

[미적분]

함수의 극한 + 도형

(2020년-2014년)

kamdongmath.tistory.com

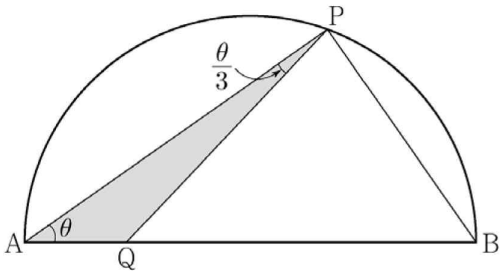
#감수학

[미적분_함수의극한+도형(2020년-2014년)]

#1. [2022학년도 대학수학능력시험 예시문항 28번(미적분)]

그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 위에 점 P가 있고, 선분 AB 위에 점 Q가 있다. $\angle PAB = \theta$ 이고 $\angle APQ = \frac{\theta}{3}$ 일 때, 삼각형 PAQ의 넓이를 $S(\theta)$, 선분 PB의 길이를 $l(\theta)$ 라 하자.

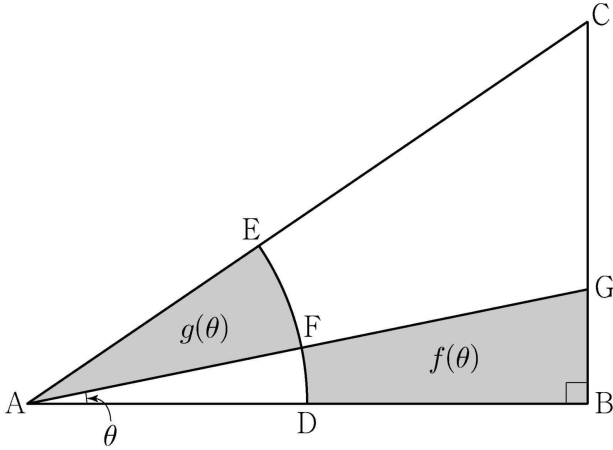
자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{l(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



#2. [2021학년도(2020년시행) 대학수학능력시험 24번(가형)]

그림과 같이 $\overline{AB} = 2$, $\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ABC 에서 중심이 A , 반지름의 길이가 1인 원이 두 선분 AB , AC 와 만나는 점을 각각 D , E 라 하자.

호 DE 의 삼등분점 중 점 D 에 가까운 점을 F 라 하고, 직선 AF 가 선분 BC 와 만나는 점을 G 라 하자. $\angle BAG = \theta$ 라 할 때, 삼각형 ABG 의 내부와 부채꼴 ADF 의 외부의 공통부분의 넓이를 $f(\theta)$, 부채꼴 AFE 의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $40 \times \lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{g(\theta)}$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$) [3점]



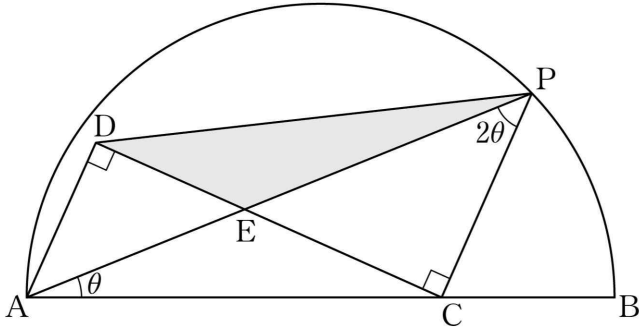
[미적분_함수의극한+도형(2020년-2014년)]

#3. [2020년 고3 10월 전국연합학력평가 21번(가형)]

그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 점 P와 선분 AB 위의 점 C에 대하여 $\angle PAC = \theta$ 일 때, $\angle APC = 2\theta$ 이다. $\angle ADC = \angle PCD = \frac{\pi}{2}$ 인

점 D에 대하여 두 선분 AP와 CD가 만나는 점을 E라 하자. 삼각형 DEP의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때,

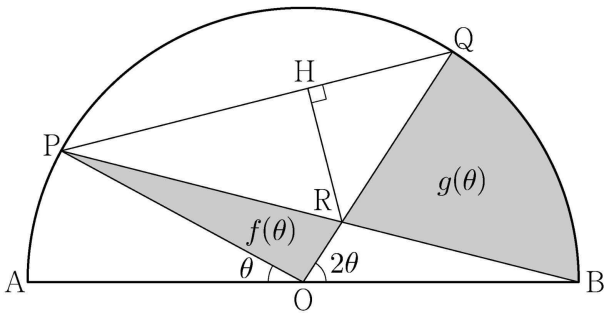
$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$) [4점]



#4. [2020년 고3 9월 평가원모의고사 28번(가형)]

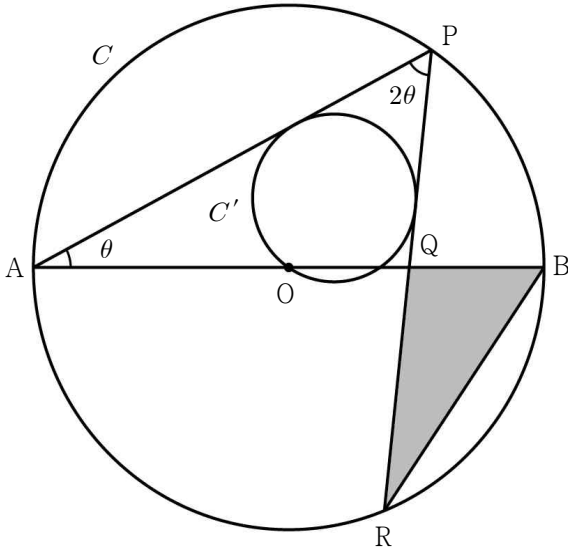
그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB의 중점을 O라 할 때, 호 AB 위에 두 점 P, Q를 $\angle POA = \theta$, $\angle QOB = 2\theta$ 가 되도록 잡는다. 두 선분 PB, OQ의 교점을 R라 하고, 점 R에서 선분 PQ에 내린 수선의 발을 H라 하자. 삼각형 POR의 넓이를 $f(\theta)$, 두 선분 RQ, RB와 호 QB로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta) + g(\theta)}{RH} = \frac{q}{p}$ 이다. $p + q$ 의 값을 구하시오. (단,

$0 < \theta < \frac{\pi}{3}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



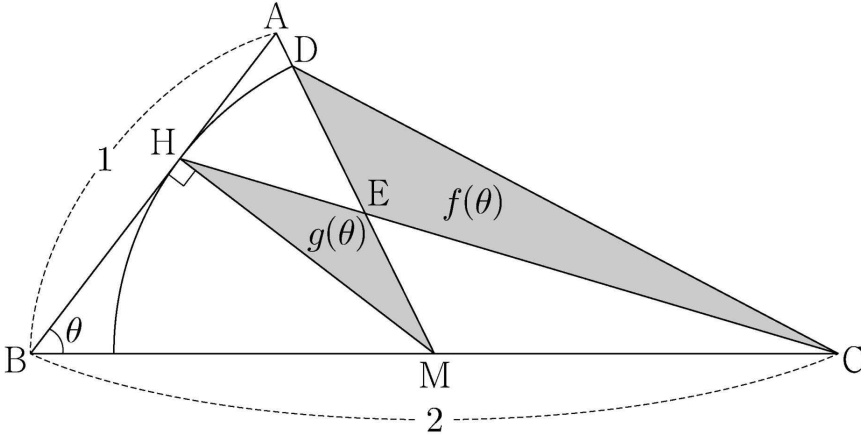
#5. [2020년 고3 7월 전국연합학력평가 29번(가형)]

그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하고 중심이 O인 원 C가 있다. 원 C 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\angle PAB = \theta$ 라 할 때, 선분 AB 위에 $\angle APQ = 2\theta$ 를 만족시키는 점을 Q라 하자. 직선 PQ가 원 C와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 R라 할 때, 중심이 삼각형 AQP의 내부에 있고 두 선분 PA, PR에 동시에 접하는 원을 C'이라 하자. 원 C'이 점 O를 지날 때, 원 C'의 반지름의 길이를 $r(\theta)$, 삼각형 BQR의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{r(\theta)} = a$ 일 때, $45a$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



#6. [2020년 고3 6월 평가원모의고사 28번(가형)]

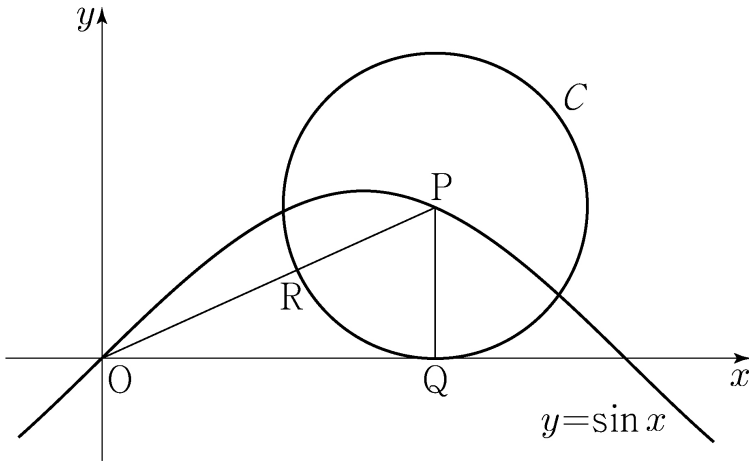
그림과 같이 $\overline{AB}=1$, $\overline{BC}=2$ 인 두 선분 AB, BC에 대하여 선분 BC의 중점을 M, 점 M에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하자. 중심이 M이고 반지름의 길이가 \overline{MH} 인 원이 선분 AM과 만나는 점을 D, 선분 HC가 선분 DM과 만나는 점을 E라 하자. $\angle ABC = \theta$ 라 할 때, 삼각형 CDE의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 MEH의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta) - g(\theta)}{\theta^3} = a$ 일 때, $80a$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



[미적분_함수의극한+도형(2020년-2014년)]

#7. [2019년 2020학년도 대학수학능력시험 24번(가형)]

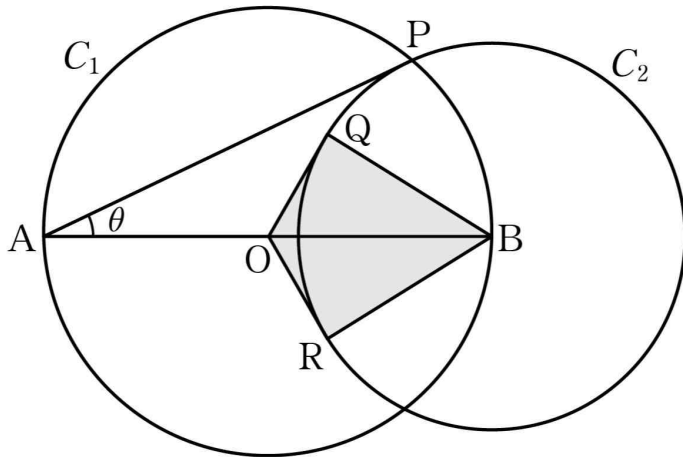
좌표평면에서 곡선 $y = \sin x$ 위의 점 $P(t, \sin t)$ ($0 < t < \pi$)를 중심으로 하고 x 축에 접하는 원을 C 라 하자. 원 C 가 x 축에 접하는 점을 Q , 선분 OP 와 만나는 점을 R 라 하자. $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\overline{OQ}}{\overline{OR}} = a + b\sqrt{2}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, a, b 는 정수이다.) [3점]



#8. [2019년 10월 전국연합학력평가 16번(가형)]

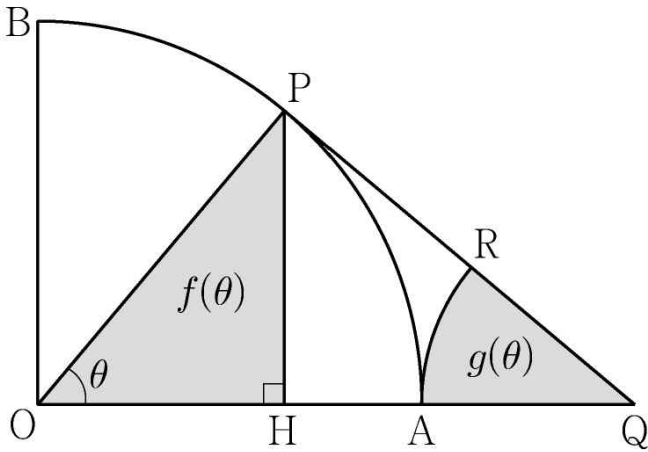
그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 원 C_1 과 점 B를 중심으로 하고 원 C_1 위의 점 P를 지나는 원 C_2 가 있다. 원 C_1 의 중심 O에서 원 C_2 에 그은 두 접선의 접점을 각각 Q, R라 하자.

