

# 수학 영역

by 지민!

3문 보지 얼마나 됐다고  
4문 보느라 숙고했어요~  
좋은 문제 엄청 많으니까  
보심 좋게히 !!

1

## 제 2 교시

### 5지선다형

1.  $(\sqrt{3^{\sqrt{2}}})^{\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

$$\begin{aligned} & (\sqrt{3^{\sqrt{2}}})^{\sqrt{2}} \\ &= (3^{\frac{\sqrt{2}}{2}})^{\sqrt{2}} \\ &= 3 \end{aligned}$$

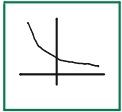
2. 공차가 2인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_5 - a_2$ 의 값은? [2점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

$$\begin{aligned} & a_1 = a, \quad d = 2 \\ & a_5 - a_2 \\ &= (a + 4d) - (a + d) \\ &= 3d = 6 \end{aligned}$$

3. 닫힌구간  $[0, 4]$ 에서 함수  $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} + 1$ 의 최댓값은? [3점]

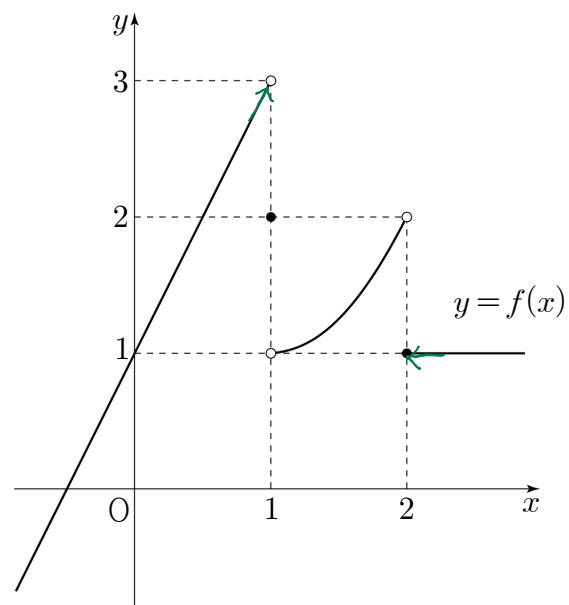
- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

$f(x) : y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ 의 평행이동 꼴이므로  
감소함수 

$\therefore [0, 4]$ 에서  $x=0$ 일 때 최대

$$\begin{aligned} f(0) &= \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} + 1 \\ &= 10 \end{aligned}$$

4. 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

$$\begin{aligned} & \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \\ &= 3 + 1 = 4 \end{aligned}$$

5. 함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(x)=2x+4$ 이고  $f(-1)+f(1)=0$ 일 때,  $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 9      ② 10      ③ 11      ④ 12      ⑤ 13

정답 ( )

$$f'(x) = 2x + 4$$

$$f(x) = x^2 + 4x + C \quad (C: \text{정답 164})$$

$$f(-1) + f(1) = (-1 - 4 + C) + (1 + 4 + C)$$

$$= 2 + 2C = 0$$

$$\therefore C = -1$$

$$f(2) = 4 + 8 - 1 = 11$$

6. 양수  $a$ 에 대하여 함수  $f(x) = \sin\left(ax + \frac{\pi}{6}\right)$ 의 주기가  $4\pi$ 일 때,  $f(\pi)$ 의 값은? [3점]

- ① 0      ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       ④  $\frac{\sqrt{3}}{2}$       ⑤ 1

삼각함수의 주기  $\Rightarrow x$ 의 계수에 의해 결정

$$f(x) = \sin\left(\underline{a}x + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$\text{주기 } 4\pi \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

$$\therefore f(x) = \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$f(\pi) = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6}\right) = \sin \frac{2}{3}\pi = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

각변환  $\Rightarrow \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

7. 함수  $f(x) = x^3 - 3x$ 에서  $x$ 의 값이 1에서 4까지 변할 때의 평균변화율과 곡선  $y = f(x)$  위의 점  $(k, f(k))$ 에서의 접선의 기울기가 서로 같을 때, 양수  $k$ 의 값은? [3점]

- ①  $\sqrt{3}$       ② 2      ③  $\sqrt{5}$       ④  $\sqrt{6}$       ⑤  $\sqrt{7}$

$$(\text{평균변화율}) = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1}$$

$$= \frac{(64 - 12) - (-1 - 3)}{3}$$

$$= \frac{54}{3} = 18$$

$$(\text{접선의 기울기}) = f'(k) = 3k^2 - 3$$

$$\therefore 3k^2 - 3 = 18$$

$$3k^2 = 21$$

$$k^2 = 7 \Rightarrow k = \sqrt{7}$$

삼각함수의 주기

$$y = k \sin(ax + b) + C \Rightarrow \text{주기는 "a"만 중요하다.}$$

기본 삼각함수 ( $\sin, \cos$ )의 주기가  $2\pi$

$\Rightarrow |a|x = 2\pi$  가 되도록 하는  $x$ 가 새로운 주기이다.

$$6\text{번 } f(x) = \sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right), \text{ 주기 } 4\pi$$

$$\Rightarrow |a|x = 2\pi, x = 4\pi$$

$$\therefore 4\pi|a| = 2\pi \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

해는 주기가  $\pi$  이므로

$$y = k \sin(ax + b) + C \text{ 에서}$$

$|a|x = \pi$  가 되도록 하는  $x$ 가 새로운 주기이다.

8. 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 3x + a}{x - 2} & (x < 2) \\ -x^2 + b & (x \geq 2) \end{cases}$$

가  $x=2$ 에서 연속일 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.)

[3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

$$x=2 \text{에서 연속} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (-x^2 + b) = -4 + b \quad (f(2) \text{도 동일})$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 3x + a}{x - 2} : \text{값이 존재해야 함}$$

$$\text{분모} \rightarrow 0 \text{ 이므로 분자} \rightarrow 0 \quad \therefore a = -10$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{x^2 + 3x - 10}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x + 5) = 7$$

$$\therefore -4 + b = 7 \Rightarrow b = 11 \quad \therefore a + b = 1$$

9. 두 함수  $f(x), g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \{2f(x) - 3g(x)\} = 1, \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \infty$$

를 만족시킬 때,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4f(x) + g(x)}{3f(x) - g(x)}$ 의 값은? [4점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2f(x) - 3g(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{g(x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \{2 \frac{f(x)}{g(x)} - 3\} = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{3}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4f(x) + g(x)}{3f(x) - g(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 \frac{f(x)}{g(x)} + 1}{3 \frac{f(x)}{g(x)} - 1} = \frac{6 + 1}{\frac{9}{2} - 1} = 2$$

10. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간  $t(t \geq 0)$ 에서의 속도  $v(t)$ 가

$$v(t) = 4t - 10$$

이다. 점 P의 시간  $t=1$ 에서의 위치와 점 P의 시간  $t=k(k > 1)$ 에서의 위치가 서로 같을 때, 상수  $k$ 의 값은? [4점]

- ① 3      ②  $\frac{7}{2}$       ③ 4      ④  $\frac{9}{2}$       ⑤ 5

$$(t=1 \text{에서의 위치}) = \int_0^1 v(t) dt$$

$$(t=k \text{에서의 위치}) = \int_0^k v(t) dt$$

$$\int_0^1 v(t) dt = \int_0^k v(t) dt$$

$$[2t^2 - 10t]_0^1 = [2t^2 - 10t]_0^k$$

$$-8 = 2k^2 - 10k$$

$$k^2 - 5k + 4 = 0$$

$$(k-1)(k-4) = 0 \quad \therefore k = 4$$

<비슷해>

$$[2t^2 - 10t]_0^1 = [2t^2 - 10t]_0^k$$

$\Rightarrow$  이차함수  $f(t) = 2t^2 - 10t$  라 하면,

$f(1) = f(k)$  라는 뜻인데,

$f(t) : t = \frac{5}{2}$  대칭인 이차함수이므로

$$\frac{1+k}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow k = 4$$

11.  $0 < x < 2\pi$  일 때, 방정식  $2\cos^2 x - \sin(\pi+x) - 2 = 0$ 의 모든 해의 합은? [4점]

- ①  $\pi$       ②  $\frac{3}{2}\pi$       ③  $2\pi$       ④  $\frac{5}{2}\pi$       ⑤  $3\pi$

$$2\cos^2 x - \sin(\pi+x) - 2 = 0$$

$$2\cos^2 x + \sin x - 2 = 0$$

$\sin$  or  $\cos$  하나를 통일해야 함

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x \text{ 이용}$$

$$2(1 - \sin^2 x) + \sin x - 2 = 0$$

$$2\sin^2 x - \sin x = 0$$

$$\sin x (2\sin x - 1) = 0$$

$$\therefore \sin x = 0 \text{ or } \frac{1}{2}$$

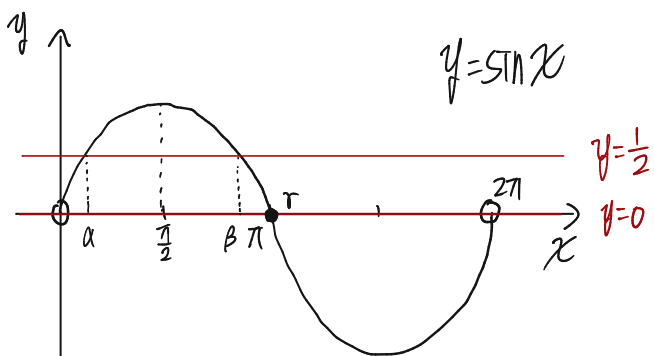
$$x = \pi \text{ or } x = \frac{\pi}{6} \text{ or } \frac{5\pi}{6}$$

$$\therefore \pi + \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = 2\pi$$

