

제 2 교시

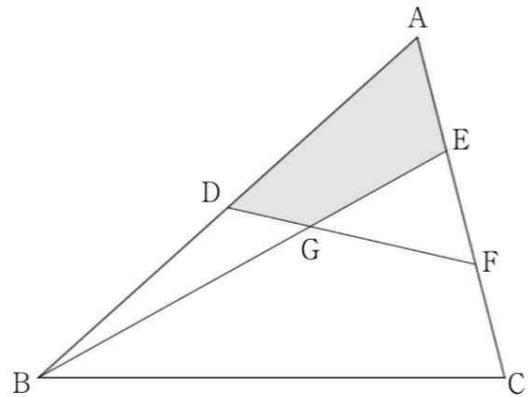
# 수학 영역

1. 모든 항이 실수인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $4 < a_n \leq 10$  또는  $a_n < 0$
- (나)  $a_{4n-3} > 0$
- (다)  $|a_{n+1}| = |a_n - 4|$

$a_1 = 9$ 일 때,  $\sum_{k=1}^{18} a_{3k}$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오.

2. 그림과 같이  $\overline{AC} = 6$ ,  $\overline{BC} = 8$ 인 삼각형  $ABC$ 에 대하여 선분  $AB$ 의 중점을  $D$ , 선분  $AC$ 를 1:2, 2:1로 내분하는 점을 각각  $E$ ,  $F$ 라 하자. 선분  $DF$ 와 선분  $BE$ 가 만나는 점을  $G$ 라 할 때, 사각형  $ADGE$ 의 넓이는  $\frac{4\sqrt{15}}{3}$ 이다.  $\cos(\angle DAE) = \frac{q}{p}\sqrt{19}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)



3. 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 할 때, 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$S_n = \log(n^2 + 5n + 6) + 2 \sum_{k=1}^{n+1} \log k$$

를 만족시킨다. 다음은  $10^{a_n} \times \frac{10^{a_{n+1}} - 1}{10^{a_n} - 1}$  을 구하는 과정이다.

$n = 1$ 일 때,  $a_1 = \log 48$ ,  $a_2 = \log 15$ 이므로

$$10^{a_1} \times \frac{10^{a_2} - 1}{10^{a_1} - 1} = \frac{672}{47}$$
 이다.

$n \geq 2$ 일 때,  $b_n = 10^{S_n}$ 이라 하면,

$$\log b_n = \log(n^2 + 5n + 6) + 2 \sum_{k=1}^{n+1} \log k$$

이므로  $b_n = 10^{S_n} = (n+1)! \times \boxed{\text{(가)}}$  이다.

따라서

$$10^{S_n} (10^{a_{n+1}} - 1) = (n+1)! \times \boxed{\text{(가)}} \times \boxed{\text{(나)}}$$

이므로

$$10^{a_n} \times \frac{10^{a_{n+1}} - 1}{10^{a_n} - 1} = \frac{10^{S_n}}{10^{S_{n-1}}} \times \frac{10^{a_{n+1}} - 1}{10^{a_n} - 1}$$

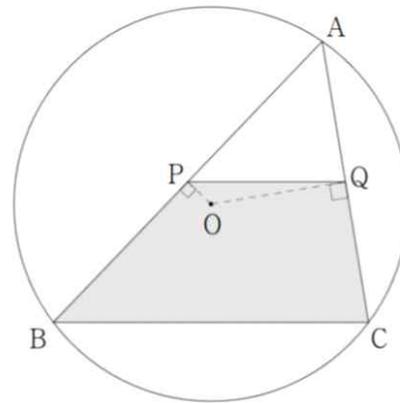
$$= \frac{n^4 + 10n^3 + 34n^2 + 46n + 21}{\boxed{\text{(다)}}}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(n)$ ,  $g(n)$ ,  $h(n)$ 이라 할 때,  $\frac{f(4)}{g(7)} - h(5)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{23}{7}$     ②  $\frac{25}{7}$     ③  $\frac{27}{7}$     ④  $\frac{29}{7}$     ⑤  $\frac{31}{7}$