$\angle PAB = \theta$ 일 때, 사각형 ORBQ의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$) [4점]



#9. [2019년 9월 평가원모의고사 20번(가형)]

그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H, 점 P에서 호 AB에 접하는 직선과 직선 OA의 교점을 Q라 하자. 점 Q를 중심으로 하고 반지름의 길이가 \overline{QA} 인 원과 선분 PQ의 교점을 R라 하자. $\angle POA = \theta$ 일 때, 삼각형 OHP의 넓이를 $f(\theta)$, 부채꼴 QRA의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{g(\theta)}}{\theta \times f(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]

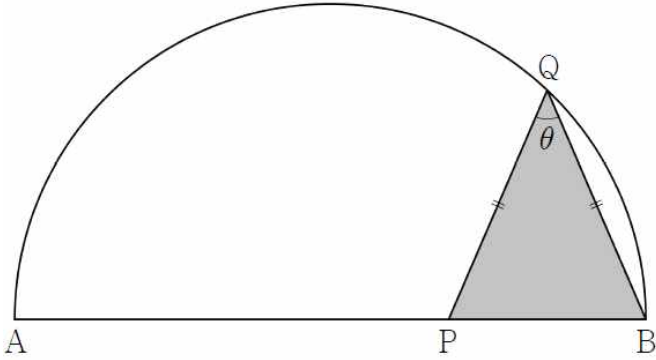


[미적분_함수의극한+도형(2020년-2014년)]

#10. [2019년 7월 전국연합학력평가 17번(가형)]

그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 위의 점 P에 대하여 $\overline{QB} = \overline{QP}$ 를 만족시키는 반원 위의 점을 Q라 할 때, $\angle BQP = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)라 하자. 삼각형 QPB의 넓이를 $S(\theta)$ 라

할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? [4점]



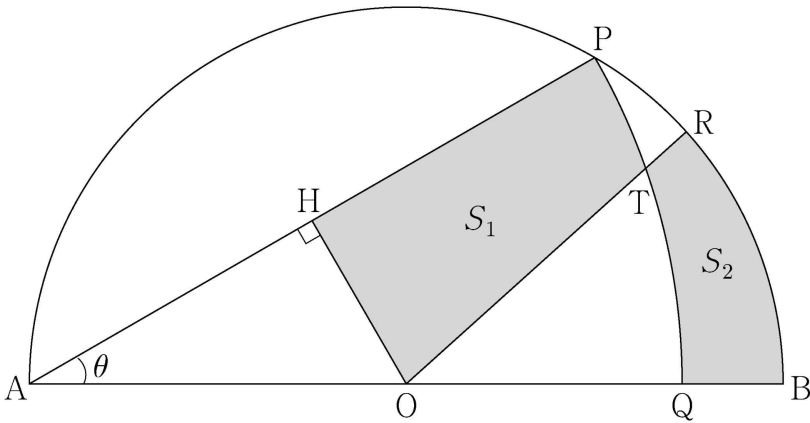
#11. [2019년 6월 평가원모의고사 28번(가형)]

그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P가 있다. 중심이 A이고 반지름의 길이가 \overline{AP} 인 원과 선분 AB의 교점을 Q라 하자.

호 PB 위에 점 R를 호 PR와 호 RB의 길이의 비가 3:7이 되도록 잡는다. 선분 AB의 중점을 O라 할 때, 선분 OR와 호 PQ의 교점을 T, 점 O에서 선분 AP에 내린 수선의 발을 H라 하자.

세 선분 PH, HO, OT와 호 TP로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 , 두 선분 RT, QB와 두 호 TQ, BR로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라 하자. $\angle PAB = \theta$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S_1 - S_2}{OH} = a$ 이다. $50a$ 의 값을 구하시오.

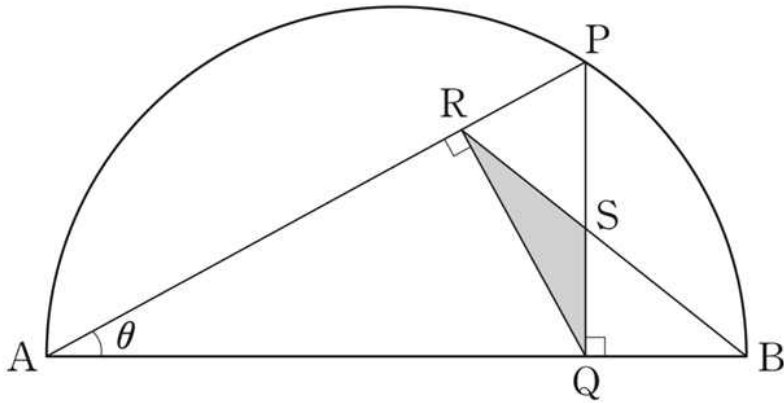
(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



#12. [2019년 5월 전북교육청 18번(가형)]

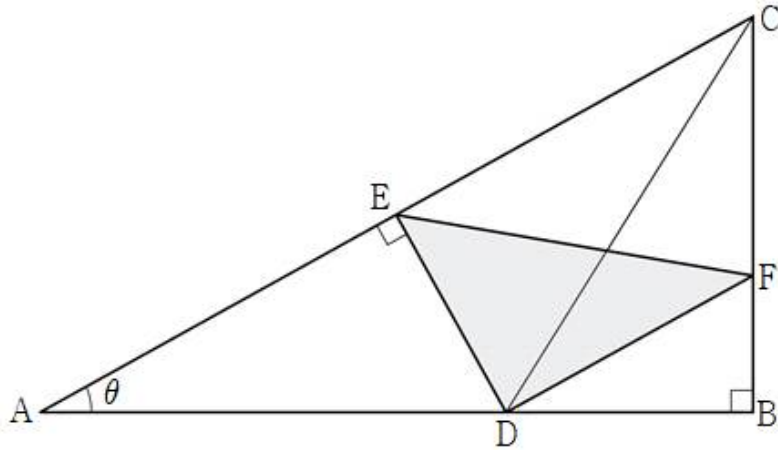
그림과 같이 두 점 A, B를 지름의 양 끝점으로 하고, 지름의 길이가 1인 반원과 호 AB 위를 움직이는 점 P가 있다. 점 P에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 Q, 점 Q에서 선분 AP에 내린 수선의 발을 R, 선분 PQ와 선분 RB의 교점을 S라 하자. $\angle PAB = \theta$ 라 할 때, 삼각형 QSR의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



#13. [2019년 4월 전국연합학력평가 19번(가형)]

그림과 같이 $\overline{AB}=1$, $\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ABC에서 선분 AB 위에 $\overline{AD}=\overline{CD}$ 가 되도록 점 D를 잡는다. 점 D에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 E, 점 D를 지나고 직선 AC에 평행한 직선이 선분 BC와 만나는 점을 F라 하자. $\angle BAC = \theta$ 일 때, 삼각형 DEF의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



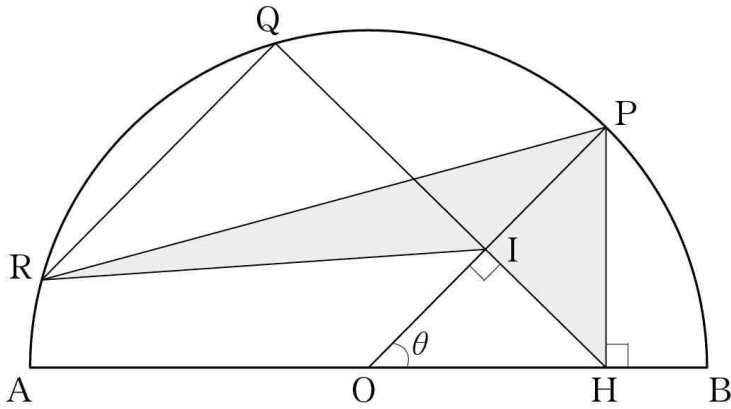
#14. [2019년 3월 전국연합학력평가 19번(가형)]

그림과 같이 중심이 O 이고 길이가 2인 선분 AB 를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 점 P 에서 선분 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 점 H 를 지나고 선분 OP 에 수직인 직선이 선분 OP , 호 AB 와 만나는 점을 각각 I , Q 라 하자.

점 Q 를 지나고 직선 OP 에 평행한 직선이 호 AB 와 만나는 점 중 Q 가 아닌 점을 R 라 하자.

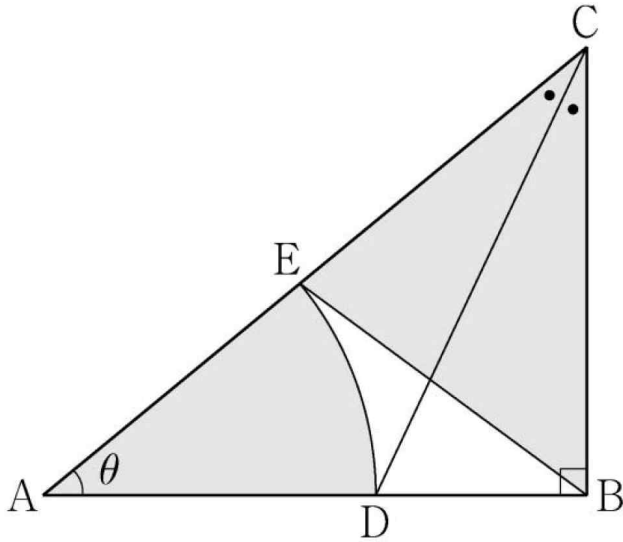
$\angle POB = \theta$ 일 때, 두 삼각형 RIP , IHP 의 넓이를 각각 $S(\theta)$, $T(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta) - T(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은?