<참고>

삼각방정식 모든 해의 합은

그래프의 대칭성으로 파악할 수 있다.



$$\alpha, \beta : x = \frac{\pi}{2} \text{ 대칭} \Rightarrow \alpha + \beta = \pi$$

$$\gamma = \pi$$

$$\therefore \alpha + \beta + \gamma = \pi + \pi = 2\pi$$

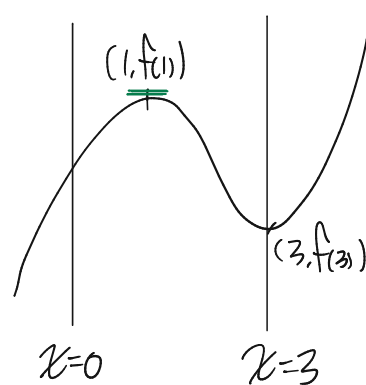
12. 닫힌구간  $[0, 3]$  에서 함수  $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + a$ 의 최댓값이 12일 때, 상수  $a$ 의 값은? [4점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

$$= 3(x-1)(x-3)$$

$\therefore f(x)$ :  $x=1$  에서 극대,  $x=3$  에서 극소



$[0, 3]$  에서  $x=1$  일 때 최대

$$f(1) = 1 - 6 + 9 + a$$

$$= 4 + a = 12$$

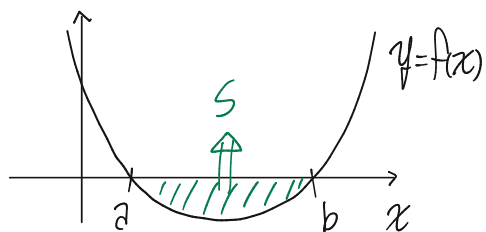
$$\therefore a = 8$$

13. 두 양수  $a, b (a < b)$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를  $f(x) = (x-a)(x-b)$ 라 하자.

$$\int_0^a f(x)dx = \frac{11}{6}, \int_0^b f(x)dx = -\frac{8}{3}$$

일 때, 곡선  $y=f(x)$ 와  $x$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

- ① 4      ②  $\frac{9}{2}$       ③ 5      ④  $\frac{11}{2}$       ⑤ 6



$$\int_0^b f(x)dx = \int_0^a f(x)dx + \int_a^b f(x)dx \text{ 이므로}$$

$$S = -\int_a^b f(x)dx = -\int_0^b f(x)dx + \int_0^a f(x)dx$$

$$= \frac{8}{3} + \frac{11}{6}$$

$$= \frac{21}{6} = \boxed{\frac{9}{2}}$$

14번

$$a+b \leq n, a > b$$

$$b=k \text{ 일 때 } a : n-2k \text{ 개}$$

$$(i) n=2m$$

$b$ 는  $1 \sim m-1$  까지 가능

$$(가) = m-1$$

$$T_{2m} = \sum_{k=1}^{m-1} (2m-2k) = 2m(m-1) - 2 \cdot \frac{(m-1)m}{2}$$

$$= (m-1)m$$

$$(나) = m^2 - m$$

$$(i) n=2m+1$$

$b$ 는  $1 \sim m$  까지 가능

$$\sum_{k=1}^m (n-2k) = \sum_{k=1}^m (2m+1-2k) = 2m^2 + m - 2 \cdot \frac{m(m+1)}{2}$$

$$= m^2$$

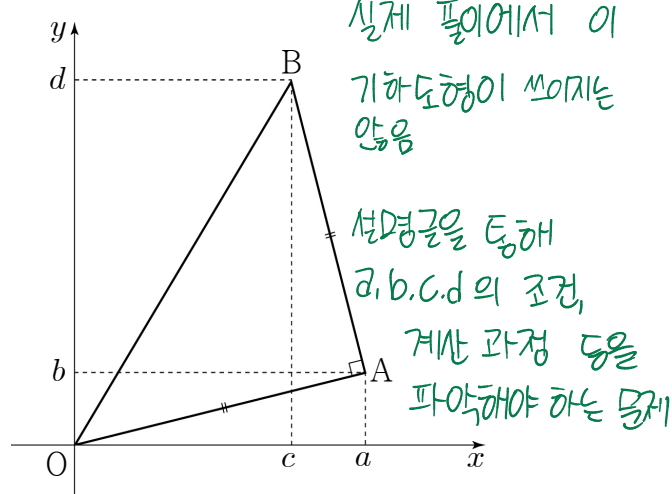
$$(다) = m^2$$

14. 4 이상의 자연수  $n$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는  $n$  이하의 네 자연수  $a, b, c, d$ 가 있다.

- $a > b$
- 좌표평면 위의 두 점  $A(a, b), B(c, d)$ 와 원점  $O$ 에 대하여 삼각형  $OAB$ 는  $\angle A = \frac{\pi}{2}$ 인 직각이등변삼각형이다.

다음은  $a, b, c, d$ 의 모든 순서쌍  $(a, b, c, d)$ 의 개수를  $T_n$ 이라

할 때,  $\sum_{n=4}^{20} T_n$ 의 값을 구하는 과정이다.



점  $A(a, b)$ 에 대하여

점  $B(c, d)$ 가  $\overline{OA} \perp \overline{AB}, \overline{OA} = \overline{AB}$ 를 만족시키려면

$c = a - b, d = a + b$ 이어야 한다.

이때,  $a > b$ 이고  $d$ 가  $n$  이하의 자연수이므로  $b < \frac{n}{2}$ 이다.

$\frac{n}{2}$  미만의 자연수  $k$ 에 대하여

$b=k$ 일 때,  $a+b \leq n$ 을 만족시키는 자연수  $a$ 의 개수는  $n-2k$ 이다.

2 이상의 자연수  $m$ 에 대하여

(i)  $n=2m$ 인 경우

$b$ 가 될 수 있는 자연수는 1부터  $m-1$  (가) 까지이므로

$$T_{2m} = \sum_{k=1}^{(가)} (2m-2k) = (나) m^2 - m$$

(ii)  $n=2m+1$ 인 경우

$$T_{2m+1} = (다) m^2$$

(i), (ii)에 의해  $\sum_{n=4}^{20} T_n = 614$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각  $f(m), g(m), h(m)$ 이라 할 때,  $f(5)+g(6)+h(7)$ 의 값은? [4점]

- ① 71      ② 74      ③ 77      ④ 80      ⑤ 83

$$f(5) + g(6) + h(7) = 4 + 30 + 49 = \boxed{83}$$

현재에서 시간이 남았다면 614를 이용해  
점산해 보는 것도 좋음!

15. 그림과 같이 1보다 큰 실수  $k$ 에 대하여 두 곡선

$y = \log_2 |kx|$ 와  $y = \log_2(x+4)$ 가 만나는 서로 다른 두 점을

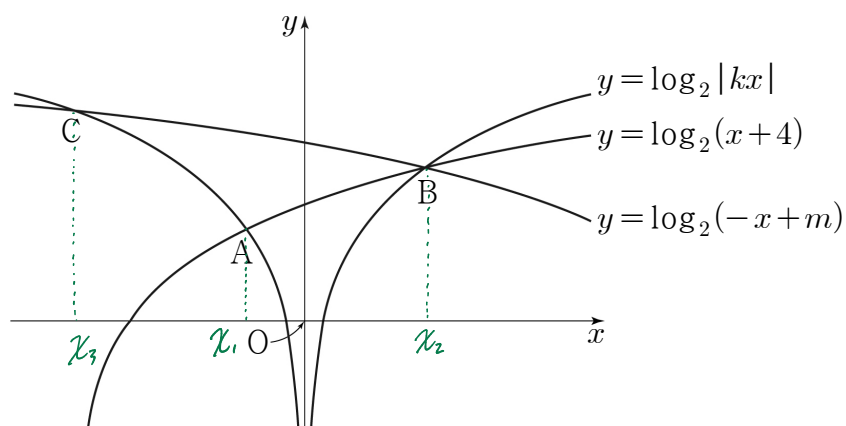
A, B라 하고, 점 B를 지나는 곡선  $y = \log_2(-x+m)$ 이

곡선  $y = \log_2 |kx|$ 와 만나는 점 중 B가 아닌 점을 C라 하자.

세 점 A, B, C의  $x$ 좌표를 각각  $x_1, x_2, x_3$ 이라 할 때,

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

(단,  $x_1 < x_2$ 이고,  $m$ 은 실수이다.) [4점]



< 보 기 >

ㄱ.  $x_2 = -2x_1$ 이면  $k = 3$ 이다.

ㄴ.  $x_2^2 = x_1 x_3$

ㄷ. 직선 AB의 기울기와 직선 AC의 기울기의 합이 0일 때,  
 $m + k^2 = 19$ 이다.

① ㄱ

② ㄷ

③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

세 그래프가 만나는 점의  $x$ 좌표가  $x_1, x_2, x_3$  이므로

이를 대입하면 방정식을 풀 수 있다.

