

제 2 교시

수학 영역

출수형

5지선다형

1. $\frac{3^{\sqrt{5}+1}}{3^{\sqrt{5}-1}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\sqrt{3}$ ③ 3 ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ 9

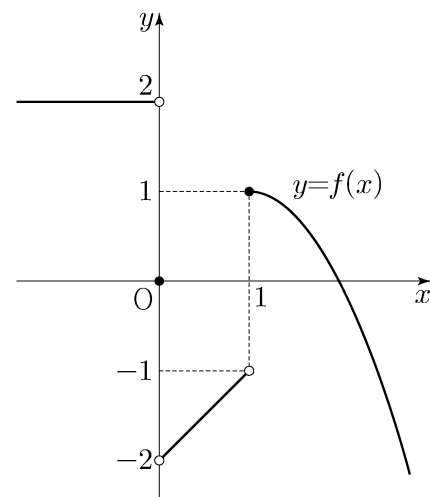
2. $\int_{-1}^1 (x^3 + a) dx = 4$ 일 때, 상수 a 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 함수 $y = 2^x$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동한 그래프가 점 $(-1, 2)$ 를 지날 때, 상수 m 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) - \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

5. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin\theta \cos\theta = -\frac{12}{25}$ 일 때,

$\sin\theta - \cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{4}{5}$ ② 1 ③ $\frac{6}{5}$ ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{8}{5}$

6. 다항함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = 3x^2 - kx + 1, \quad f(0) = f(2) = 1$$

을 만족시킬 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

7. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x-4 & (x < a) \\ x+3 & (x \geq a) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $|f(x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

8. 함수 $y = 6 \sin \frac{\pi}{12} x$ ($0 \leq x \leq 12$)의 그래프와 직선 $y = 3$ 이
만나는 두 점을 각각 A, B라 할 때, 선분 AB의 길이는? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

10. $\frac{1}{2} < \log a < \frac{11}{2}$ 인 양수 a 에 대하여 $\frac{1}{3} + \log \sqrt{a}$ 의 값이
자연수가 되도록 하는 모든 a 의 값의 곱은? [4점]

- ① 10^{10} ② 10^{11} ③ 10^{12} ④ 10^{13} ⑤ 10^{14}

9. 원점을 지나고 곡선 $y = -x^3 - x^2 + x$ 에 접하는 모든 직선의
기울기의 합은? [4점]

- ① 2 ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ 3

11. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

방정식 $f(x)=9$ 는 서로 다른 세 실근을 갖고,
이 세 실근은 크기 순서대로 등비수열을 이룬다.

$f(0)=1$, $f'(2)=-2$ 일 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

12. $0 < a < b$ 인 모든 실수 a, b 에 대하여

$$\int_a^b (x^3 - 3x + k) dx > 0$$

이 성립하도록 하는 실수 k 의 최솟값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

13. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.
다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{S_k}{k!} = \frac{1}{(n+1)!}$$

이 성립할 때, $\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k}$ 을 구하는 과정이다.

$n=1$ 일 때, $a_1 = S_1 = \frac{1}{2}$ 이므로 $\frac{1}{a_1} = 2$ 이다.

$n=2$ 일 때, $a_2 = S_2 - S_1 = -\frac{7}{6}$ 이므로 $\sum_{k=1}^2 \frac{1}{a_k} = \frac{8}{7}$ 이다.

$n \geq 3$ 인 모든 자연수 n 에 대하여

$$\frac{S_n}{n!} = \sum_{k=1}^n \frac{S_k}{k!} - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{S_k}{k!} = -\frac{\text{(가)}}{(n+1)!}$$

즉, $S_n = -\frac{\text{(가)}}{n+1}$ 이므로

$$a_n = S_n - S_{n-1} = -\left(\frac{\text{(나)}}{\text{(나)}}\right)$$

이다. 한편 $\sum_{k=3}^n k(k+1) = -8 + \sum_{k=1}^n k(k+1)$ 이므로

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k} &= \frac{8}{7} - \sum_{k=3}^n k(k+1) \\ &= \frac{64}{7} - \frac{n(n+1)}{2} - \sum_{k=1}^n \text{(다)} \\ &= -\frac{1}{3}n^3 - n^2 - \frac{2}{3}n + \frac{64}{7} \end{aligned}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$, $h(k)$ 라 할 때, $f(5) \times g(3) \times h(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t 에서의 가속도가

$$a(t) = 3t^2 - 12t + 9 \quad (t \geq 0)$$

이고, 시각 $t=0$ 에서의 속도가 k 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. 구간 $(3, \infty)$ 에서 점 P의 속도는 증가한다.
 ㄴ. $k=-4$ 이면 구간 $(0, \infty)$ 에서 점 P의 운동 방향이 두 번 바뀐다.
 ㄷ. 시각 $t=0$ 에서 시각 $t=5$ 까지 점 P의 위치의 변화량과 점 P가 움직인 거리가 같도록 하는 k 의 최솟값은 0이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$\sum_{k=1}^{100} a_k$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때,

$M - m$ 의 값은? [4점]

(가) $a_5 = 5$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 6 & (a_n \geq 0) \\ -2a_n + 3 & (a_n < 0) \end{cases}$$

이다.

- ① 64 ② 68 ③ 72 ④ 76 ⑤ 80

단답형

16. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 = 7$, $a_2 + a_5 = 16$ 일 때,

a_{10} 의 값을 구하십시오. [3점]

17. 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 $f(1) = 2$, $f'(1) = 4$ 를 만족시킬 때,

함수 $g(x) = (x+1)f(x)$ 의 $x = 1$ 에서의 미분계수를 구하십시오.