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



#15. [2018년 2019학년도 대학수학능력시험 18번(가형)]

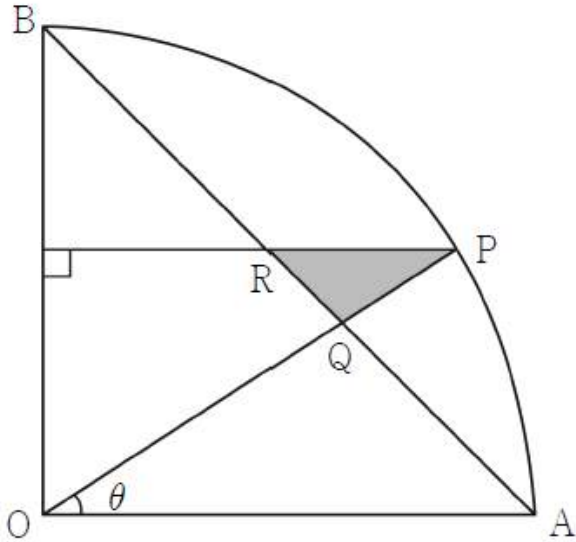
그림과 같이 $\overline{AB} = 1$, $\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\angle C$ 를 이등분하는 직선과 선분 AB의 교점을 D, 중심이 A이고 반지름의 길이가 \overline{AD} 인 원과 선분 AC의 교점을 E라 하자. $\angle A = \theta$ 일 때, 부채꼴 ADE의 넓이를 $S(\theta)$, 삼각형 BCE의 넓이를 $T(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\{S(\theta)\}^2}{T(\theta)}$ 의 값은? [4점]



[미적분_함수의극한+도형(2020년-2014년)]

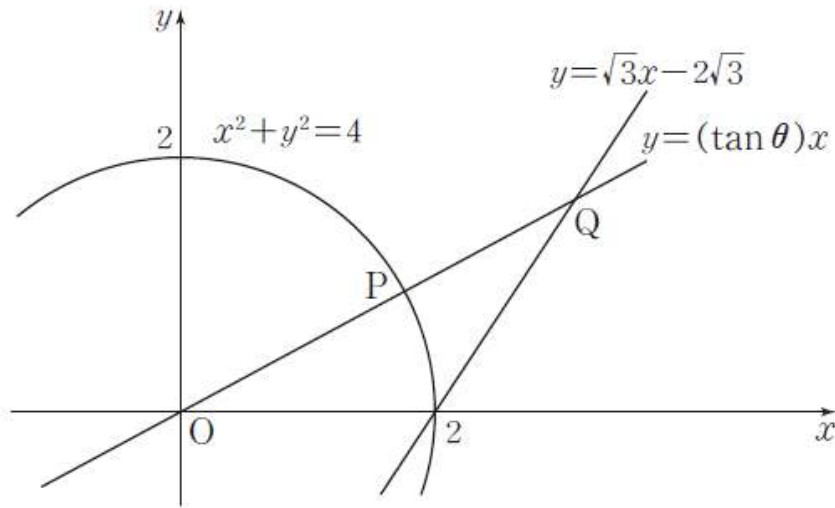
#16. [2018년 11월 대구교육청 18번(가형)]

그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB 가 있다. 호 AB 위의 한 점 P 에 대하여 선분 OP 와 선분 AB 의 교점을 Q , 점 P 에서 선분 OB 에 내린 수선과 선분 AB 의 교점을 R 라 하자. $\angle QOA = \theta$ 라 할 때, 삼각형 QPR 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



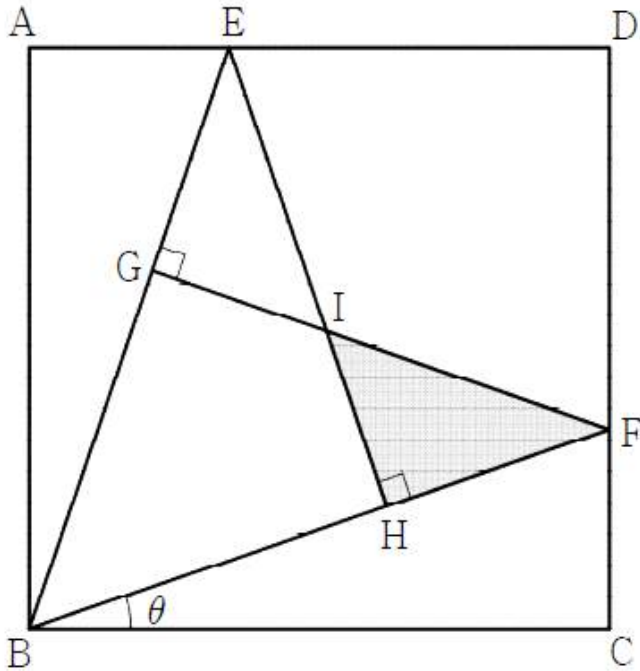
#17. [2018년 10월 전북교육청 28번(가형)]

그림과 같이 좌표평면에서 직선 $y = (\tan\theta)x$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{3}$)가 원 $x^2 + y^2 = 4$ 와 제1사분면에서 만나는 점을 P라 하고, 직선 $y = \sqrt{3}x - 2\sqrt{3}$ 과 만나는 점을 Q라 하자. 선분 PQ의 길이를 $l(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{l(\theta)}{\theta}$ 의 값은? [4점]



#18. [2018년 10월 경남교육청 17번(가형)]

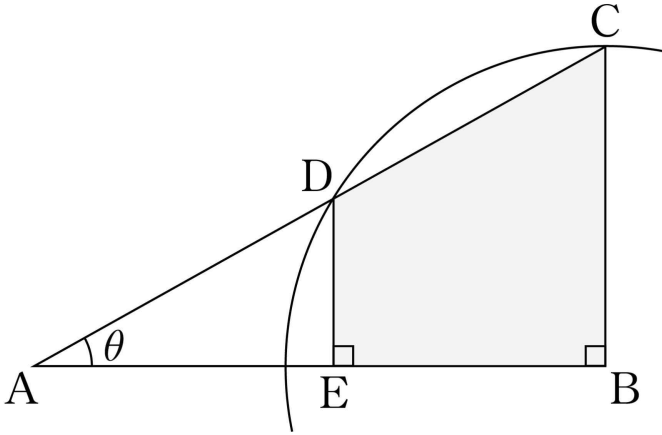
그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형 ABCD에 대하여 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 를 만족하는 점 E와 점 F가 각각 선분 AD와 선분 CD 위에 있다. 점 E에서 선분 BF에 내린 수선의 발을 H, 점 F에서 선분 BE에 내린 수선의 발을 G, 선분 EH와 FG의 교점을 I라 하자. $\angle FBC = \theta$ 일 때, 삼각형 IHF의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



#19. [2018년 10월 평가원모의고사 17번(가형)]

그림과 같이 빗변 AC의 길이가 1이고 $\angle BAC = \theta$ 인 직각삼각형 ABC가 있다. 점 B를 중심으로 하고 점 C를 지나는 원이 선분 AC와 만나는 점 중 점 C가 아닌 점을 D라 하고, 점 D에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 E라 하자. 사각형 BCDE의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$)

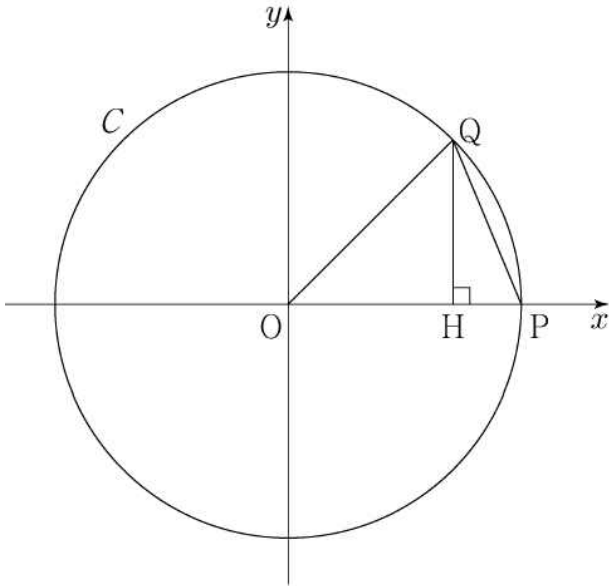
[4점]



[미적분_함수의극한+도형(2020년-2014년)]

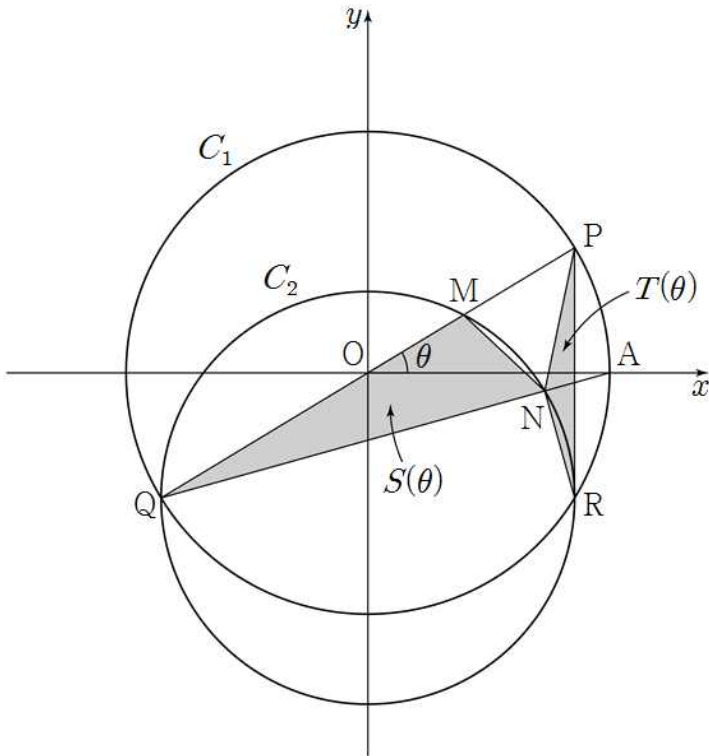
#20. [2018년 9월 평가원모의고사 19번(가형)]

자연수 n 에 대하여 중심이 원점 O 이고 점 $P(2^n, 0)$ 을 지나는 원 C 가 있다. 원 C 위에 점 Q 를 호 PQ 의 길이가 π 가 되도록 잡는다. 점 Q 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (\overline{OQ} \times \overline{HP})$ 의 값은? [4점]



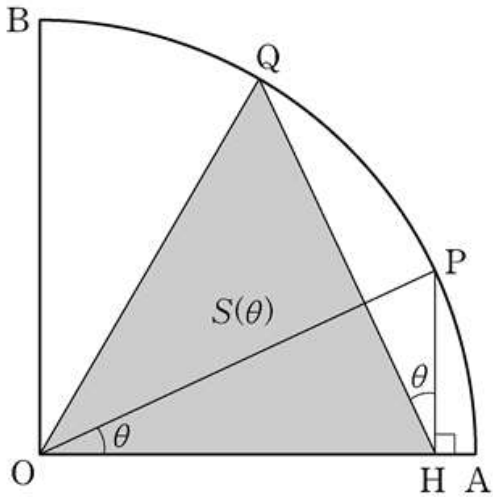
#21. [2018년 7월 전국연합학력평가 21번(가형)]

그림과 같이 좌표평면 위에 중심이 $O(0, 0)$ 이고 점 $A(1, 0)$ 을 지나는 원 C_1 위의 제1사분면 위의 점을 P 라 하자. 점 P 를 원점에 대하여 대칭이동시킨 점을 Q , x 축에 대하여 대칭이동시킨 점을 R 라 하자. 선분 QR 를 지름으로 하는 원 C_2 와 두 선분 PQ , AQ 와의 교점을 각각 M , N 이라 하자. $\angle POA = \theta$ 라 할 때, 두 삼각형 MQN , PNR 의 넓이를 각각 $S(\theta)$, $T(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\theta^2 \times S(\theta)}{T(\theta)}$ 의 값은? [4점]



#22. [2018년 6월 평가원모의고사 16번(가형)]

그림과 같이 반지름의 길이가 1 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA 에 내린 수선의 발을 H라 하고, 호 BP 위에 점 Q를 $\angle POH = \angle PHQ$ 가 되도록 잡는다. $\angle POH = \theta$ 일 때, 삼각형 OHQ의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$) [4점]

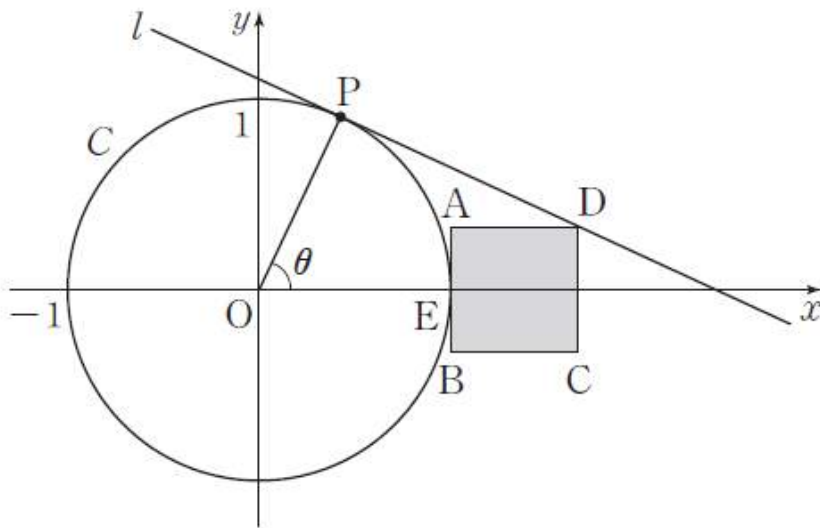


#23. [2018년 5월 전북교육청 17번(가형)]

좌표평면에서 원 $C: x^2 + y^2 = 1$ 위의 제1사분면에 있는 점 P 에 대하여 선분 OP 가 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 θ 라 하고, 점 P 를 지나고 원 C 에 접하는 직선을 l 이라 하자. 다음 조건을 만족시키는 정사각형 $ABCD$ 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^4}$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]

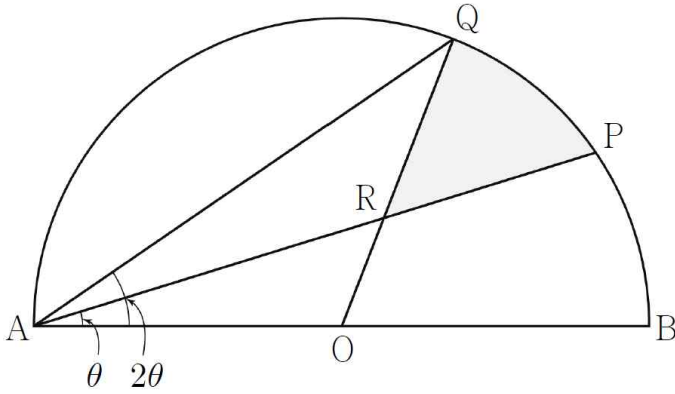
(가) 선분 AB 는 원 C 와 점 $E(1, 0)$ 에서 접하고, $\overline{AE} = \overline{BE}$ 이다.