밑이 2로 같은 로그이므로 로그를 빼고 쓰면 다음과 같다.

$$A: x_1 + 4 = -kx_1$$

$$B: x_2 + 4 = kx_2 = -x_2 + m$$

$$C: -kx_3 = -x_3 + m$$

$x_2 = -2x_1$  일 때, A, B 방정식을 풀면,

$$\begin{cases} x_1 + 4 = -kx_1 \\ -2x_1 + 4 = 2kx_1 \end{cases} \Rightarrow x_1 + 4 = -x_1 + 2$$

$$x_1 = -1, k = 3 \dots 7(\bar{7})$$

뒷페이지 추가 해설

단답형

16. 함수  $f(x) = x^2 + ax$ 에 대하여  $f'(1) = 4$ 일 때, 상수  $a$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$f'(x) = 2x + a$$

$$f'(1) = 2 + a = 4$$

$$\therefore a = 2$$

2

17.  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 인  $\theta$ 에 대하여  $\sin \theta \cos \theta = \frac{7}{18}$ 일 때,

$30(\sin \theta + \cos \theta)$ 의 값을 구하시오. [3점]

40

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1, \sin \theta \cos \theta = \frac{7}{18}$$

$$(\sin \theta + \cos \theta)^2 = 1 + 2 \cdot \frac{7}{18} = \frac{16}{9}$$

$$\therefore \sin \theta + \cos \theta = \frac{4}{3}$$

$$30 \sin \theta \cos \theta = 40$$

$$A: x_1 + 4 = -kx_1$$

$$B: x_2 + 4 = kx_2 = -x_2 + m$$

$$C: -kx_3 = -x_3 + m$$

A-B, B-C 를 k로 정리해보면

$$x_2 - x_1 = k(x_2 + x_1) \Rightarrow k = \frac{x_2 - x_1}{x_2 + x_1}$$

$$x_3 - x_2 = k(x_3 + x_2) \Rightarrow k = \frac{x_3 - x_2}{x_3 + x_2}$$

$$\frac{x_2 - x_1}{x_2 + x_1} = \frac{x_3 - x_2}{x_3 + x_2}$$

$$\frac{1 - \frac{x_1}{x_2}}{1 + \frac{x_1}{x_2}} = \frac{1 - \frac{x_2}{x_3}}{1 + \frac{x_2}{x_3}}$$

$f(x) = \frac{1-x}{1+x}$  는 일대일 함수이므로

$$f(a) = f(b) \Rightarrow a = b \text{ 이다.}$$

$$\therefore, f\left(\frac{x_1}{x_2}\right) = f\left(\frac{x_2}{x_3}\right) \text{ 이므로}$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{x_2}{x_3} \Rightarrow x_2^2 = x_1 x_3 \text{ 이다.}$$

$$\dots \boxed{L(\bar{x}_5)}$$

평면변화율 식을 세울 때 L에서 이용한

$y = y_2 | kx_1$  를 이용해 보자!

$$AB: \frac{y_2(kx_2) - y_2(-kx_1)}{x_2 - x_1} = \frac{y_2\left(-\frac{x_2}{x_1}\right)}{x_2 - x_1}$$

$$AC: \frac{y_2(kx_1) - y_2(-kx_3)}{x_1 - x_3} = \frac{y_2\left(\frac{x_2}{x_3}\right)}{x_1 - x_3}$$

L에서  $x_2^2 = x_1 x_3$  이므로

$x_1 \sim x_3$  으로부터  $r (r < 0)$  인 등비수열로 보고 식을 정리하면

$$\frac{y_2 r}{x_2 - x_1} + \frac{y_2 \frac{1}{r^2}}{x_1 - x_3} = 0$$

$$\frac{1}{x_2 - x_1} = \frac{2}{x_1 - x_3}$$

$$x_1 - x_3 = 2x_2 - 2x_1 \Rightarrow \boxed{3x_1 = 2x_2 + x_3}$$

$$3x_1 = 2rx_1 + r^2x_1$$

$$r^2 + 2r - 3 = 0 \quad \therefore \boxed{r = -3}$$

$$\begin{cases} A: x_1 + 4 = -kx_1 \\ B: -3x_1 + 4 = -3kx_1 \end{cases} \text{ 연립} \Rightarrow \boxed{x_1 = -\frac{4}{3}}$$

$$A: \frac{8}{3} = \frac{4}{3}k \Rightarrow \boxed{k = 2}$$

$$B: 8 = -4 + m \Rightarrow \boxed{m = 12}$$

$$\therefore m + k^2 = 12 + 4 = 16 \quad \dots \boxed{E(\text{7가지})}$$

$$\therefore \boxed{7, L}$$

18. 다항함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^2 - 2x)f(x)$$

라 하자. 함수  $f(x)$ 가  $x=3$ 에서 극솟값 2를 가질 때,  $g'(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$f'(3) = 0, \quad f(3) = 2$$

8

$$g'(x) = (2x-2)f(x) + (x^2-2x)f'(x)$$

$$g'(3) = 4f(3) + 3f'(3)$$

$$= 8$$

19. 첫째항이  $\frac{1}{4}$ 이고 공비가 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 + a_5 = \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_5}$$

16

일 때,  $a_{10}$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$a_1 = \frac{1}{4}, \quad r > 0$$

$$a_3 + a_5 = \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_5} = \frac{a_3 + a_5}{a_3 a_5}$$

$$\Rightarrow a_3 a_5 = 1$$

$$a_1^2 r^6 = \frac{r^6}{16} = 1$$

$$\therefore r^6 = 16$$

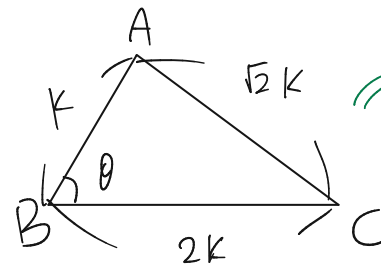
$$a_{10} = \frac{1}{4} \cdot r^9 = \frac{1}{4} \cdot 4^3 = 16$$

20.  $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CA} = 1 : 2 : \sqrt{2}$ 인 삼각형 ABC가 있다.

삼각형 ABC의 외접원의 넓이가  $28\pi$ 일 때, 선분 CA의 길이를 구하시오. [4점]

7

$$\overline{AB} = k, \quad \overline{BC} = 2k, \quad \overline{CA} = \sqrt{2}k$$



TIP.

AC만 sqrt(2)가 있어서

angle B = theta로 두고 코사인법칙을

쓰는 게 유리할 수 있음!

코사인 법칙  $\Rightarrow \theta$  구함

사인 법칙 ( $R = 2\sqrt{2}$ )  $\Rightarrow k$  구함

코사인 법칙을 쓰면,

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - 2\overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \cos \theta$$

$$2k^2 = k^2 + 4k^2 - 4k^2 \cos \theta$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$S = 28\pi \Rightarrow R = 2\sqrt{2} \text{ 이므로}$$

사인법칙을 쓰면,

$$\frac{\overline{AC}}{\sin \theta} = \frac{2k}{\frac{\sqrt{7}}{4}} = 4\sqrt{\frac{2}{7}}k = 4\sqrt{2}$$

$$\therefore k = \frac{7}{2}\sqrt{2}$$

$$\therefore \overline{CA} = \sqrt{2}k = 7$$

# 8 수학 영역

21. 첫째항이 자연수인 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 2 & (a_n \geq 0) \\ a_n + 5 & (a_n < 0) \end{cases}$$

을 만족시킨다.  $a_{15} < 0$ 이 되도록 하는  $a_1$ 의 최솟값을 구하시오.

[4점] 규칙이 바뀐 후이지 않으면 차례대로 관찰!

2. 이 연마인지에 따라 언제 0보다 작아지고 커지는지 달라지므로, 2.을 차례대로 움직이며 관찰!

- $d_1 = 1$   
1, -1, 4, 2, 0, -2, 3/1...
- $d_1 = 2$   
2, 0, -2, 3, 1, -1, 4/2...
- $d_1 = 3$   
3, 1, -1, 4, 2, 0, -2/3...
- $d_1 = 4$   
4, 2, 0, -2, 3, 1, -1/4...

같은 숫자  
⇒ 사이클이  
계속 반복

$d_1 \geq 5$   
2번 배는 규칙을 반복해  
3이 4가 되면 그 때부터 뒤 규칙 반복.

$d_1 = 1, 2, 3, 4$   
 $d_{15}$ 는 자기 자신이므로 0개수

$d_1 = 5$   
5 / 3, 1, -1, 4, 2, 0, -2 / 3...

∴  $d_1 = 5$

22. 실수  $a$ 에 대하여 두 함수  $f(x), g(x)$ 를

$$f(x) = 3x + a, g(x) = \int_2^x (t+a)f(t)dt$$

라 하자. 함수  $h(x) = f(x)g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,

$h(-1)$ 의 최솟값은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점] 251

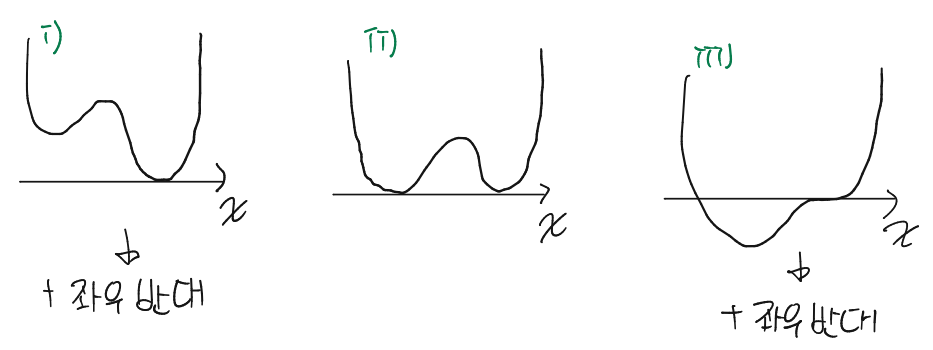
- (가) 곡선  $y = h(x)$  위의 어떤 점에서의 접선이  $x$ 축이다.
- (나) 곡선  $y = |h(x)|$ 가  $x$ 축에 평행한 직선과 만나는 서로 다른 점의 개수의 최댓값은 4이다.

$$g(x) = \int_2^x (t+a)(3t+a)dt, h(x) = (3x+a) \int_2^x (t+a)(3t+a)dt$$

$g(2)=0, x=-2, -\frac{2}{3}$ 에서 극대/극소  
 $h(-\frac{2}{3})=h(2)=0$

(가):  $x$ 축에서 접함 ⇒ 종근 가짐

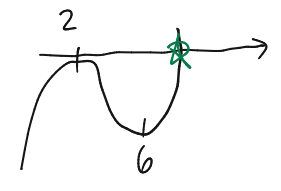
(가), (나)를 종합하면 아래 경우가 가능하다.



