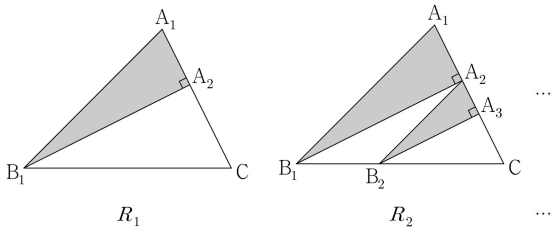
(단, $\frac{\pi}{4}<\theta<\frac{\pi}{2}$) [3점]

① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

26. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=4\sqrt{2}$, $\overline{B_1C}=6$이고 $\angle A_1B_1C=\frac{\pi}{4}$인 삼각형 A_1B_1C가 있다. 점 B_1에서 선분 A_1C에 그은 수선의 발을 A_2라 할 때, 삼각형 $A_1B_1A_2$를 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 선분 B_1C 위의 점 B_2를 선분 A_1B_1과 A_2B_2가 평행하도록 잡고, 점 B_2에서 선분 A_1C에 그은 수선의 발을 A_3이라 할 때, 삼각형 $A_2B_2A_3$을 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [3점]



R_1 R_2

① 7 ② $\frac{15}{2}$ ③ 8 ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ 9

27. $f(0)=f\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$이고 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=|f(x)|\cos x$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $g'(\pi)$의 값은? [3점]

① $-2\pi^2$ ② $-\pi^2$ ③ 0 ④ π^2 ⑤ $2\pi^2$

28. 1보다 큰 상수 p에 대하여 수열 $\{a_n\}$을

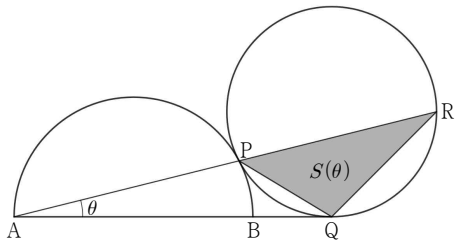
$$a_n=3\cdot\left(\frac{1}{p}\right)^{n-1}-\frac{p}{n(n+1)}$$

라 하고, 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. 상수 k에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{na_n}=k$일 때, $p-k$의 값은? (단, $\lim_{n\to\infty}\frac{n^2}{p^n}=0$) [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

단답형

29. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 점 P를 $\angle PAB=\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{4}\right)$가 되도록 잡고, 선분 AB의 연장선 위의 점 Q에 대하여 두 점 P와 Q에서 이 반원과 직선 AB에 동시에 접하는 원이 직선 AP와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 R라 하자. 삼각형 PQR의 넓이를 $S(\theta)$라 할 때, $\lim\limits_{\theta\to\frac{\pi}{4}-}\left\{S(\theta)\times\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)^3\right\}=a$이다, $60a$의 값을 구하시오. (단, $\overline{AB}<\overline{AQ}$) [4점]



30. 양수 a에 대하여 다음 조건을 만족시키는 실수 k의 최솟값을 $f(a)$라 하자.

모든 양수 x에 대하여 $kx\geq x-e^{-x}+1-a$이다.

$f'(2)-f'\left(1-\frac{2}{e}\right)$의 값을 구하시오. [4점]

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.