(나) 점 D 는 제1사분면의 점이고 직선 l 위에 있다.



#24. [2018년 4월 전국연합학력평가 20번(가형)]

그림과 같이 길이가 4인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 두 점 P, Q를 $\angle PAB = \theta$, $\angle QAB = 2\theta$ 가 되도록 잡는다. 선분 AB의 중점 O에 대하여 선분 OQ와 선분 AP가 만나는 점을 R라 하자. 호 PQ와 두 선분 QR, RP로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]

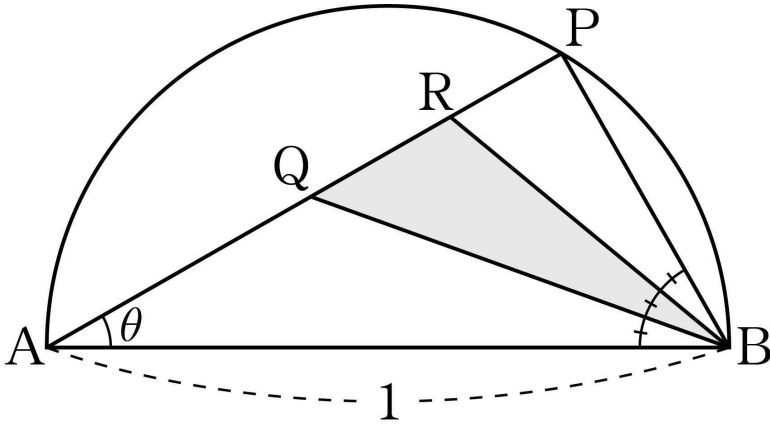


[미적분_함수의극한+도형(2020년-2014년)]

#25. [2018년 3월 전국연합학력평가 19번(가형)]

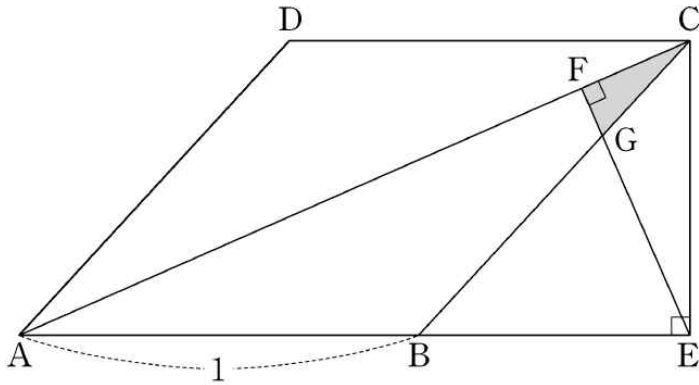
그림과 같이 길이가 1인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 점 P에 대하여 $\angle ABP$ 를 삼등분하는 두 직선이 선분 AP와 만나는 점을 각각 Q, R라 하자. $\angle PAB = \theta$ 일 때, 삼각형 BRQ의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자.

자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



#26. [2017년 2018학년도 대학수학능력시험 17번(가형)]

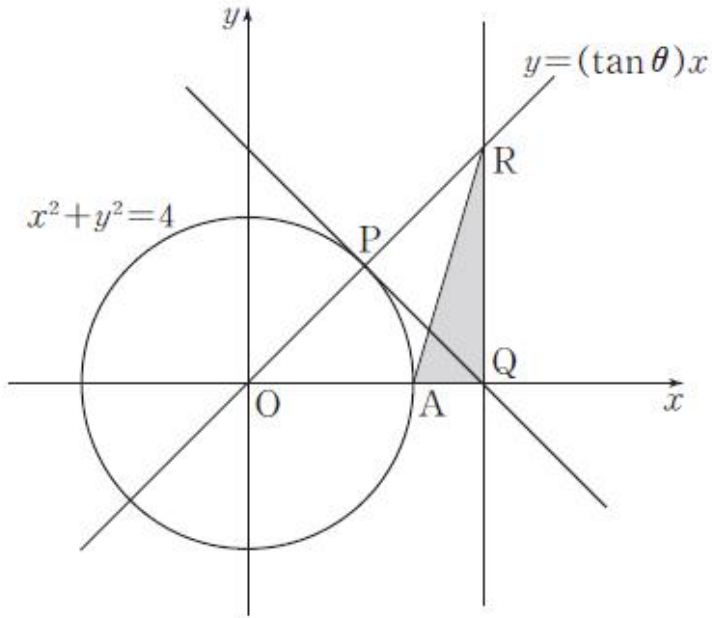
그림과 같이 한 변의 길이가 1인 마름모 ABCD가 있다. 점 C에서 선분 AB의 연장선에 내린 수선의 발을 E, 점 E에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 F, 선분 EF와 선분 BC의 교점을 G라 하자. $\angle DAB = \theta$ 일 때, 삼각형 CFG의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^5}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)



#27. [2017년 10월 전북교육청 18번(가형)]

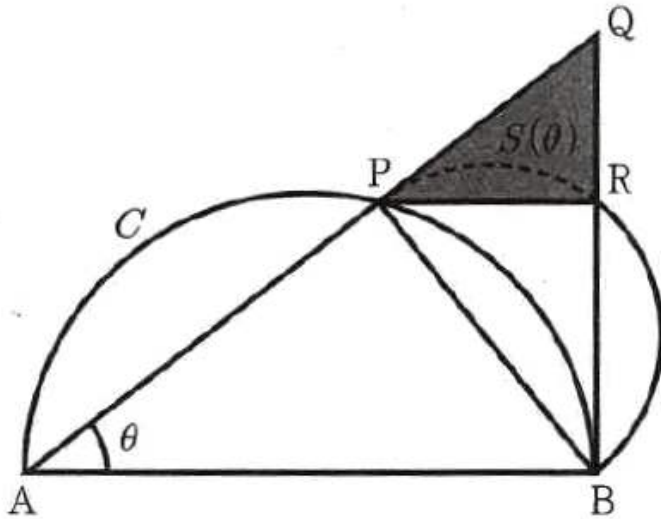
그림과 같이 직선 $y = (\tan \theta)x$ 가 원 $C: x^2 + y^2 = 4$ 와 제1사분면에서 만나는 점을 P 라 하고, 점 P 에서의 원 C 의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q 라 하자. 점 Q 를 지나고 x 축에 수직인 직선이 직선 $y = (\tan \theta)x$ 와 만나는 점을 R 라 하고, 점 $A(2, 0)$ 에 대하여 삼각형 AQR 의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이다.) [4점]



#28. [2017년 10월 경남교육청 15번(가형)]

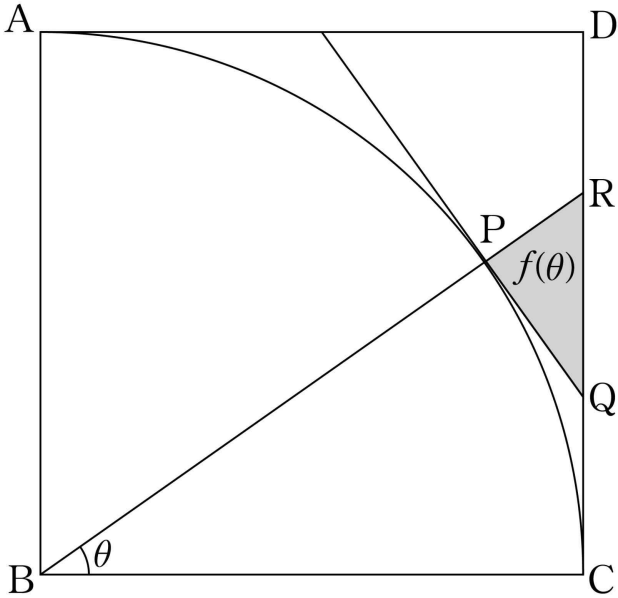
그림과 같이 $\overline{AB}=4$ 를 지름으로 하는 반원 C 가 있다. 호 AB 위의 점 P 에 대하여 직선 AP 와 점 B 를 지나고 선분 AB 에 수직인 직선이 만나는 점을 Q 라 하자. 선분 BP 를 지름으로 하고 삼각형 ABP 의 외부에 그린 반원이 선분 BQ 와 만나는 점 B 가 아닌 점을 R 라 하자. $\angle PAB=\theta$ 일 때, 삼각형 PRQ 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^5}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



#29. [2017년 10월 전국연합학력평가 27번(가형)]

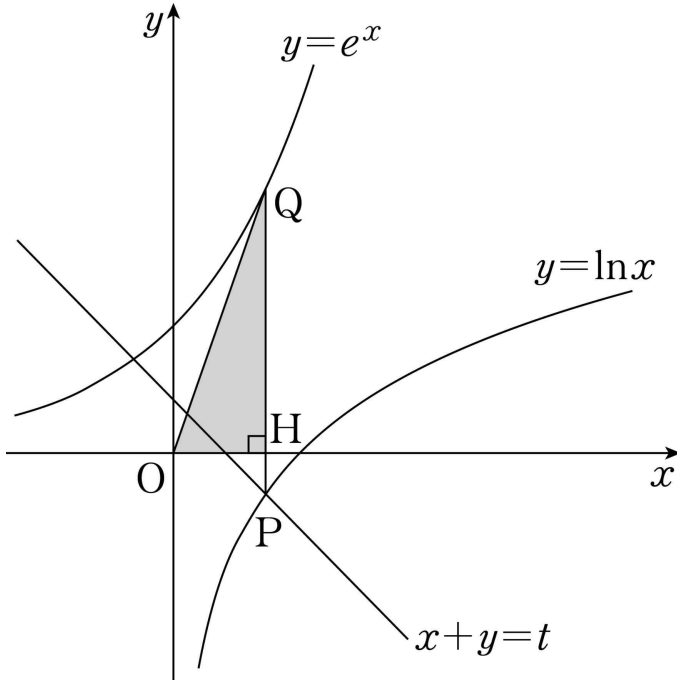
그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정사각형 ABCD 안에 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 이고 반지름의 길이가 3인 부채꼴 BCA가 있다. 호 AC 위의 점 P에서의 접선이 선분 CD와 만나는 점을 Q, 선분 BP의 연장선이 선분 CD와 만나는 점을 R라 하자. $\angle PBC = \theta$ 일 때, 삼각형 PQR의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{8f(\theta)}{\theta^3}$