(i) 서로 다른 실근이 1개 이므로

$$-\frac{2}{3} = 2 \Rightarrow a = -6$$

$g(x): x=2, x=6$ 에서 극값

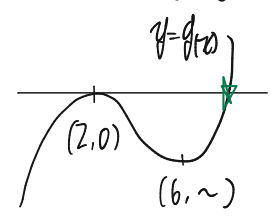


$x > 6$ 에서 실근을 한 개 더 가지므로 모순.  
비율 관계를 통해  $x=8$ 일 수도 있다.

(ii)  $-\frac{2}{3} = 2$  /  $-\frac{2}{3} \neq 2$  로 case 분류

$(ii-1) a = -6$

위의 상황과 동일



$h(x)$ 가  $x=2$ 에서 종근  
⇒  $h(x)$ 가  $x=2$ 에서 삼종근  
and  $x=8$ 에서 나머지 근

⇒ 모순 (iii) case 이다.)

다시 페이지 수가 해설

ii-2)  $a \neq 6$

$h(x)$ 가  $x=2, x=-\frac{2}{3}$ 에서 각각  
중근을 갖는다.

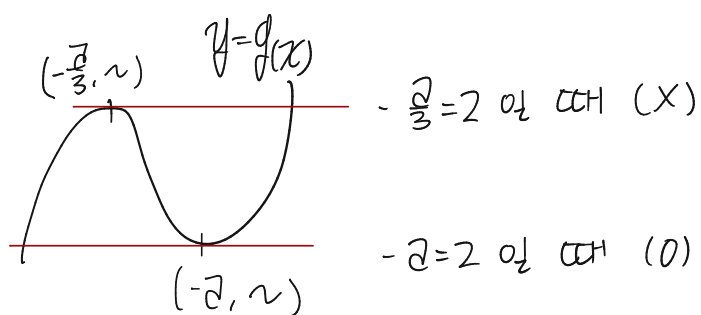
$$h(x) = (3x+a) \int_2^x (t+a)(3t+a) dt \quad \text{원래 식}$$

$$= 3(x-2)^2(x+\frac{2}{3})^2 \quad \text{새로 세팅 식}$$

$$\Rightarrow \int_2^x (t+a)(3t+a) dt = (x-2)^2(x+\frac{2}{3})$$

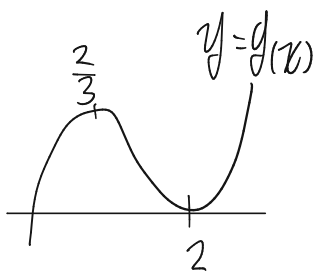
$$= g(x)$$

$g(x)$ 가  $x=2$ 에서 중근을 가져야 함.



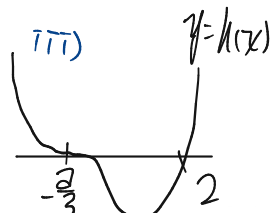
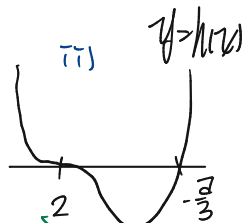
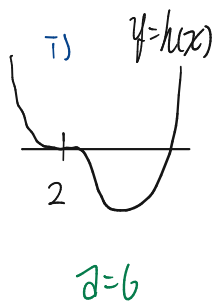
$$\Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow g(x) = (x-2)^2(x-\frac{2}{3})$$



$\Rightarrow g(x)$ 가  $x=\frac{2}{3}$ 에서 근을  
가지지 수 없으므로 모순.

iii)  $h(x)$ 의 판별식 근이  $x=-\frac{2}{3}, x=2$  이므로  
계수가 다음과 같다.

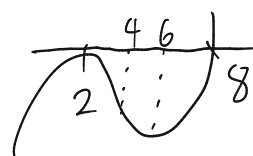


$a \neq 6$

i)

앞에서 따진 계수.

$$h(x) = (3x-6) \int_2^x (x-6)(3x-6) dx$$



$$= (3x-6)(x-2)^2(x-8)$$

$$\therefore h(-1) = -9 \cdot (-3)^2 \cdot (-9) = 729$$

ii)

$$h(x) = (3x+a) \int_2^x (x+a)(3x+a) dx \quad \text{원래 식}$$

$$= (3x+a)(x-2)^3 \quad \text{새로 세팅 식}$$

$$\Rightarrow \int_2^x (x+a)(3x+a) dx = (x-2)^3$$

$\Rightarrow$  위 식을 만족시키는  $a$ 가 존재하지 않음.

iii)

$$h(x) = (3x+a) \int_2^x (x+a)(3x+a) dx \quad \text{기판식}$$

$$= \frac{1}{4} (3x+a)^3 (x-2) \quad \text{새로 세팅 식}$$

$$\Rightarrow \int_2^x (x+a)(3x+a) dx = \frac{1}{4} (3x+a)^2 (x-2)$$

미분

$$q(x+a)(3x+a) = 6(3x+a)(x-2) + (3x+a)^2$$

$$qx+qa = 6x-12+3x+a \Rightarrow a = -\frac{3}{2}$$

$$h(x) = \frac{1}{4} (3x-\frac{3}{2})^3 (x-2)$$

$$= 3(x-\frac{1}{2})^3 (x-2)$$

$$h(-1) = 3 \cdot (-\frac{3}{2})^3 \cdot (-3)$$

$$= \frac{243}{8} = \frac{243}{8} \Rightarrow \text{최소}$$

$$\therefore \frac{q}{p} = 243+8 = 251$$

제 2 교시

5지선다형

23.  ${}_n\Pi_2 = 25$  일 때, 자연수  $n$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

$$n^2 = 25$$

$$\therefore n = 5$$

24. 다항식  $(x+2a)^5$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수가 640일 때, 양수  $a$ 의 값은? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

$${}_5C_3 x^3 (2a)^2 = 40a^2 x^3$$

$$\therefore 40a^2 = 640$$

$$\Rightarrow a^2 = 16$$

$$\Rightarrow a = 4$$

3월 확평을 치르고 얼마 지나지 않는 것 같은데

벌써 4월 확평 문제집을 쓰고 있어요.. ^^

안타깝게도 지금부터 시간은 훨씬 더 빨리 갈 겁니다 ㅠㅠ

6월 평가원 모의평가에 맞추어 '열심히' 확평이 진행될 바랍니다.

시험 보고 으나 고생 많이 하셨고,

04월 26일 공개 예정인 **원제 오고 3리**도 관심 많이 가져주세요~!

25. 빨간색 볼펜 5자루와 파란색 볼펜 2자루를 4명의 학생에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 같은 색 볼펜끼리는 서로 구별하지 않고, 볼펜을 1자루도 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [3점]

① 560      ② 570      ③ 580      ④ 590      ⑤ 600

$$A : {}^4H_5 = {}^2C_5 = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2}$$

$$B : {}^4H_2 = {}^5C_2 = 10$$

$$\therefore 56 \times 10 = 560$$

26. 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 5개를 택해 일렬로 나열하여 만든 다섯 자리의 자연수 중에서 다음 조건을 만족시키는  $N$ 의 개수는? [3점]

(가)  $N$ 은 홀수이다.  
(나)  $10000 < N < 30000$

① 720      ② 730      ③ 740      ④ 750      ⑤ 760

$$\begin{array}{cccccc} & 1 & & & & 1 \\ 2 & & & & & 3 \\ \hline & & & & & 5 \end{array}$$

$$2 \times 5 \times 5 \times 5 \times 3 = 750$$

# 수학 영역(확률과 통계)

3

27. 자연수  $n$ 에 대하여  $f(n) = \sum_{k=1}^n {}_{2n+1}C_{2k}$  일 때,  $f(n) = 1023$ 을 만족시키는  $n$ 의 값은? [3점]