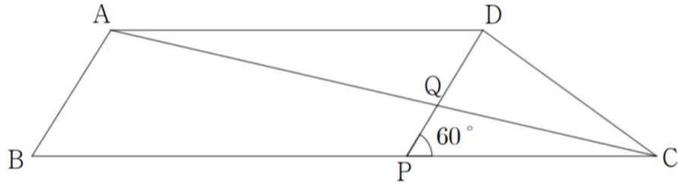
4. 그림과 같이 중심이  $O$ 이고 반지름이 5인 원에 내접하는 예각삼각형  $ABC$ 가 있다. 점  $O$ 에서 선분  $AB$ 에 내린 수선의 발을  $P$ , 점  $O$ 에서 선분  $AC$ 에 내린 수선의 발을  $Q$ 라 하자.  $PQ=4$ 이고, 사각형  $PBCQ$ 의 넓이가 21일 때, 사각형  $PBCQ$ 의 둘레의 길이는  $a+b\sqrt{2}$ 이다.  $a+b$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 와  $b$ 는 유리수이다.)



5. 그림과 같이 두 선분 AD, BC가 서로 평행한 사각형 ABCD가

$$\overline{AC} = \frac{\sqrt{21}}{3}, \quad \overline{CD} = \frac{\sqrt{3}}{3}, \quad \cos(\angle ACD) = \frac{5\sqrt{7}}{14}$$

을 만족시킨다. 선분 BC 위의 점 P에 대하여 두 선분 AB, DP가 서로 평행하고  $\angle DPC = 60^\circ$  일 때, 선분 AC와 선분 PD가 만나는 점 Q에 대하여 선분 PQ의 길이는?



- ①  $\frac{1}{15}$     ②  $\frac{2}{15}$     ③  $\frac{1}{5}$     ④  $\frac{4}{15}$     ⑤  $\frac{1}{3}$

6. 함수  $y = 2^x - 1$ 과 원  $x^2 + y^2 = 1$ 이 만나는 두 점을 각각  $P(x_1, y_1)$ ,  $Q(x_2, y_2)$  ( $x_1 < x_2$ )라 할 때, 다음 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ.  $-1 < x_1 < -\frac{4}{5}$

ㄴ.  $\frac{3}{5} < x_2 < \frac{4}{5}$

ㄷ.  $|x_1 + y_1| < |x_2 + y_2|$

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n = \begin{cases} n & (n \text{은 홀수}) \\ a_{\frac{n}{2}} & (n \text{은 짝수}) \end{cases}$$

을 만족시킨다.  $\sum_{n=1}^{30} a_n$ 의 값을 구하시오.

8. 다음 조건을 만족시키는 40 이하의 자연수  $k$ 의 개수는?

구간  $(0, \frac{k\pi}{4}]$ 에서  $y = \sin kx$ 와  $y = \cos kx$ 의 교점의  $x$ 좌표의 값의 합은  $n\pi$ 이다. (단,  $n$ 은 자연수)

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

9. 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $a_1 = 1$

(나) 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$(a_{n+1} - a_n - 1)(a_{n+1} - 2a_n) = 0$$

자연수  $k$ 에 대하여  $a_m = k$ 를 만족시키는 자연수  $m$ 의 최솟값을  $b_k$ 라 할 때,  $\sum_{k=1}^{16} b_k$ 의 값을 구하시오.

10. 이차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 음수  $x$ 에 대하여  $\int_0^x f(t) dt \leq 0$ 이다.

(나)  $\int_0^3 f(t) dt \leq 0$

$f(3) = 0$ 일 때,  $\frac{f(9)}{f(6)}$ 의 최댓값과 최솟값의 차는?