의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



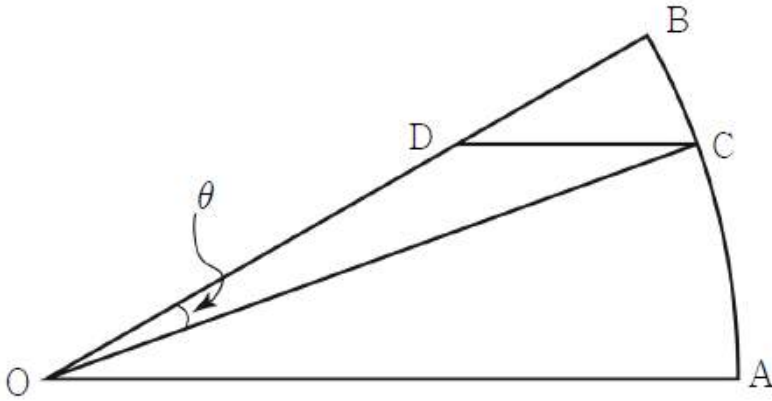
#30. [2017년 10월 전국연합학력평가 17번(가형)]

$t < 1$ 인 실수 t 에 대하여 곡선 $y = \ln x$ 와 직선 $x + y = t$ 가 만나는 점을 P 라 하자. 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H , 직선 PH 와 곡선 $y = e^x$ 이 만나는 점을 Q 라 할 때, 삼각형 OHQ 의 넓이를 $S(t)$ 라 하자. $\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{2S(t)-1}{t}$ 의 값은? [4점]



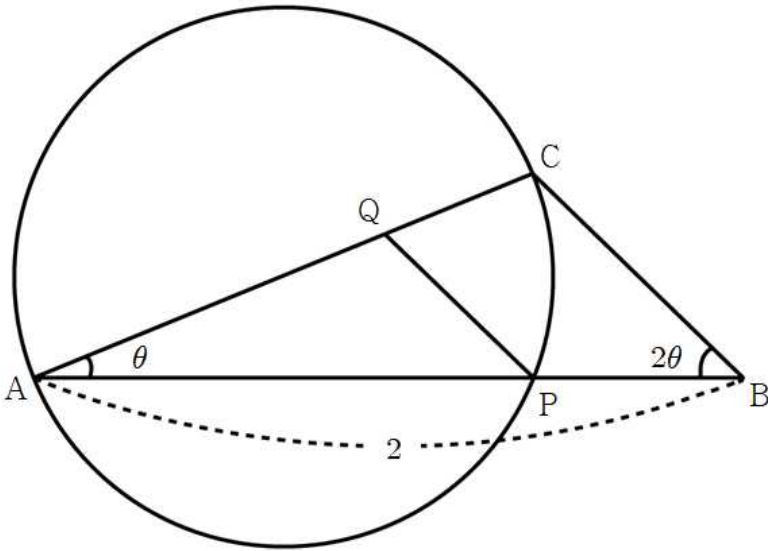
#31. [2017년 8월 대구교육청 16번(가형)]

그림과 같이 반지름의 길이가 1인 부채꼴 OAB 에서 호 AB 의 삼등분점 중 B 에 가까운 점을 C 라 하고, 점 C 를 지나고 선분 OA 에 평행한 직선이 선분 OB 와 만나는 점을 D 라 하자. $\angle COD = \theta$ 일 때, 삼각형 OCD 의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\theta}{f(\theta)}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ 이다.) [4점]



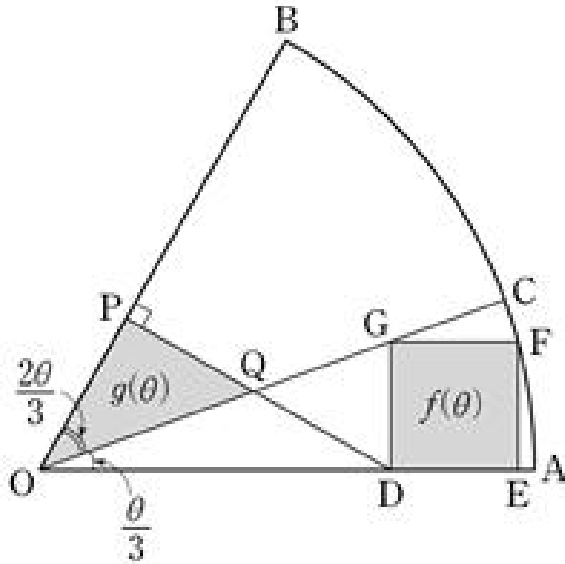
#32. [2017년 7월 전국연합학력평가 21번(가형)]

그림과 같이 $\overline{AB} = 2$ 이고 $\angle ABC = 2\angle BAC$ 를 만족하는 삼각형 ABC 가 있다. 선분 AC 를 지름으로 하는 원과 직선 AB 가 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 P , 점 P 를 지나고 선분 BC 에 평행한 직선이 선분 AC 와 만나는 점을 Q 라 하자. $\angle BAC = \theta$ 라 할 때, 삼각형 APQ 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



#33. [2017년 6월 평가원모의고사 28번(가형)]

그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 θ 인 부채꼴 OAB에서 호 AB의 삼등분점 중 점 A에 가까운 점을 C라 하자. 변 DE가 선분 OA 위에 있고, 꼭짓점 G, F가 각각 선분 OC, 호 AC 위에 있는 정사각형 DEFG의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하자. 점 D에서 선분 OB에 내린 수선의 발을 P, 선분 DP와 선분 OC가 만나는 점을 Q라 할 때, 삼각형 OQP의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{\theta \times g(\theta)} = k$ 일 때, $60k$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이고, $\overline{OD} < \overline{OE}$ 이다.) [4점]

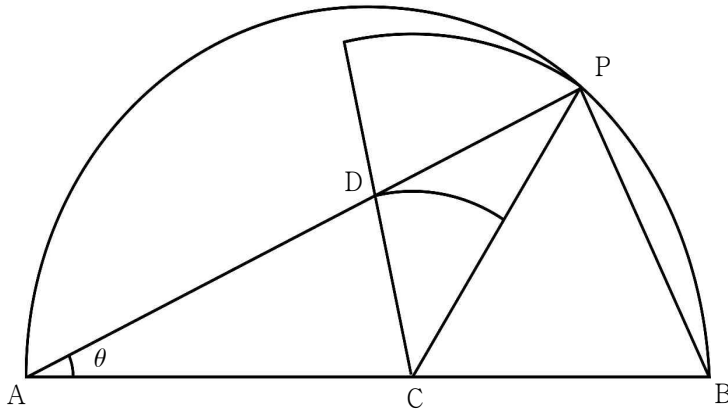


#34. [2017년 4월 전국연합학력평가 21번(가형)]

그림과 같이 길이가 1인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여 $\overline{BP} = \overline{BC}$ 가 되도록 선분 AB 위의 점 C를 잡고, $\overline{AC} = \overline{AD}$ 가 되도록 선분 AP 위의 점 D를 잡는다.

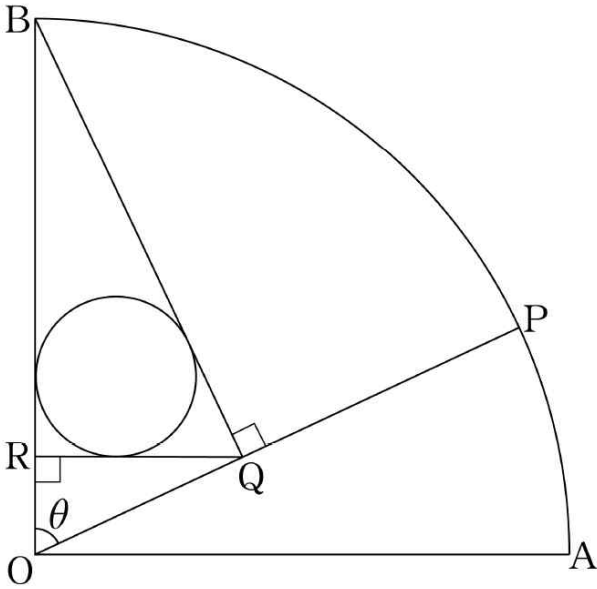
$\angle PAB = \theta$ 에 대하여 선분 CD를 반지름으로 하고 중심각의 크기가 $\angle PCD$ 인 부채꼴의 넓이를 $S(\theta)$, 선분 CP를 반지름으로 하고 중심각의 크기가 $\angle PCD$ 인 부채꼴의 넓이를 $T(\theta)$ 라 할 때,

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{T(\theta) - S(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이고 $\angle PCD$ 는 예각이다.) [4점]



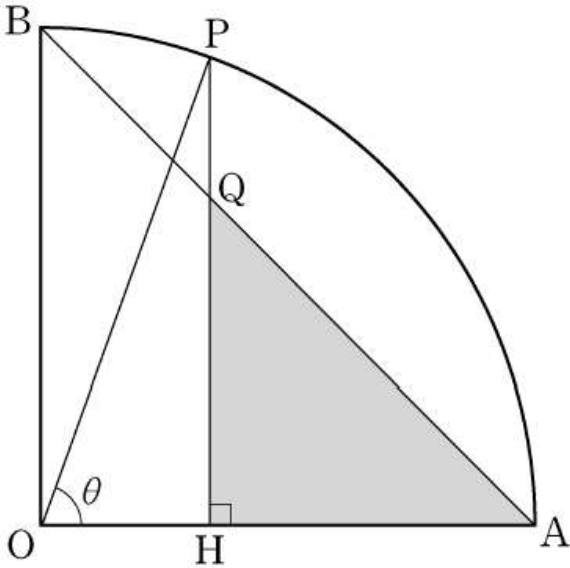
#35. [2017년 3월 전국연합학력평가 17번(가형)]

그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여 점 B에서 선분 OP에 내린 수선의 발을 Q, 점 Q에서 선분 OB에 내린 수선의 발을 R이라 하자. $\angle BOP = \theta$ 일 때, 삼각형 RQB에 내접하는 원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{r(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



#36. [2016년 2017학년도 대학수학능력시험 14번(가형)]

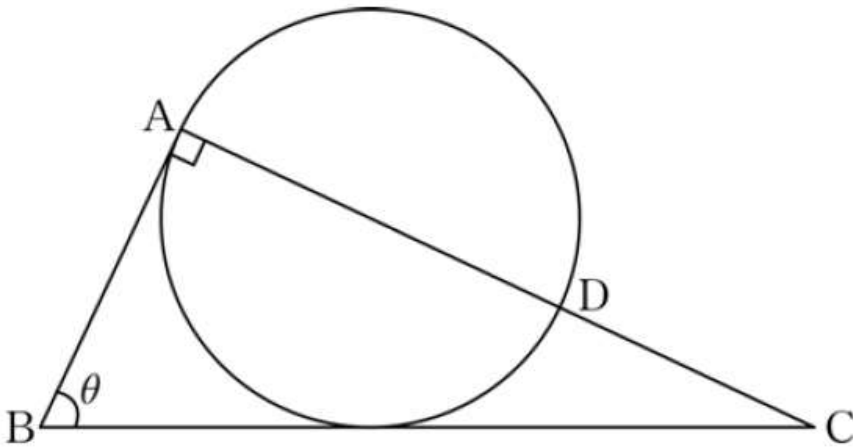
그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H, 선분 PH와 선분 AB의 교점을 Q라 하자. $\angle POH = \theta$ 일 때, 삼각형 AQH의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^4}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



[미적분_함수의극한+도형(2020년-2014년)]

#37. [2016년 10월 전국연합학력평가 28번(가형)]

그림과 같이 $\overline{BC}=1$, $\angle A = \frac{\pi}{2}$, $\angle B = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위의 점 D에 대하여 선분 AD를 지름으로 하는 원이 선분 BC와 접할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\overline{CD}}{\theta^3} = k$ 라 하자. $100k$ 의 값을 구하시오. [4점]