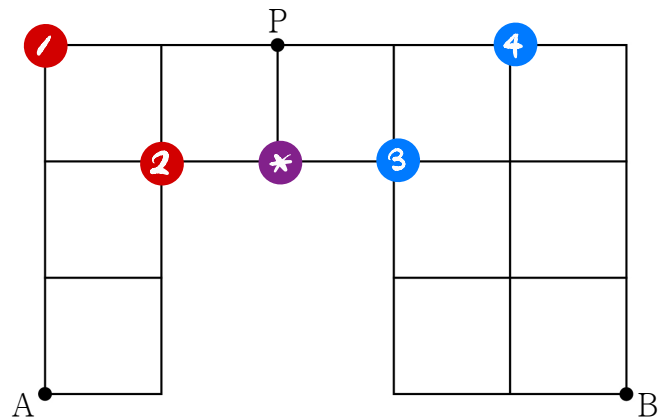
- ① 3    ② 4    ③ 5    ④ 6    ⑤ 7

$$\begin{aligned} f(n) &= {}_{2n+1}C_2 + {}_{2n+1}C_4 \\ &\quad + {}_{2n+1}C_6 + \dots + {}_{2n+1}C_{2n} \\ &= 2^{2n} - {}_{2n+1}C_0 = 1023 \end{aligned}$$

$$\therefore 2^{2n} = 1024, n = 5$$

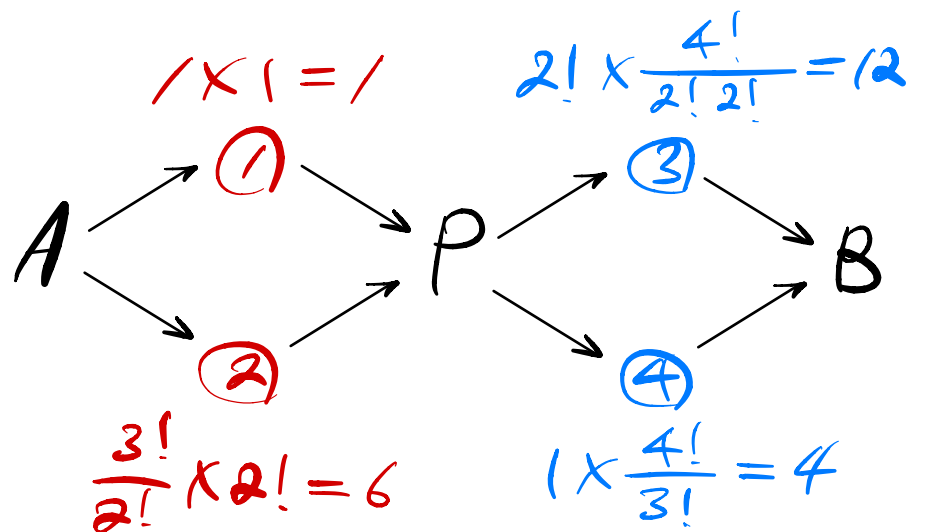
28. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다.

이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 P지점을 지나 B지점으로 갈 때, 한 번 지난 도로는 다시 지나지 않으면서 최단거리로 가는 경우의 수는? [4점]



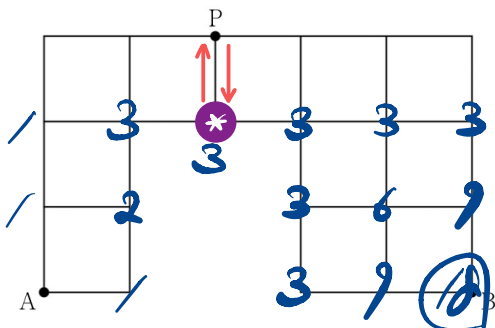
- ① 78    ② 82    ③ 86    ④ 90    ⑤ 94

$$\therefore A \rightarrow P \rightarrow B$$



$$\therefore (1+6) \times (12+4) = 112$$

$$\therefore A \rightarrow \text{purple asterisk} \rightarrow P \rightarrow \text{purple asterisk} \rightarrow B$$



$$\textcircled{7} 112 - 18 = 94$$

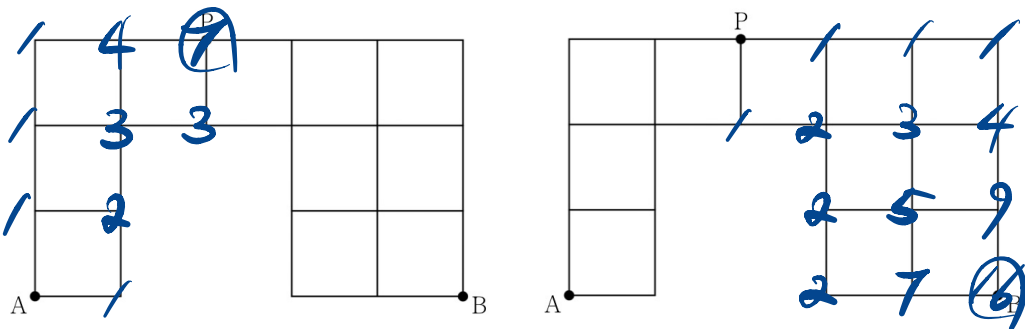
$$\therefore A \rightarrow \text{purple asterisk} \rightarrow P \rightarrow \text{purple asterisk} \rightarrow B$$

$$\therefore \frac{3!}{2!} \times \frac{4!}{2!2!} = 18$$

$$\textcircled{7} 112 - 18 = 94$$

28번 풀이

$$\therefore A \rightarrow P \rightarrow B$$



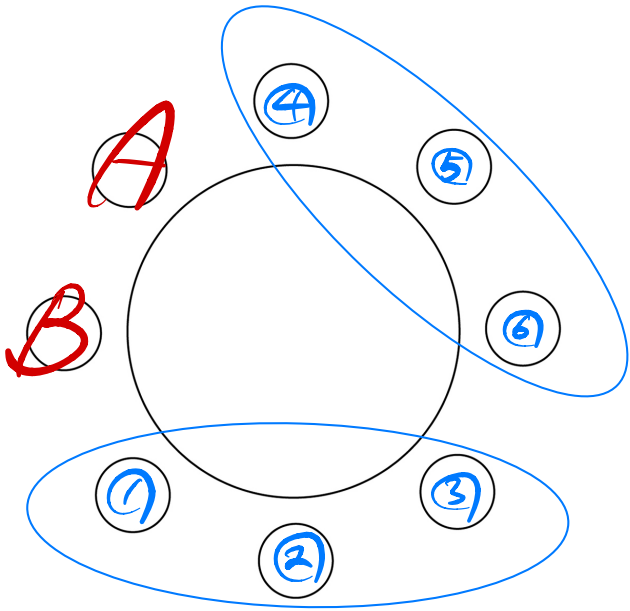
$$\Rightarrow 7 \times 16 = 112$$

## 단답형

29. 두 남학생 A, B를 포함한 4명의 남학생과 여학생 C를 포함한 4명의 여학생이 있다. 이 8명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 다음 조건을 만족시키도록 모두 둘러앉는 경우의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

(가) A와 B는 이웃한다.

(나) C는 여학생과 이웃하지 않는다.



$$\therefore C - ① \text{ or } ④$$

$${}_2C_1 \times {}_4P_3 = 48$$

$$\therefore C - ② \text{ or } ⑤$$

$${}_2C_1 \times {}_3P_3 = 12$$

$$\therefore C - ③ \text{ or } ⑥$$

$\therefore$  모두 동일

$$\therefore 1 \times 2! \times (48 + 12 + 12) \times 2!$$

$$= 288$$

30. 다음 조건을 만족시키는 14 이하의 네 자연수  $x_1, x_2, x_3, x_4$ 의 모든 순서쌍  $(x_1, x_2, x_3, x_4)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

(가)  $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 34$

(나)  $x_1$ 과  $x_3$ 은 홀수이고  $x_2$ 와  $x_4$ 는 짝수이다.

$$\begin{cases} x_1 = 2a+1 \\ x_2 = 2b+2 \\ x_3 = 2c+1 \\ x_4 = 2d+2 \end{cases} \Rightarrow a, b, c, d \leq 6 \text{ 이하의 홀수 또는 짝수}$$

$$(가) 2a+1+2b+2+2c+1+2d+2=34$$

$$\Rightarrow a+b+c+d=14$$

$$\therefore {}_4H_{14} - \boxed{243}$$

$$\downarrow$$

$$\therefore a=7: {}_4C_1 \times {}_3H_7 - {}_4C_2$$

$$\therefore a \geq 8, a = a' + 8$$

$$\Rightarrow a' + b + c + d = 6: {}_4C_1 \times {}_4H_6$$

$$\begin{aligned} & \textcircled{7} {}_4H_{14} - \left\{ \left( {}_4C_1 \times {}_3H_7 - {}_4C_2 \right) + {}_4C_1 \times {}_4H_6 \right\} \\ &= {}_4H_{14} - \left( 4 \times ({}_3H_7 - 6) + 4 \times {}_4H_6 \right) \\ &= \frac{17 \cdot 16 \cdot 15 \cdot 14}{3 \cdot 2} - 4 \times 36 + 6 - 4 \times \frac{3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2} \\ &= 680 - 138 - 336 \\ &= \boxed{206} \end{aligned}$$

# 수학 영역(미적분) by. 남석

## 제 2 교시

1

### 5지선다형

23.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n + 3^{n+1}}{3^n + 1}$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{5}{3}$       ② 2      ③  $\frac{7}{3}$       ④  $\frac{8}{3}$       ⑤ 3

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \cdot 3^n + 2^n}{3^n + 1} = 3$$

24. 함수  $f(x) = \log_3 6x$ 에 대하여  $f'(9)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{9 \ln 3}$       ②  $\frac{1}{6 \ln 3}$       ③  $\frac{2}{9 \ln 3}$   
④  $\frac{5}{18 \ln 3}$       ⑤  $\frac{1}{3 \ln 3}$

$$\begin{aligned} f(x) &= \log_3 6x \\ &= \log_3 6 + \log_3 x \end{aligned}$$

$$f'(x) = \frac{1}{x \ln 3}$$

$$f'(9) = \frac{1}{9 \ln 3}$$

25. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{a_n}{n} - 2 \right) = 5$  일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3na_n}{n^2 + 4}$ 의 값은? [3점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

합이 수렴  
 $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{a_n}{n} - 2 \right) = 0$

$\frac{a_n}{n} - 2 = C_n$  라 하면

$\Rightarrow a_n = n(C_n + 2), \lim_{n \rightarrow \infty} C_n = 0$

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3na_n}{n^2 + 4} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + 3n \cdot n(C_n + 2)}{n^2 + 4}$

