$f(x)\left\{\frac{1}{x+1}-f(x)\right\}=f'(x)$

양변을 $\{f(x)\}^2$ 으로 나누면

$\frac{1}{f(x)\times(x+1)}-1=\frac{f'(x)}{\{f(x)\}^2}$

$g(x)=\frac{1}{f(x)}$

$g(x)\times\frac{1}{x+1}-1=-g'(x)$

위 식에 $x=1$을 대입하면

$g'(1)+\frac{1}{2}g(1)=1$

$\therefore$ ㄱ (참)

$g(x)+g'(x)\times(x+1)=x+1$

양변을 부정적분하면

$g(x)\times(x+1)=\frac{1}{2}x^2+x+C$ (단, C는 적분상수이다.)

$h(x)=\frac{x+1}{f(x)}=(x+1)\times g(x)$

$\therefore$ $h'(x)=x+1$

$h'(2)=3$

$\therefore$ ㄴ (거짓)

$g(x)\times(x+1)=\frac{1}{2}x^2+x+C$, $g(x)=\frac{1}{f(x)}$

$f(x)=\frac{x+1}{\frac{1}{2}x^2+x+C}$

함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속이므로 $\frac{1}{2}x^2+x+C>0$이어야 한다.

$\therefore$ $C>\frac{1}{2}$

$f(2)=\frac{3}{4+C}<\frac{2}{3}$

$\therefore$ ㄷ (참)

$\therefore$ ㄱ, ㄷ