- ①  $\frac{1}{7}$       ②  $\frac{1}{6}$       ③  $\frac{1}{5}$       ④  $\frac{1}{4}$       ⑤  $\frac{1}{3}$

제 2 교시

# 수학 영역

11. 0부터 10까지의 수가 적힌 카드가 한 개씩 들어있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 카드 한 장을 꺼내서 수를 확인한 후 다시 넣고 카드에 적힌 수만큼 주머니에서 카드를 뽑고 다시 넣지 않는다. 주머니 속 남은 카드에 적힌 모든 수의 합을 확률변수  $X$ 라고 할 때,  $E(X)$ 의 값을 구하시오.

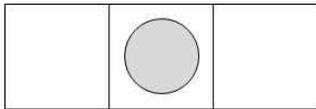
12. 집합  $X = \{1, 2, 3, 5, 8, 13\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수  $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오.

$\alpha, \beta, \alpha + \beta$ 가 모두  $X$ 의 원소이면  $f(\alpha) + f(\beta)$ 도  $X$ 의 원소이다.

13. 그림과 같이 3개의 칸이 있는 게임판의 가운데에 말이 있다. 동전을 던져서 다음 규칙과 같이 말을 이동시킨다.

앞면이 나오면 말이 오른쪽에 칸이 있을 경우, 말을 오른쪽으로 한 칸 이동시킨다.  
 뒷면이 나오면 말이 왼쪽에 칸이 있을 경우, 왼쪽으로 한 칸 이동시킨다.  
 나머지 경우에는 말을 이동시키지 않는다.

동전을 던지는 시행을 10번 할 때, 말이 가운데 칸에 있을 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

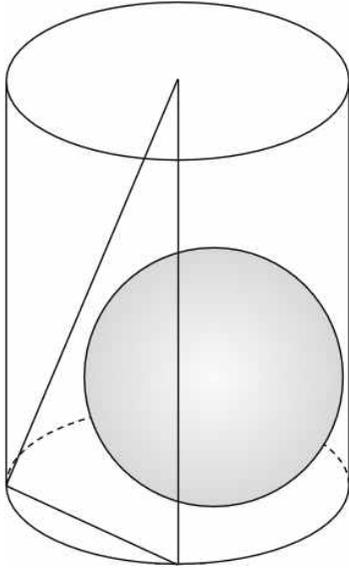


14. 두 상수  $a, b$ 에 대하여 함수  $f(x) = ax + b$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $|27f(0)|$ 의 값을 구하시오. (단,  $a \neq 0$ )

(가)  $y = f(x)$ 와  $y = \frac{f(x)}{x^2}$ 는 두 점에서 만난다.

(나)  $y = \sqrt{f(x)}$ 와  $y = \frac{f(x)}{x^2}$ 는 두 점에서 만난다.

15. 다음 그림과 같이 밑면인 원의 반지름의 길이가 4이고 높이가  $2\sqrt{6}$ 인 원기둥이 있다. 윗면의 중심 O와 밑면의 두 점 A, B를 연결한 삼각형 OAB의 밑면 위로의 정사영은 직각삼각형이다. 원기둥의 밑면, 옆면과 삼각형 OAB에 모두 접하는 구의 밑면 위로의 정사영의 넓이의 최댓값은  $(p+q\sqrt{2}-r\sqrt{3}-s\sqrt{6})\pi$ 이다.  $p+q+r+s$ 의 값을 구하시오. (단,  $p, q, r, s$ 는 자연수)



16. 좌표평면 위의 서로 다른 다섯 개의 점 A, B, C, D, E가 다음 조건을 모두 만족시킨다.

(가) A, B, C, D, E는 모두 반지름의 길이가 12인 한 원 위에 있다.