$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(8 + 3C_n)n^2}{n^2 + 4}$

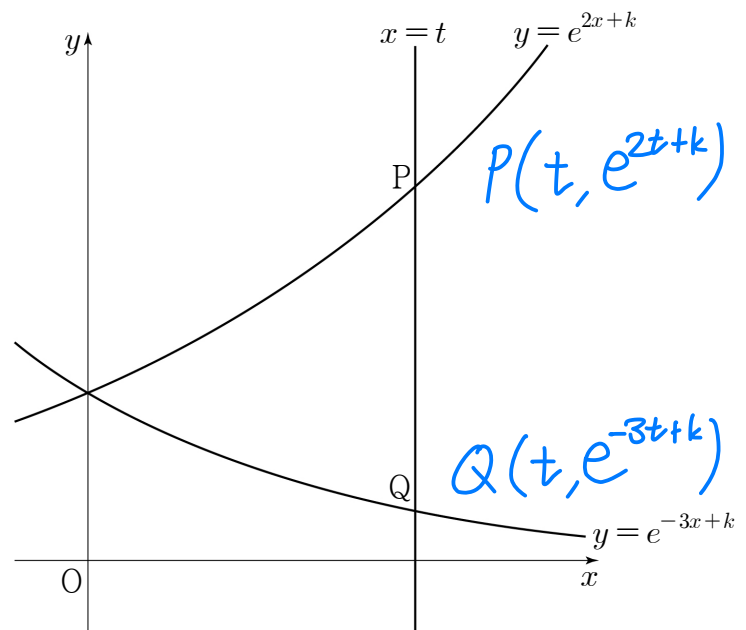
$= 8$

26. 좌표평면에서 양의 실수  $t$ 에 대하여 직선  $x = t$ 가

두 곡선  $y = e^{2x+k}$ ,  $y = e^{-3x+k}$ 과 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때,  $\overline{PQ} = t$ 를 만족시키는 실수  $k$ 의 값을  $f(t)$ 라 하자.

함수  $f(t)$ 에 대하여  $\lim_{t \rightarrow 0+} e^{f(t)}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{5}$       ③  $\frac{1}{4}$       ④  $\frac{1}{3}$       ⑤  $\frac{1}{2}$



$\overline{PQ} = e^{2t+k} - e^{-3t+k} = t$

$e^k(e^{2t} - \frac{1}{e^{3t}}) = t$

$e^k \left( \frac{e^{5t} - 1}{e^{3t}} \right) = t$

$e^k = \frac{t \cdot e^{3t}}{e^{5t} - 1} \Rightarrow \text{이때, } k \text{의 값} = f(t)$

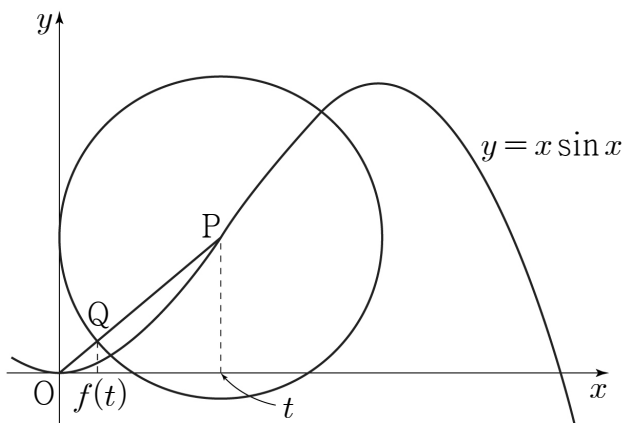
$\lim_{t \rightarrow 0+} e^{f(t)} = \lim_{t \rightarrow 0+} \frac{t \cdot e^{3t}}{e^{5t} - 1}$

$= \frac{1}{5}$

27. 그림과 같이 곡선  $y = x \sin x$  위의

점  $P(t, t \sin t)$  ( $0 < t < \pi$ )를 중심으로 하고  $y$ 축에 접하는 원이 선분  $OP$ 와 만나는 점을  $Q$ 라 하자. 점  $Q$ 의  $x$ 좌표를

$f(t)$ 라 할 때,  $\lim_{t \rightarrow 0+} \frac{f(t)}{t^3}$ 의 값은? (단,  $O$ 는 원점이다.) [3점]



- ①  $\frac{1}{4}$     ②  $\frac{\sqrt{2}}{4}$     ③  $\frac{1}{2}$     ④  $\frac{\sqrt{2}}{2}$     ⑤ 1

원의 방정식 :  $(x-t)^2 + (y-t \sin t)^2 = t^2$

직선 OP의 방정식 :  $y = \sin t x$

$$(x-t)^2 + (\sin t x - t \sin t)^2 = t^2$$

$$(x-t)^2 + \sin^2 t (x-t)^2 = t^2$$

$$(x-t)^2 = \frac{t^2}{1 + \sin^2 t}$$

$$x-t = \pm \frac{t}{\sqrt{1 + \sin^2 t}}$$

$$x = t \pm \frac{t}{\sqrt{1 + \sin^2 t}}$$

$$f(t) = t - \frac{t}{\sqrt{1 + \sin^2 t}}$$

$$\lim_{t \rightarrow 0+} \frac{f(t)}{t^3} = \lim_{t \rightarrow 0+} \frac{t(\sqrt{1 + \sin^2 t} - 1)}{\sqrt{1 + \sin^2 t}} \cdot \frac{1}{t^3}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0+} \frac{(\sqrt{1 + \sin^2 t} - 1) \cdot (\sqrt{1 + \sin^2 t} + 1)}{t^2 \sqrt{1 + \sin^2 t} \cdot (\sqrt{1 + \sin^2 t} + 1)}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0+} \frac{\sin^2 t}{t^2 \sqrt{1 + \sin^2 t} (\sqrt{1 + \sin^2 t} + 1)}$$

$$= 1^2 \cdot \frac{1}{\sqrt{1} \cdot (\sqrt{1} + 1)} = \frac{1}{2}$$

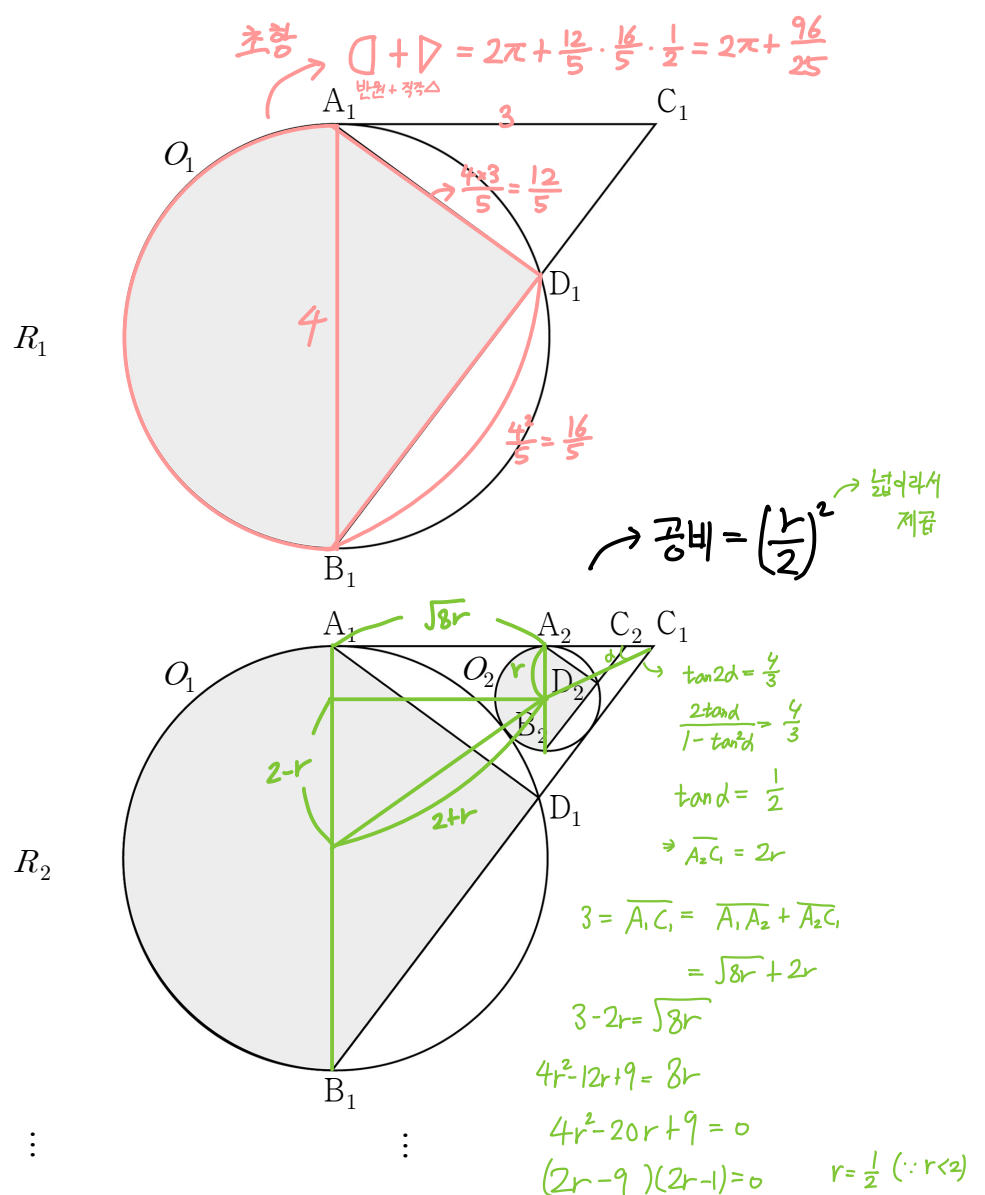
28. 그림과 같이 길이가 4인 선분  $A_1B_1$ 을 지름으로 하는 원  $O_1$ 이