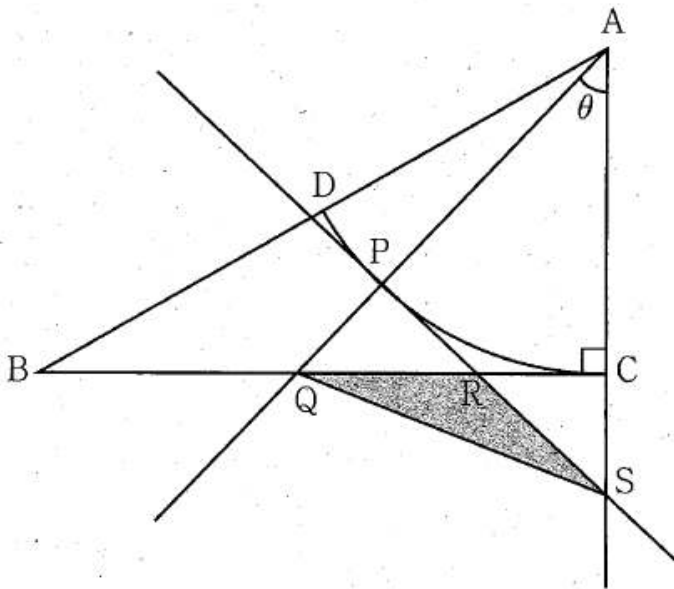


#38. [2016년 10월 경남교육청 20번(가형)]

그림과 같이 $\angle A = \frac{\pi}{3}$, $\angle C = \frac{\pi}{2}$ 이고, 변 AC 의 길이가

$2\sqrt{5}$ 인 직각삼각형 ABC 가 있다. 중심이 A 이고 변 AC 를 반지름으로 하는 원과 변 AB 가 만나는 점을 D 라 하자. 호 CD 위의 점 P 에 대하여 직선 AP 와 변 BC 가 만나는 점을 Q , 점 P 에서의 접선과 변 BC 가 만나는 점을 R , 점 P 에서의 접선과 직선 AC 가 만나는 점을 S 라 하자. $\angle PAC = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{3}$)라

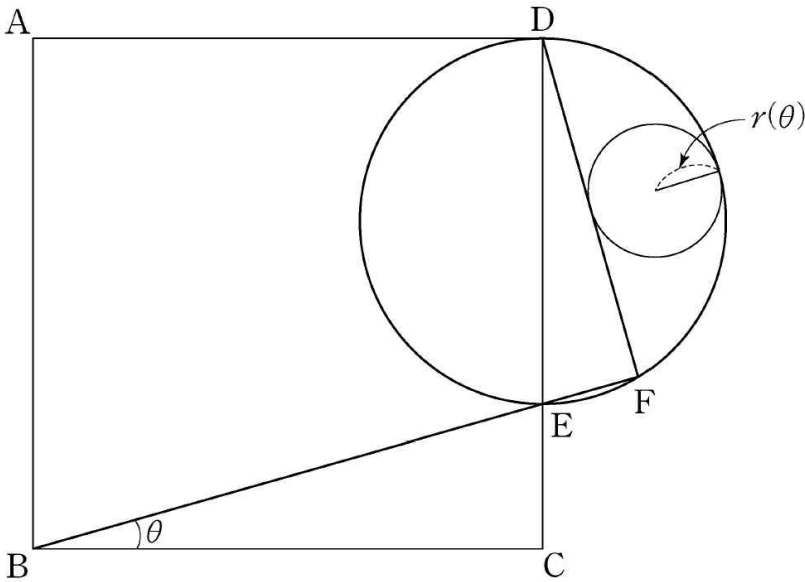
하고, 삼각형 QSR 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? [4점]



#39. [2016년 9월 평가원모의고사 20번(가형)]

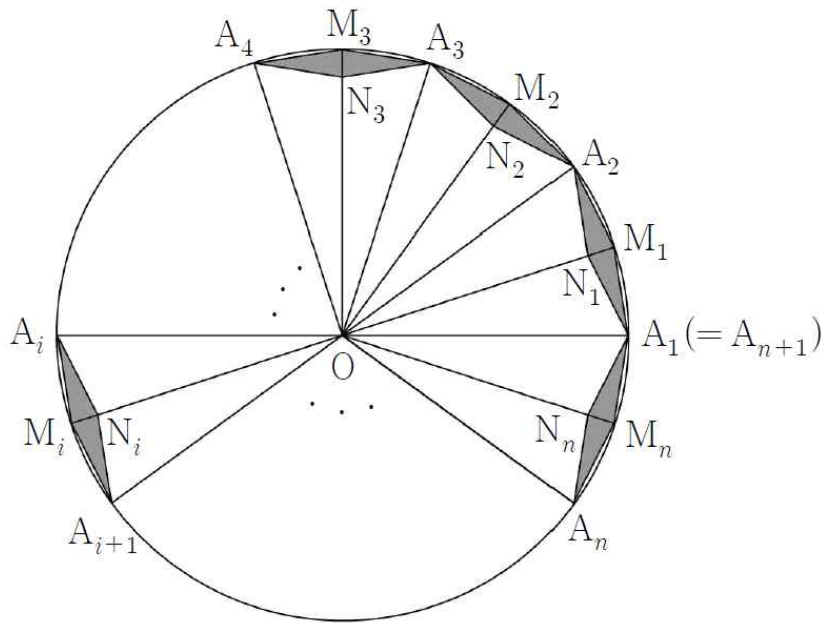
그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD가 있다. 변 CD 위의 점 E에 대하여 선분 DE를 지름으로 하는 원과 직선 BE가 만나는 점 중 E가 아닌 점을 F라 하자. $\angle EBC = \theta$ 라 할 때, 점 E를 포함하지 않는 호 DF를 이등분하는 점과 선분 DF의 중점을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{r(\theta)}{\frac{\pi}{4} - \theta}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



#40. [2016년 7월 전국연합학력평가 21번(가형)]

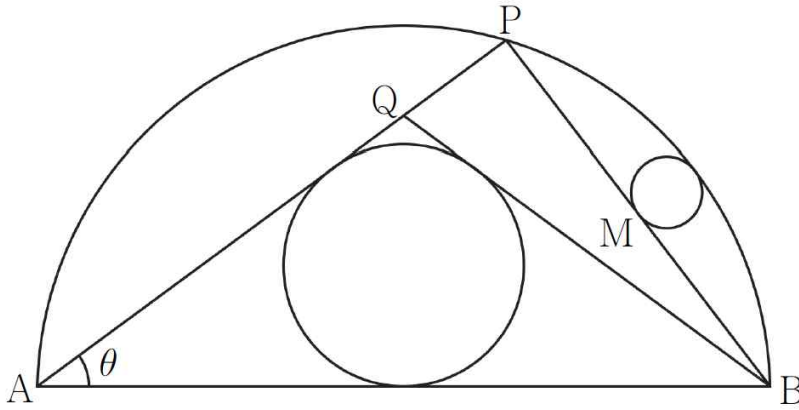
그림과 같이 중심이 O 이고 반지름의 길이가 1인 원의 둘레를 $n(n \geq 4)$ 등분한 점을 A_1, A_2, \dots, A_n 이라 하자. 호 $A_i A_{i+1}$ ($i = 1, 2, \dots, n$)을 이등분한 점을 M_i 라 하고 사각형 $A_i M_i A_{i+1} N_i$ 가 마름모가 되도록 하는 선분 OM_i 위의 점을 N_i 라 하자. n 개의 사각형 $A_1 M_1 A_2 N_1, A_2 M_2 A_3 N_2, A_3 M_3 A_4 N_3, \dots, A_n M_n A_{n+1} N_n$ 의 넓이의 합을 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 \times S_n)$ 의 값은? (단, $A_{n+1} = A_1$) [4점]



#41. [2016년 4월 전국연합학력평가 29번(가형)]

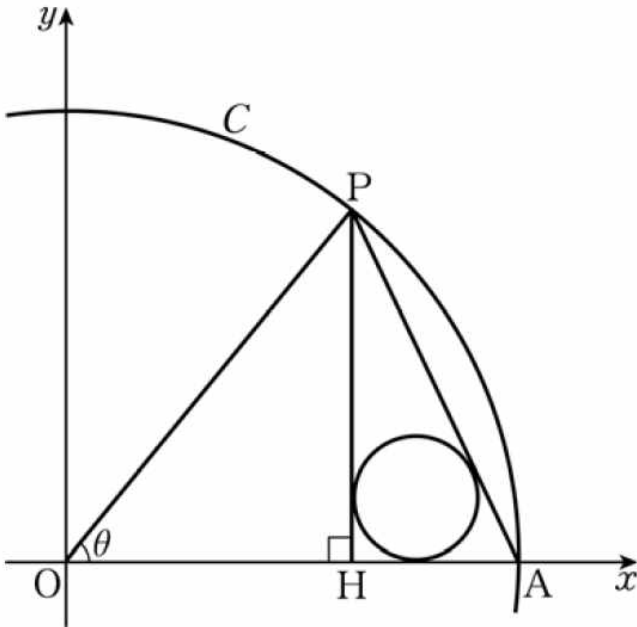
그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 한 점 P에 대하여 $\angle PAB = \theta$ 라 하자. 선분 PB의 중점 M에서 선분 PB에 접하고 호 PB에 접하는 원의 넓이를 $S(\theta)$, 선분 AP 위에 $\overline{AQ} = \overline{BQ}$ 가 되도록 점 Q를 잡고 삼각형 ABQ에 내접하는 원의 넓이를 $T(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\theta^2 \times T(\theta)}{S(\theta)}$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



#42. [2016년 3월 전국연합학력평가 21번(가형)]

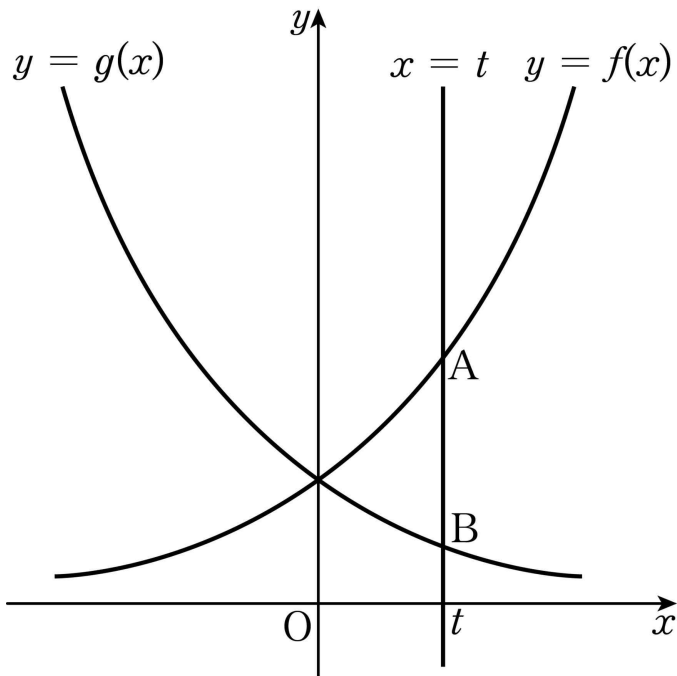
그림과 같이 중심이 원점 O 이고 반지름의 길이가 1인 원 C 가 있다. 원 C 가 x 축의 양의 방향과 만나는 점을 A , 원 C 위에 있고 제 1사분면에 있는 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H , $\angle POA = \theta$ 라 하자. 삼각형 APH 에 내접하는 원의 반지름의 길이를 $r(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{r(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? [4점]



#43. [2016년 3월 전국연합학력평가 14번(가형)]

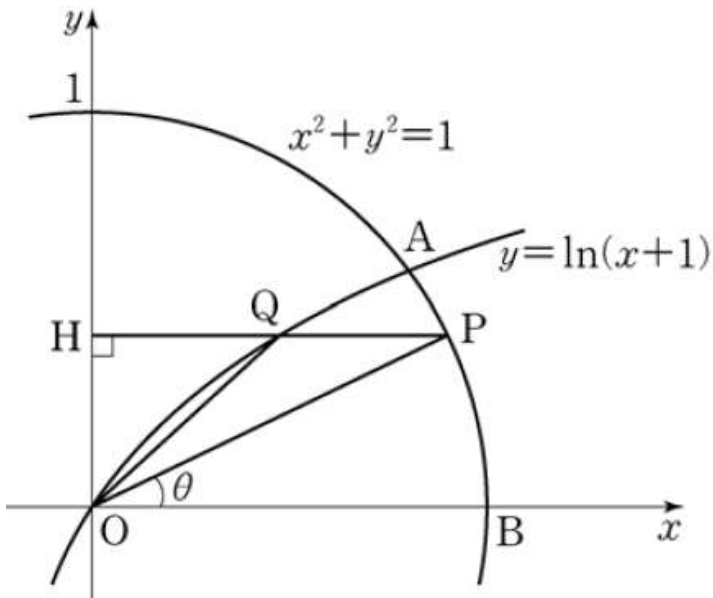
좌표평면에 두 함수 $f(x) = 2^x$ 의 그래프와 $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ 의 그래프가 있다. 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 가 직선 $x = t$ ($t > 0$)과 만나는 점을 각각 A , B 라 하자. 점 A 에서 y 축에 내린 수선의 발을 H 라 할 때,