(나)  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AE}$

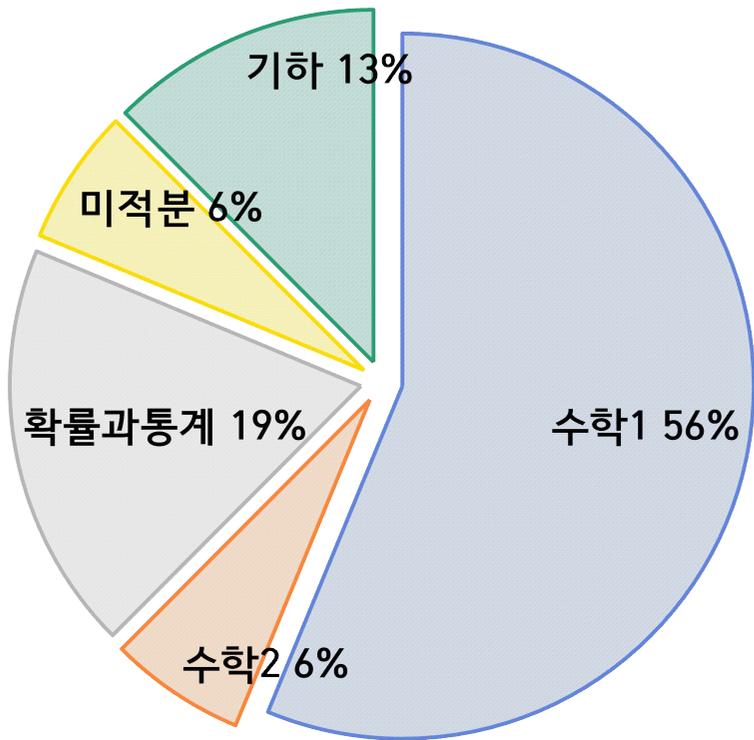
$\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{BC}$ 의 최댓값을 구하시오.

제 2 교시

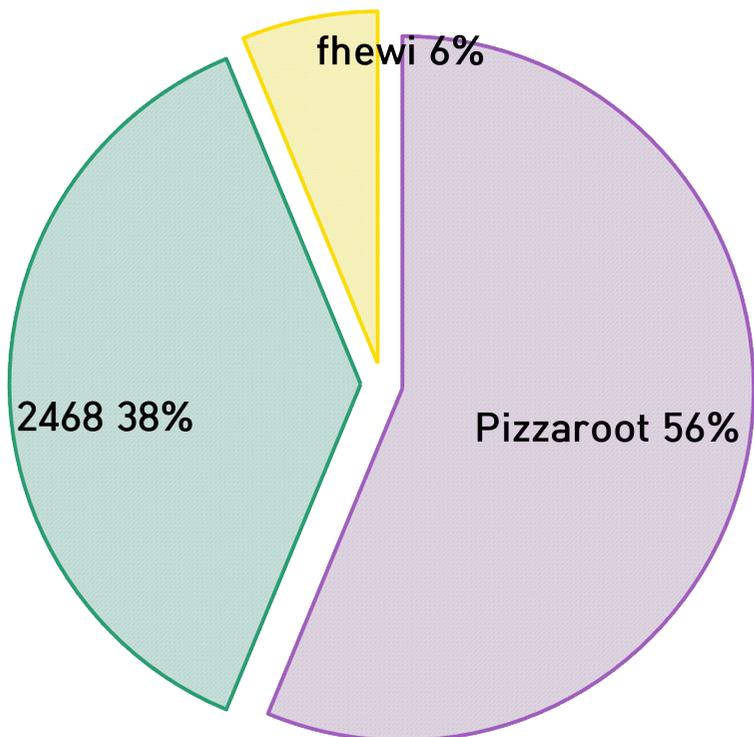
# 수학 영역

1	72	2	21	3	⑤	4	18	5	②
6	⑤	7	310	8	②	9	71	10	③
11	30	12	96	13	683	14	256	15	60
16	72								

총 16문항



문항 제작



## 과목별 문항

**수학1** 1번, 2번, 3번, 4번, 5번, 6번, 7번, 8번, 9번

**수학2** 10번

**확률과통계** 11번, 12번, 13번

**미적분** 14번

**기하** 15번, 16번

## 제작자별 문항

**Pizzaroot** 7번, 8번, 9번, 11번, 12번, 13번, 14번, 15번, 16번

**2468** 1번, 2번, 3번, 4번, 5번, 10번

**fhewi** 6번