있다. 원  $O_1$ 의 외부에  $\angle B_1A_1C_1 = \frac{\pi}{2}$ ,  $\overline{A_1B_1} : \overline{A_1C_1} = 4 : 3$ 이

되도록 점  $C_1$ 을 잡고 두 선분  $A_1C_1$ ,  $B_1C_1$ 을 그린다. 원  $O_1$ 과 선분  $B_1C_1$ 의 교점 중  $B_1$ 이 아닌 점을  $D_1$ 이라 하고, 점  $D_1$ 을 포함하지 않는 호  $A_1B_1$ 과 두 선분  $A_1D_1$ ,  $B_1D_1$ 로 둘러싸인 부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 호  $A_1D_1$ 과 두 선분  $A_1C_1$ ,  $C_1D_1$ 에 동시에 접하는 원  $O_2$ 를 그리고 선분  $A_1C_1$ 과 원  $O_2$ 의 교점을  $A_2$ , 점  $A_2$ 를 지나고 직선  $A_1B_1$ 과 평행한 직선이 원  $O_2$ 와 만나는 점 중  $A_2$ 가 아닌 점을  $B_2$ 라 하자. 그림  $R_1$ 에서 얻은 것과 같은 방법으로 두 점  $C_2$ ,  $D_2$ 를 잡고, 점  $D_2$ 를 포함하지 않는 호  $A_2B_2$ 와 두 선분  $A_2D_2$ ,  $B_2D_2$ 로 둘러싸인 부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{32}{15}\pi + \frac{256}{125}$     ②  $\frac{9}{4}\pi + \frac{54}{25}$     ③  $\frac{32}{15}\pi + \frac{512}{125}$     ④  $\frac{9}{4}\pi + \frac{108}{25}$     ⑤  $\frac{8}{3}\pi + \frac{128}{25}$

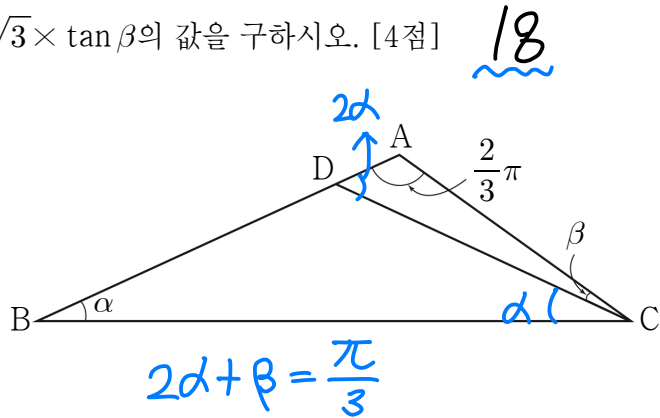
$$\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{2\pi + \frac{96}{25}}{1 - \frac{1}{16}} = \frac{32}{15}\pi + \frac{512}{125}$$

## 수학 영역(미적분)

공공기관

29. 그림과 같이  $\angle BAC = \frac{2}{3}\pi$ 이고  $\overline{AB} > \overline{AC}$ 인 삼각형 ABC가 있다.  $\overline{BD} = \overline{CD}$ 인 선분 AB 위의 점 D에 대하여  $\angle CBD = \alpha$ ,  $\angle ACD = \beta$ 라 하자.  $\cos^2 \alpha = \frac{7 + \sqrt{21}}{14}$  일 때,  $54\sqrt{3} \times \tan \beta$ 의 값을 구하시오. [4점]

18



$$\cos^2 \alpha = \frac{7 + \sqrt{21}}{14}, \quad \sin^2 \alpha = \frac{7 - \sqrt{21}}{14}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \frac{\sqrt{2}}{7}$$

$$\sin 2\alpha = \sqrt{1 - \cos^2 2\alpha} = \frac{\sqrt{23}}{7}$$

$$\begin{aligned}\cos \beta &= \cos\left(\frac{\pi}{3} - 2\alpha\right) \\&= \cos \frac{\pi}{3} \cdot \cos 2\alpha + \sin \frac{\pi}{3} \cdot \sin 2\alpha \\&= \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{21}}{7} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{28}}{7} \\&= \frac{\sqrt{21} + 2\sqrt{21}}{14} = \frac{3\sqrt{21}}{14}\end{aligned}$$

$$\sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} = \frac{\sqrt{7}}{14}$$

$$\Rightarrow \tan \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = \frac{\sqrt{7}}{3\sqrt{21}} = \frac{1}{3\sqrt{3}}$$

$$54\sqrt{3} \times \tan \beta = 54\sqrt{3} \quad \frac{1}{3\sqrt{3}} = \boxed{18}$$

30. 함수  $f(x)$ 를

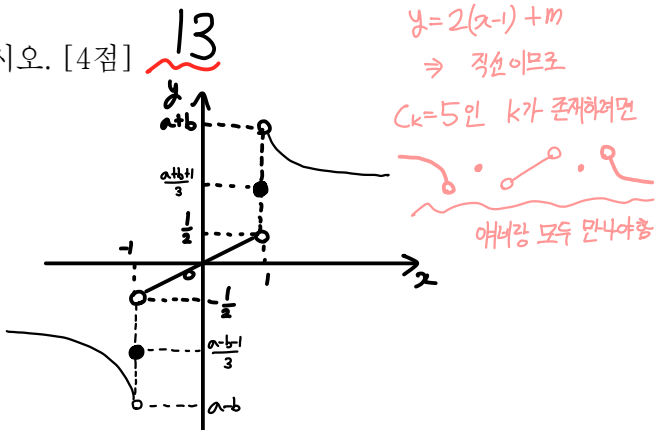
$$= \frac{(a + \frac{b}{x})x^{2n} + x}{x^{2n} + 2}$$

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{ax^{2n} + bx^{2n-1} + x}{x^{2n} + 2} \quad (a, b \text{ 는 양의 상수})$$

라 하자. 자연수  $m$ 에 대하여 방정식  $f(x)=2(x-1)+m$ 의 실근의 개수를  $c_m$ 이라 할 때,  $c_k=5$ 인 자연수  $k$ 가 존재한다.

$k + \sum_{m=1}^{\infty} (c_m - 1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

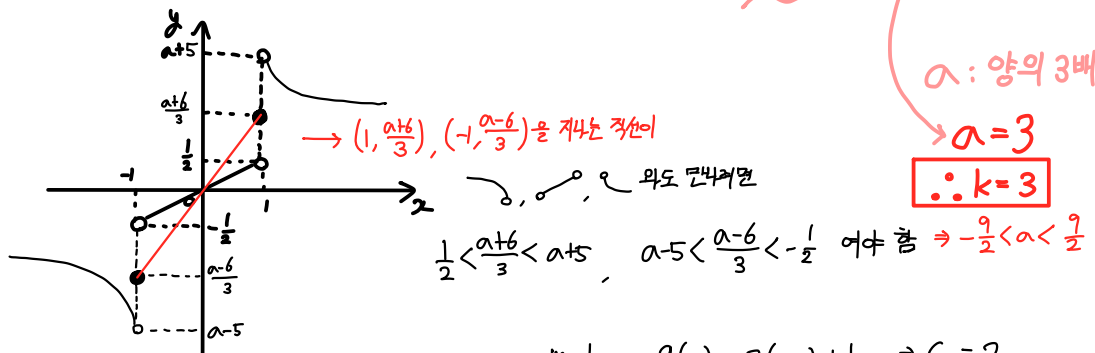
$$f(x) = \begin{cases} a + \frac{b}{x} & (|x| > 1) \\ \frac{a+b+1}{3} & (x=1) \\ \frac{a-b+1}{3} & (x=-1) \\ \frac{x}{2} & (|x| < 1) \end{cases}$$



$g(x) = 2(x-1) + m$  라 하면  $g(x)$ 가  $\begin{pmatrix} 1, 3 \\ -1, \frac{a-b-1}{3} \end{pmatrix}$  을 모두 지나도록 하는  $m = k$

$$\begin{array}{r|l} \frac{a+b}{3} = m \\ \frac{a-b}{3} = m-4 \end{array}$$

$$\underline{b=5} \Rightarrow \frac{a+6}{3} = m (=k) \quad (m \text{ 이 자연수이므로 } a \text{ 는 } 3 \text{ 의 배수})$$



$$m=1 \quad g(x)=2(x-1)+1 \Rightarrow C_1=2$$

$$m=2 \quad g(x) = 2(x-1) + 2 \Rightarrow C_2 = 2$$

$$m=3 \quad g(x) = 2(x-1) + 3 \Rightarrow C_3 = 5$$

$$m=4 \quad g(x)=2(x-1)+4 \Rightarrow C_4=2$$

$$\bullet m=5 \quad g(x) = 2(x-1) + 5 \Rightarrow c_5 = 2$$

$$m=6 \quad g(x) = 2(x_1) + 6 \Rightarrow C_6 = 2$$

$$m=7 \quad g(x)=2(x+1)+7 \Rightarrow C_7=2$$

(1, 8) 지므로 한 점에서만 만남  $\Leftarrow m=8 \quad g(x)=2(x-1)+8 \Rightarrow C_0=1$

$m \geq 8$  이면  $f=g$  인  $x$ 는 1개

( )

$$k + \sum_{n=1}^{\infty} (C_n - 1) = 3 + \sum_{n=1}^2 (C_n - 1) + \sum_{n=3}^{\infty} (C_n - 1)$$

$$= 3 + 10 + 0 = 13$$

# 수학 영역(기하) By 예지

## 제 2 교시

1

### 5지선다형

23. 영벡터가 아닌 두 벡터  $\vec{a}, \vec{b}$ 가 서로 평행하지 않을 때,  
 $(2\vec{a}-m\vec{b})-(n\vec{a}-4\vec{b})=\vec{a}-\vec{b}$ 를 만족시키는 두 상수  $m, n$ 의  
 합  $m+n$ 의 값은? [2점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

⊕ 평행할 때 )  
 $\vec{a} = k\vec{b}$ 로 표현

$$\begin{aligned} & 2\vec{a} - m\vec{b} - n\vec{a} + 4\vec{b} \\ &= (2-n)\vec{a} - (m-4)\vec{b} = \vec{a} - \vec{b} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore 2-n &= 1 & , & & n &= 1 \\ m-4 &= 1 & , & & m &= 5 \end{aligned}$$

$$m+n = 6$$

24. 쌍곡선  $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{7} = 1$  위의 점 (4, 7)에서의 접선의  $x$ 절편은?