$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\overline{AB}}{\overline{AH}}$ 의 값은? [4점]



#44. [2015년 2016학년도 대학수학능력시험 28번(B형)]

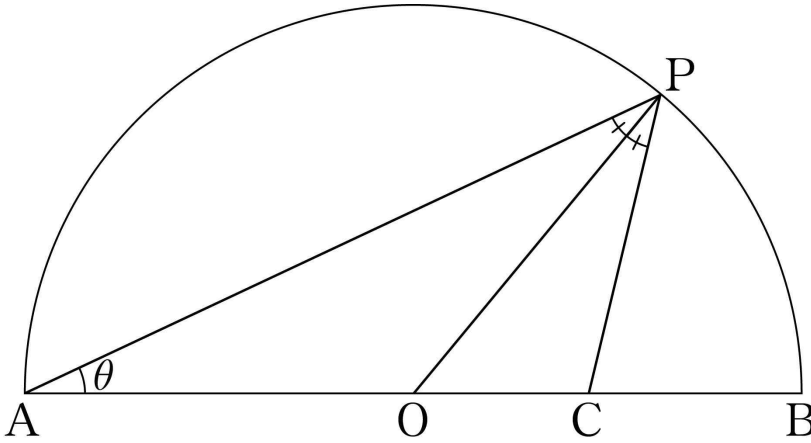
그림과 같이 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 곡선 $y = \ln(x+1)$ 이 제1사분면에서 만나는 점을 A라 하자. 점 B(1,0)P 대하여 호 AB 위의 점 P에서 y축에 내린 수선의 발을 H, 선분 PH와 곡선 $y = \ln(x+1)$ 이 만나는 점을 Q라 하자. $\angle POB = \theta$ 라 할 때, 삼각형 OPQ의 넓이를 $S(\theta)$, 선분 HQ의 길이를 $L(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{L(\theta)} = k$ 일 때, $60k$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ 이고, O는 원점이다.) [4점]



[미적분_함수의극한+도형(2020년-2014년)]

#45. [2015년 10월 전국연합학력평가 12번(B형)]

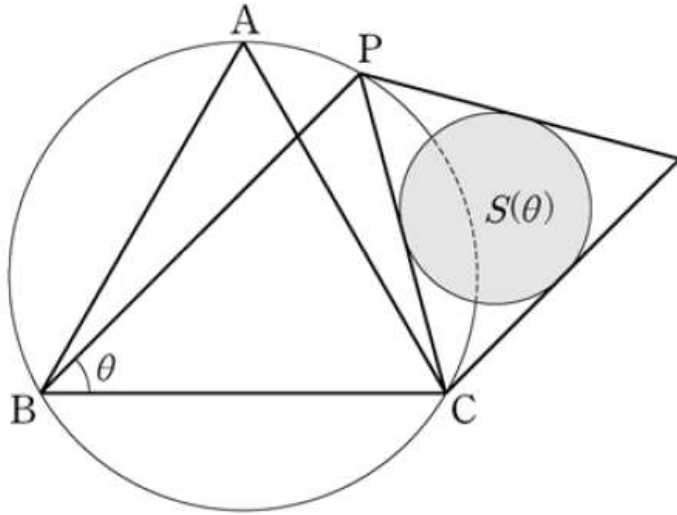
그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위의 점 P에 대하여 $\angle PAB = \theta$ 라 하자. 선분 OB 위의 점 C가 $\angle APO = \angle OPC$ 를 만족시킬 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \overline{OC}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 이고, 점 O는 선분 AB의 중점이다.) [3점]



[미적분_함수의극한+도형(2020년-2014년)]

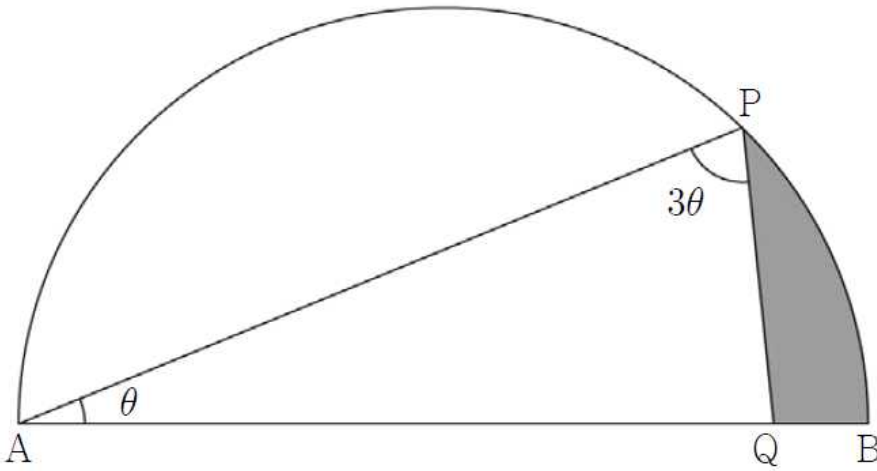
#46. [2015년 9월 평가원모의고사 28번(B형)]

그림과 같이 원에 내접하고 한 변의 길이가 $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형 ABC가 있다. 점 B를 포함하지 않는 호 AC 위의 점 P에 대하여 $\angle PBC = \theta$ 라 하고, 선분 PC를 한 변으로 하는 정삼각형에 내접하는 원의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = a\pi$ 일 때, $60a$ 의 값을 구하시오. [4점]



#47. [2015년 7월 전국연합학력평가 29번(B형)]

그림과 같이 길이가 12인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의호 AB 위에 $\angle PAB = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{6}$)인 점 P가 있다. $\angle APQ = 3\theta$ 가 되도록 선분 AB 위의 점 Q를 잡을 때, 두 선분 PQ, QB와 호 BP로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값을 구하시오. [4점]



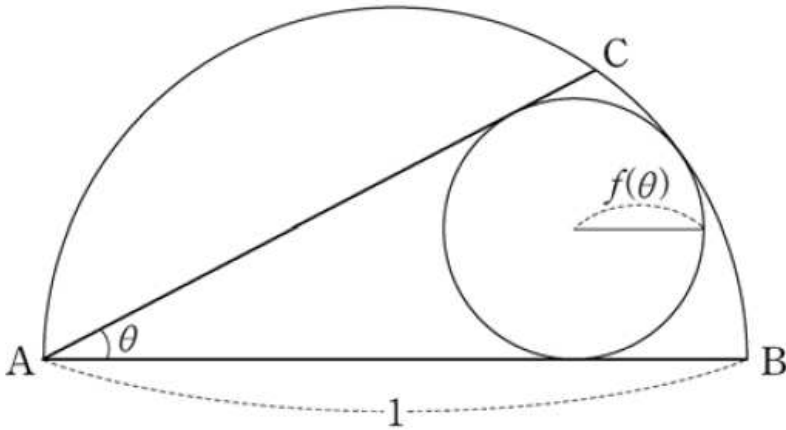
[미적분_함수의극한+도형(2020년-2014년)]

#48. [2015년 6월 평가원모의고사 29번(B형)]

그림과 같이 길이가 1인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 점 C를 잡고 $\angle BAC = \theta$ 라 하자. 호 BC와

두 선분 AB, AC에 동시에 접하는 원의 반지름의 길이를 $f(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\tan \frac{\theta}{2} - f(\theta)}{\theta^2} = \alpha$ 이다.

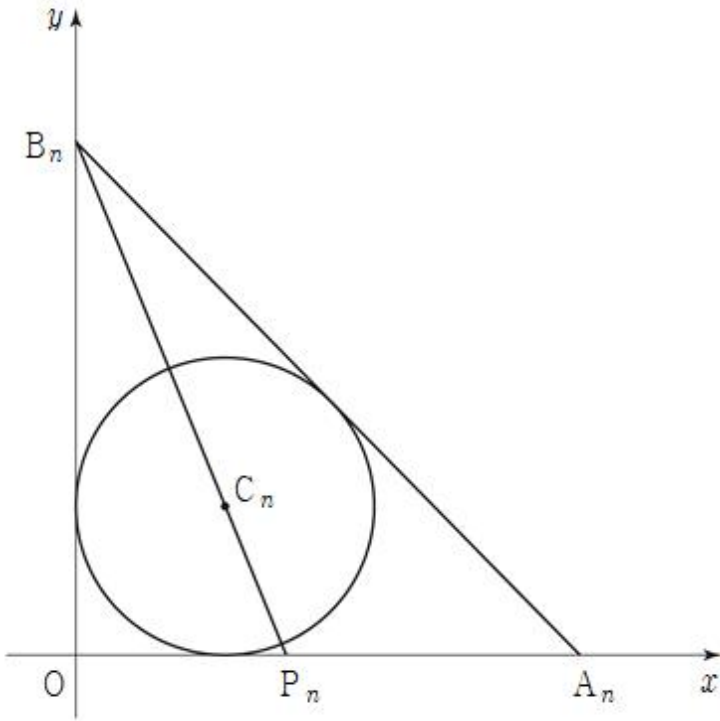
100α 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



#49. [2015년 4월 전국연합학력평가 20번(A형)]

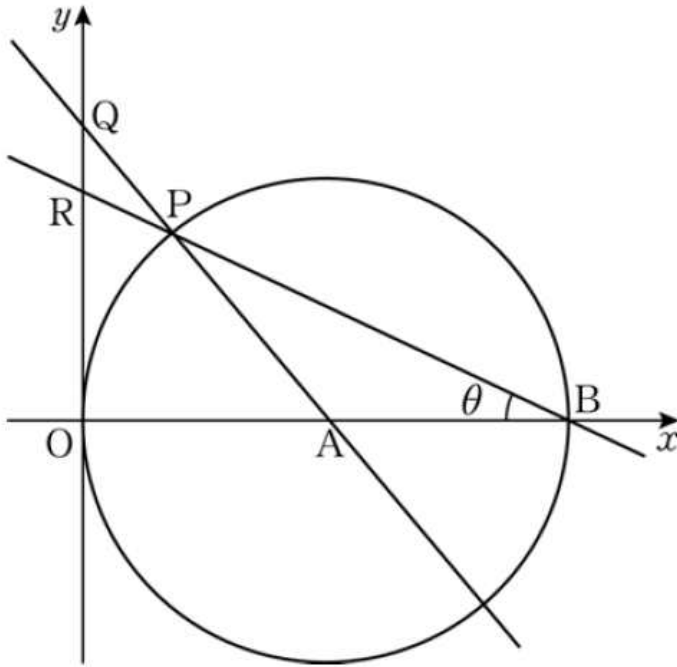
자연수 n 에 대하여 그림과 같이 두 점 $A_n(n, 0)$, $B_n(0, n+1)$ 이 있다. 삼각형 OA_nB_n 에 내접하는 원의 중심을 C_n 이라 하고, 두 점 B_n 과 C_n 을 지나는 직선이 x 축과 만나는 점을 P_n 이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\overline{OP_n}}{n}$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]