[3점]

18. 두 양수 x, y 가

$$\log_2(x+2y)=3, \quad \log_2 x + \log_2 y = 1$$

을 만족시킬 때, x^2+4y^2 의 값을 구하시오. [3점]

19. 실수 k 에 대하여 함수 $f(x) = x^4 + kx + 10$ 이 $x=1$ 에서
극값을 가질 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 공차가 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

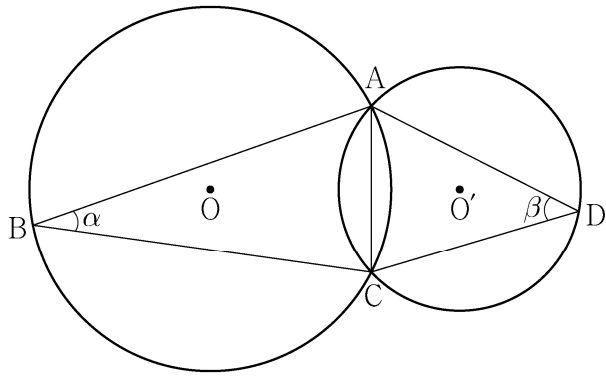
$$a_3 + a_5 = 0, \quad \sum_{k=1}^6 (|a_k| + a_k) = 30$$

일 때, a_9 의 값을 구하시오. [4점]

21. 그림과 같이 한 평면 위에 있는 두 삼각형 ABC , ACD 의 외심을 각각 O , O' 이라 하고 $\angle ABC = \alpha$, $\angle ADC = \beta$ 라 할 때,

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{3}{2}, \quad \cos(\alpha + \beta) = \frac{1}{3}, \quad \overline{OO'} = 1$$

이 성립한다. 삼각형 ABC 의 외접원의 넓이가 $\frac{q}{p}\pi$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



22. 함수

$$f(x) = x^3 - 3px^2 + q$$

가 다음 조건을 만족시키도록 하는 25 이하의 두 자연수 p , q 의 모든 순서쌍 (p, q) 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) 함수 $|f(x)|$ 가 $x=a$ 에서 극대 또는 극소가 되도록 하는 모든 실수 a 의 개수는 5이다.
- (나) 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 함수 $|f(x)|$ 의 최댓값과 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 함수 $|f(x)|$ 의 최댓값은 같다.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

출수형

5지선다형

23. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(80, \frac{1}{8}\right)$ 을 따를 때, $E(X)$ 의 값은? [2점]

- ① 10
- ② 12
- ③ 14
- ④ 16
- ⑤ 18

24. $\left(x^5 + \frac{1}{x^2}\right)^6$ 의 전개식에서 x^2 의 계수는? [3점]

- ① 3
- ② 6
- ③ 9
- ④ 12
- ⑤ 15

25. 두 사건 A, B 에 대하여 A^C 과 B 는 서로 배반사건이고,

$$P(A) = \frac{1}{2}, \quad P(A \cap B^C) = \frac{2}{7}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^C 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{5}{28}$ ② $\frac{3}{14}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{2}{7}$ ⑤ $\frac{9}{28}$

26. 확률변수 X 가 정규분포 $N(m, 10^2)$ 을

따르고 $P(X \leq 50) = 0.2119$ 일 때,
 m 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를
 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.6	0.2257
0.7	0.2580
0.8	0.2881
0.9	0.3159

- ① 55 ② 56 ③ 57 ④ 58 ⑤ 59

27. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수는? [3점]

- (가) $f(1) + f(2) + f(3) \geq 3f(4)$
 (나) $k = 1, 2, 3$ 일 때 $f(k) \neq f(4)$ 이다.

- ① 41 ② 45 ③ 49 ④ 53 ⑤ 57

28. 1부터 10까지의 자연수 중에서 임의로 서로 다른 3개의 수를 선택한다. 선택한 세 개의 수의 곱이 짝수일 때, 그 세 개의 수의 합이 3의 배수일 확률은? [4점]

- ① $\frac{14}{55}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{19}{55}$ ④ $\frac{43}{110}$ ⑤ $\frac{24}{55}$

단답형

29. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d) 의 개수를 구하시오. [4점]

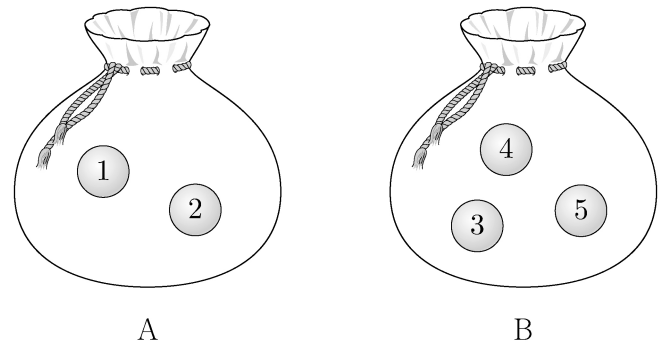
- (가) $a+b+c+d=12$
- (나) $a \neq 2$ 이고 $a+b+c \neq 10$ 이다.

30. 주머니 A에는 숫자 1, 2가 하나씩 적혀 있는 2개의 공이 들어 있고, 주머니 B에는 숫자 3, 4, 5가 하나씩 적혀 있는 3개의 공이 들어 있다. 다음의 시행을 3번 반복하여 확인한 세 개의 수의 평균을 \bar{X} 라 하자.

두 주머니 A, B 중 임의로 선택한 하나의 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 꺼낸 주머니에 다시 넣는다.

$P(\bar{X}=2) = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.