5. 도함수의 활용

#68p Level2 7번 삼차함수 비율관계

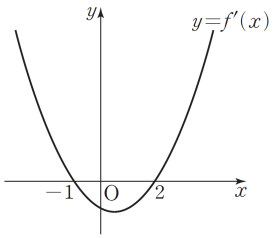
#69p Level3 1번 $[t, t+1]$에서 최댓값 함수 그리기

#69p Level3 2번 $y=q$에 대한 대칭을 나타내는 식

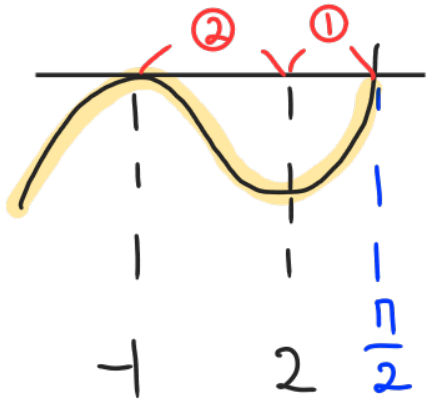
#69p Level3 3번 절댓값과 미분가능성

#68p Level2 7번 삼차함수 비율관계

삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $y=f'(x)$의 그래프는 그림과 같다. $x \le a$인 모든 실수 x에 대하여 부등식 $f(x) \le f(-1)$이 성립하도록 하는 실수 a의 최댓값은?



$\frac{7}{2}$

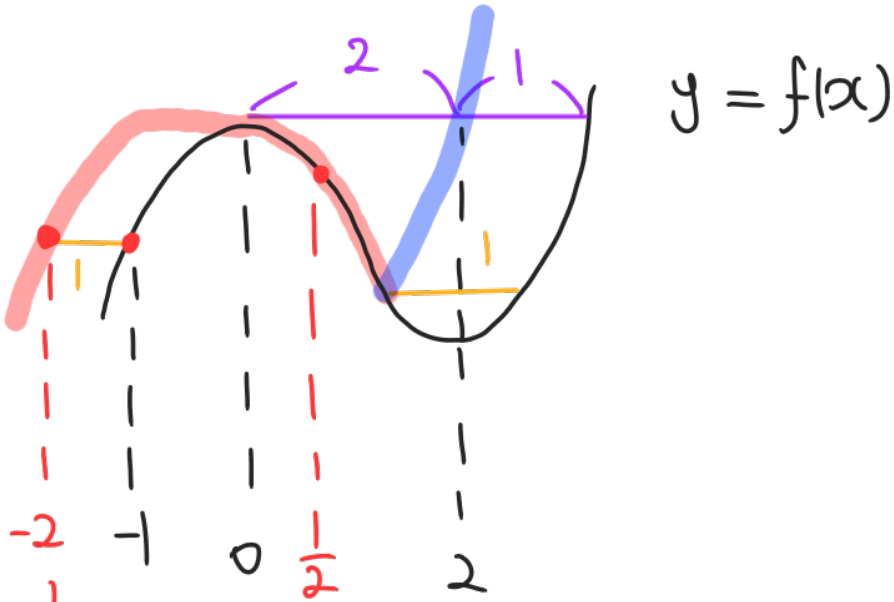


#69p Level3 1번 $[t, t+1]$에서 최댓값 함수 그리기

실수 t에 대하여 닫힌구간 $[t, t+1]$에서 함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2+2$의 최댓값을 $g(t)$라 할 때, $g'(-2)+g'\left(\frac{1}{2}\right)$의 값은?