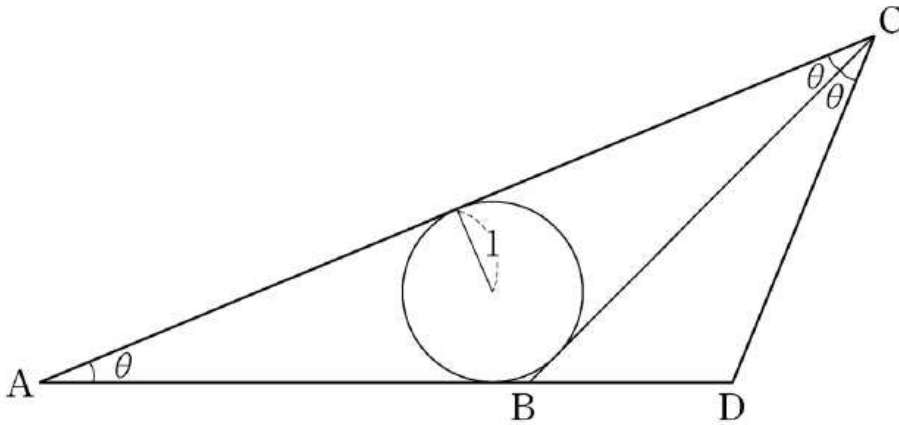
#50. [2015년 3월 전국연합학력평가 29번(B형)]

그림과 같이 중심이 $A(3,0)$ 이고 점 $B(6,0)$ 을 지나는 원이 있다. 이 원 위의 점 P 를 지나는 두 직선 AP, BP 가 y 축과 만나는 점을 각각 Q, R 라 하자. $\angle PBA = \theta$ 라 하고, 삼각형 PQR 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^5}$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]



#51. [2014년 2015학년도 대학수학능력시험 20번(B형)]

그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원에 외접하고 $\angle CAB = \angle BCA = \theta$ 인 이등변삼각형 ABC가 있다. 선분 AB의 연장선 위에 점 A가 아닌 점 D를 $\angle DCB = \theta$ 가 되도록 잡는다. 삼각형 BDC의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \{\theta \times S(\theta)\}$ 의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$) [4점]

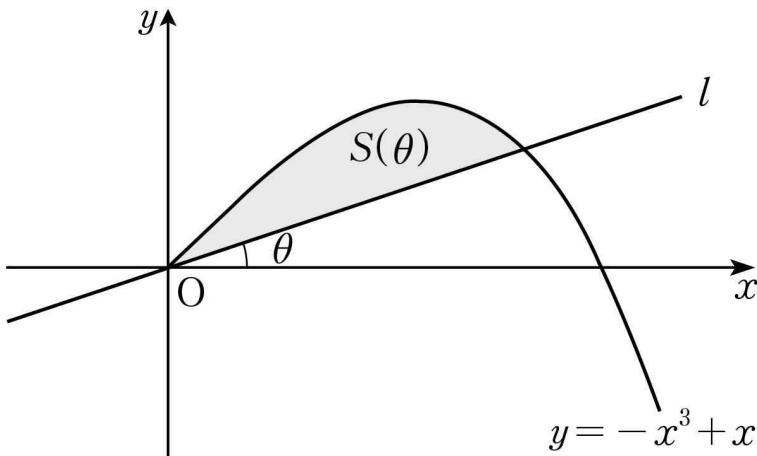


#52. [2014년 10월 전국연합학력평가 19번(B형)]

그림과 같이 원점을 지나고 x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기가 θ ($0 \leq \theta < \frac{\pi}{4}$)인 직선을 l 이라 하자.

곡선 $y = -x^3 + x$ ($x \geq 0$)과 직선 l 로 둘러싸인 부분의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4} - 0} \frac{S(\theta)}{\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)^2}$ 의 값

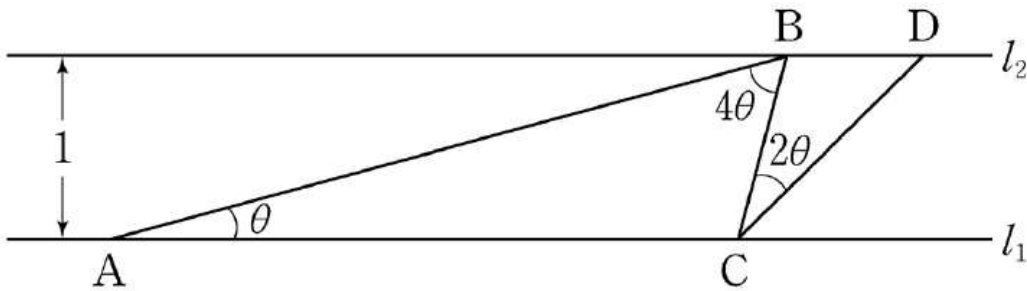
은? [4점]



#53. [2014년 9월 평가원모의고사 28번(B형)]

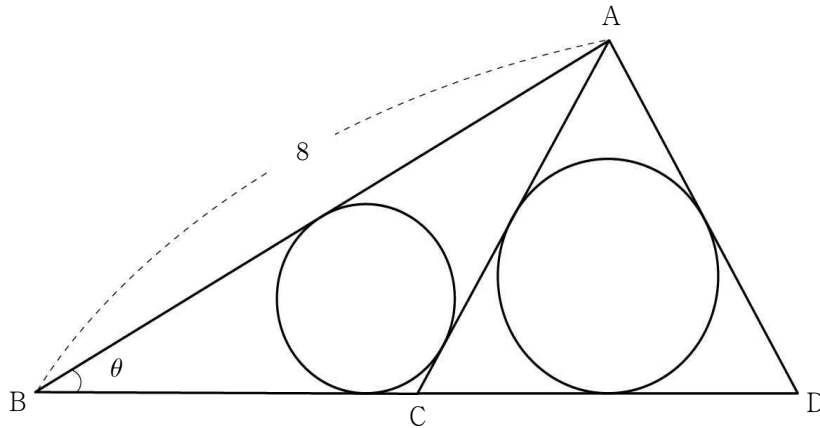
그림과 같이 서로 평행한 두 직선 l_1 과 l_2 사이의 거리가 1이다. 직선 l_1 위의 점 A에 대하여 직선 l_2 위에 점 B를 선분 AB와 직선 l_1 이 이루는 각의 크기가 θ 가 되도록 잡고, 직선 l_1 위에 점 C를 $\angle ABC = 4\theta$ 가 되도록 잡는다. 직선 l_2 위에 점 D를 $\angle BCD = 2\theta$ 이고 선분 CD가 선분 AB와 만나지 않도록 잡는다. 삼각형 ABC의 넓이를 T_1 , 삼각형 BCD의 넓이를 T_2 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{T_1}{T_2}$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{10}$) [4점]



#54. [2014년 7월 전국연합학력평가 21번(B형)]

$\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = \overline{BC}$, $\angle ABC = \theta$ 인 이등변삼각형 ABC 가 있다. 그림과 같이 선분 BC 의 연장선 위에 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 인 점 D 를 잡는다. 삼각형 ABC 에 내접하는 원의 반지름의 길이를 r_1 , 삼각형 ACD 에 내접하는 원의 반지름의 길이를 r_2 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{r_1 r_2}{\theta^2}$ 의 값은? [4점]



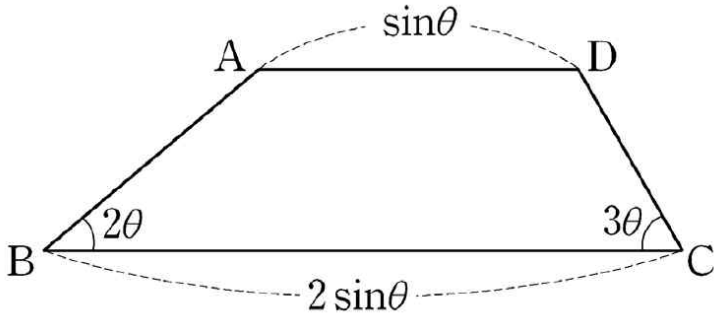
[미적분_함수의극한+도형(2020년-2014년)]

#55. [2014년 6월 평가원모의고사 29번(B형)]

그림과 같이 사다리꼴 ABCD에서 변 AD와 변 BC가 평행하고 $\angle B = 2\theta$, $\angle C = 3\theta$,

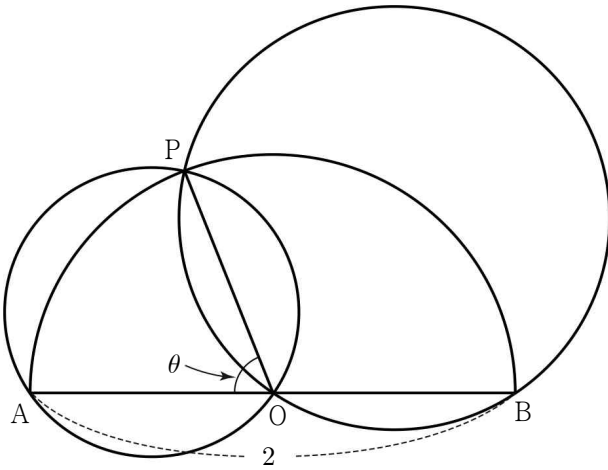
$\overline{BC} = 2\sin\theta$, $\overline{AD} = \sin\theta$ 이다. 사다리꼴 ABCD의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = \frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ 이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



#56. [2014년 4월 전국연합학력평가 19번(B형)]

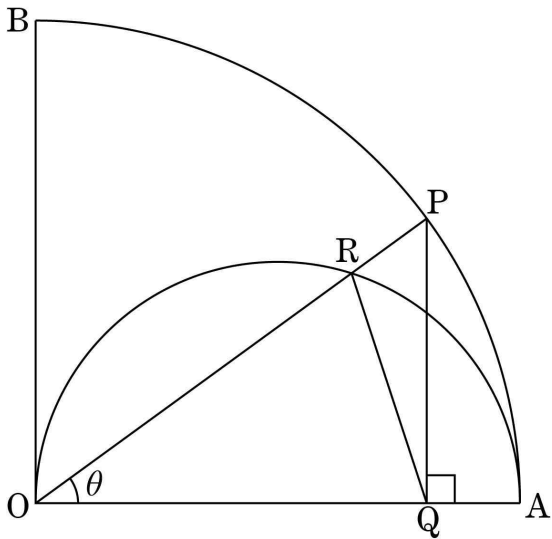
그림과 같이 중심이 O이고 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위를 움직이는 점 P에 대하여 $\angle AOP = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)일 때, 세 점 A, O, P를 지나는 원의 넓이를 $f(\theta)$, 세 점 B, O, P를 지나는 원의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}^-} \frac{g(\theta) - f(\theta)}{\frac{\pi}{2} - \theta}$ 의 값은? [4점]



#57. [2014년 3월 전국연합학력평가 19번(B형)]

그림과 같이 반지름의 길이가 1 이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB와 선분 OA 를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 점 P 에 대하여 점 P 에서 선분 OA 에 내린 수선의 발을 Q, 선분 OP 와 반원의 교점 중 O 가 아닌 점을 R 라 하고, $\angle POA = \theta$ 라 하자. 삼각형 PRQ 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때,

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은? [4점]



정답		
#1. $\frac{1}{4}$	#25. $\frac{\sqrt{3}}{3}$	#53. 6
#2. 60	#26. $\frac{1}{16}$	#54. 8
#3. $\frac{8}{9}$	#27. 1	#55. 14
#4. $\frac{11}{12}, 23$	#28. 8	#56. π
#5. 120	#29. 9	#57. $\frac{1}{4}$
#6. 15	#30. 1	
#7. 2	#31. 3	
#8. 2	#32. $\frac{16}{27}$	
#9. $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$	#33. 20	
#10. $\frac{1}{2}$	#34. $\frac{\pi}{8}$	
#11. 40	#35. $\frac{1}{2}$	
#12. $\frac{1}{4}$	#36. $\frac{1}{8}$	
#13. $\frac{1}{8}$	#37. 25	
#14. $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$	#38. $\frac{5}{2}$	
#15. $\frac{1}{2}$	#39. $\frac{1}{4}(2-\sqrt{2})$	
#16. $\frac{1}{2}$	#40. π^3	
#17. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$	#41. 4	
#18. 9	#42. $\frac{1}{4}$	
#19. 2	#43. $2\ln 2$	
#20. $\frac{\pi^2}{2}$	#44. 30	
#21. 2	#45. $\frac{1}{3}$	
#22. $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$	#46. 80	
#23. $\frac{1}{4}$	#47. 18	
#24. $\frac{8}{3}$	#48. 25	
	#49. $\sqrt{2}-1$	
	#50. 18	
	#51. $\frac{4}{3}$	
	#52. 1	