$f'(x) = x^2-2x = x(x-2)$

$\frac{9}{4}$



$g'(-2) = f'(-1) = 3$

$g'\left(\frac{1}{2}\right) = f'\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{4}$

#69p Level3 2번 $y=q$에 대한 대칭을 나타내는 식

함수 $f(x)=x^4+ax^3+b$와 양수 c에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<c) \\ 8-f(x) & (x\geq c) \end{cases}$$ ↳ $y=4$ 대칭

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

29/3

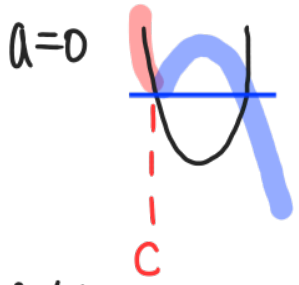
실수 k에 대하여 집합 S를

$S=\{k \mid$ 함수 $|g(x)-k|$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.$\}$

라 하면 집합 S의 원소의 개수는 2이고, 집합 S의 모든 원소의 합은 $\frac{25}{3}$이다.

$f'(x)=x^2(4x+3a) \rightarrow x=0, -\frac{3}{4}a$

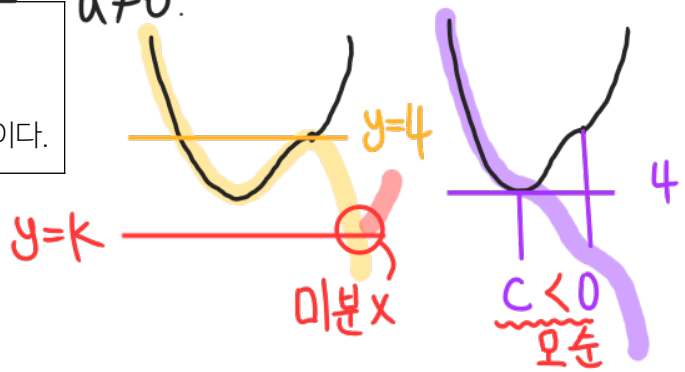
$a=0$

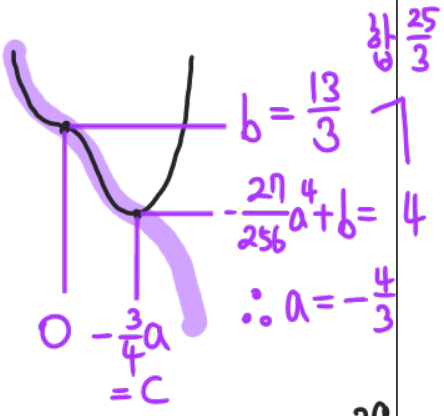


↳ $g(x)$는 $x=c$ 에서 미분불가

↳ $|g(x)-k|$는 $g(x)$보다 미분불가점 적지 않다

$a\neq 0$.





↳ $f(2)=16+8a+b=\frac{29}{3}$

#69p Level3 3번 절댓값과 미분가능성

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 양수 a에 대하여 함수 $g(x)$를

$g(x)=|(x+a)f(x)|$

라 할 때, 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

75

(가) 함수 $g(x)$는 $x=1$에서만 미분가능하지 않다. → $(x+a)^2$, $(x-1)$ 인수

(나) $x>k$인 모든 실수 x에 대하여 부등식 $g(x)>27$이 성립하도록 하는 실수 k의 최솟값은 2이다.

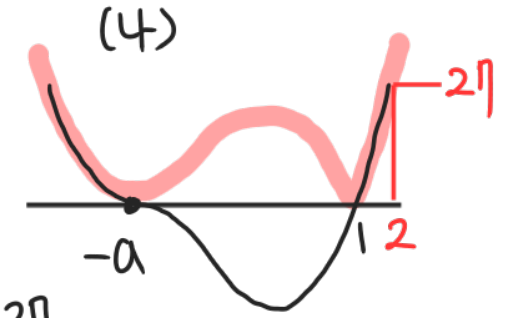
$f(4)$의 값을 구하시오.

$f(x)=(x+a)(x-1)(x-k)$

→ $x=k$ 에서 미분가능하려면

$f(x)=(x+a)^2(x-1)$

$g(x)=|(x+a)^3(x-1)|$



(나)에 의해 $g(2)=(a+2)^3=27$

$a=1$. ∴ $f(4)=75$

$*h(x)=(x-\alpha)(x-\beta)^2$

↳ $|h(x)|$는 $x=\alpha$ 미분가능 X

$x=\beta$ 미분가능 O