[3점]

- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{3}{8}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{5}{8}$       ⑤  $\frac{3}{4}$

$$\begin{aligned} & \text{쌍곡선 } \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ 위의 점 } (x, y) \text{에서의 접선} \\ & \Rightarrow \frac{x_1 x}{a^2} - \frac{y_1 y}{b^2} = 1 \end{aligned}$$

접선의 방정식

$$\frac{4x}{2} - \frac{7y}{7} = 1 \quad \Rightarrow \quad 2x - y = 1$$

$x$ 절편

$$2x - 0 = 1$$

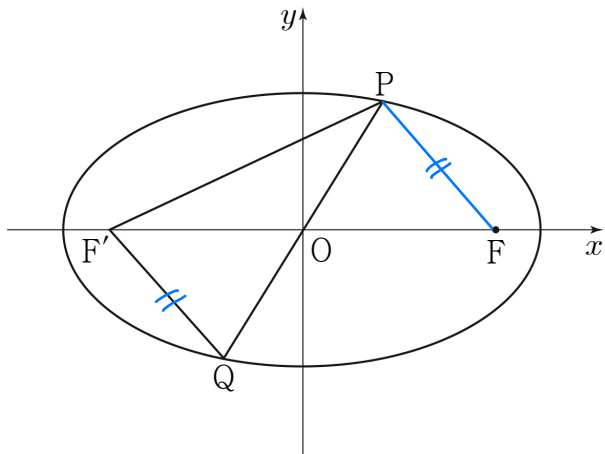
$$x = \frac{1}{2}$$

하루종일 집중해서 모의고사 보느라 수고 많으셨습니다!  
 4월 성취에 너무 연연하지 말고  
 끝까지 파이팅!

25. 좌표평면 위에 두 초점이  $F, F'$ 인 타원  $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{12} = 1$ 이 있다.

타원 위의 두 점  $P, Q$ 에 대하여 직선  $PQ$ 가 원점  $O$ 를 지나고 삼각형  $PF'Q$ 의 둘레의 길이가 20일 때, 선분  $OP$ 의 길이는?  
(단, 점  $P$ 는 제1사분면 위의 점이다.) [3점]

- ①  $\frac{11}{3}$     ② 4    ③  $\frac{13}{3}$     ④  $\frac{14}{3}$     ⑤ 5



직선  $PQ$ 가 원점 대칭이므로 점  $P, Q$ 는 원점에칭

$$\Rightarrow \overline{F'Q} = \overline{PF}$$

삼각형  $PF'Q$ 의 둘레의 길이

$$= \overline{PF'} + \overline{F'Q} + \overline{PQ}$$

$$= \overline{PF'} + \overline{PF} + \overline{PQ}$$

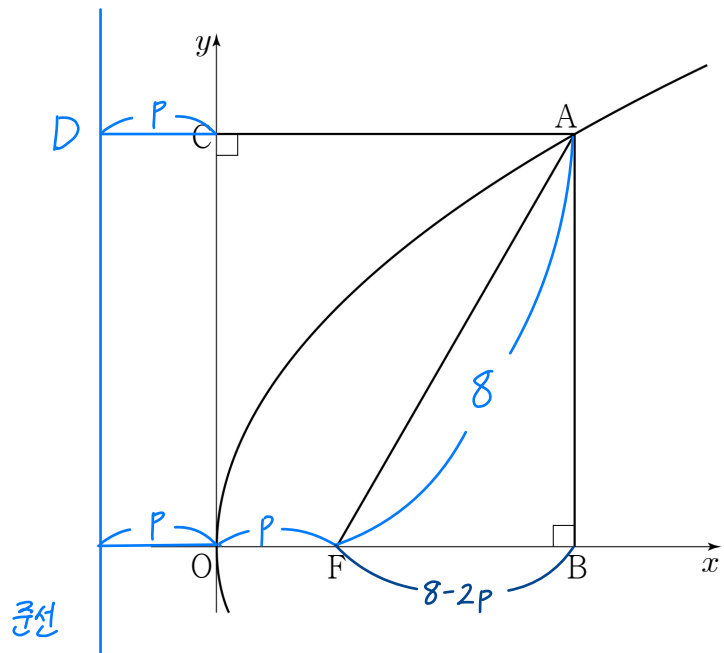
$$\hookrightarrow \text{타원의 정의) } \overline{PF'} + \overline{PF} = 2 \cdot 6$$

$$= 12 + \overline{PQ} = 20$$

$$\overline{PQ} = 2 \cdot \overline{OP} = 8$$

$$\therefore \boxed{\overline{OP} = 4}$$

26. 그림과 같이 꼭짓점이 원점  $O$ 이고 초점이  $F(p, 0)$  ( $p > 0$ )인 포물선이 있다. 포물선 위의 점  $A$ 에서  $x$ 축,  $y$ 축에 내린 수선의 발을 각각  $B, C$ 라 하자.  $\overline{FA} = 8$ 이고 사각형  $OFAC$ 의 넓이와 삼각형  $FBA$ 의 넓이의 비가 2:1일 때, 삼각형  $ACF$ 의 넓이는?  
(단, 점  $A$ 는 제1사분면 위의 점이고, 점  $A$ 의  $x$ 좌표는  $p$ 보다 크다.) [3점]

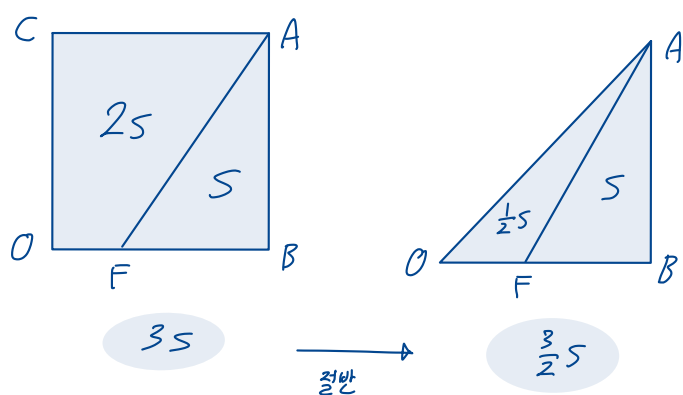


- ①  $\frac{27}{2}$     ②  $9\sqrt{3}$     ③ 18    ④  $12\sqrt{3}$     ⑤ 24

• 점  $A$ 에서 포물선의 준선에 내린 수선의 발을  $D$ 라 할 때,

$$\overline{AD} = \overline{AF} = 8 \quad (\text{포물선의 정의})$$

$$\overline{BF} = \overline{AD} - 2p = 8 - 2p$$



$$\overline{OF} : \overline{FB} = 1 : 2$$

$$= p : 8 - 2p$$

$$\Rightarrow \boxed{p = 2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3}$$

$\triangle ACF$ 의 높이

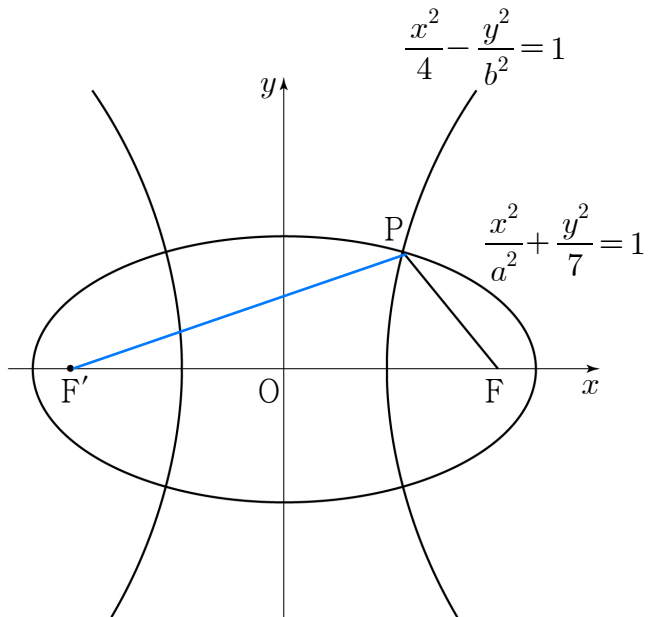
$$\triangle ACF \text{ 넓이} = \overline{AC} \times \overline{AB} \times \frac{1}{2}$$

$$= 6 \times 4\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = 12\sqrt{3}$$

# 수학 영역(기하)

3

27. 그림과 같이 두 점  $F(c, 0), F'(-c, 0) (c > 0)$ 을 초점으로 하는 타원  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{7} = 1$ 과 두 점  $F, F'$ 을 초점으로 하는 쌍곡선  $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이 제1사분면에서 만나는 점을  $P$ 라 하자.  $\overline{PF} = 3$ 일 때,  $a^2 + b^2$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]



- ① 31    ② 33    ③ 35    ④ 37    ⑤ 39

쌍곡선

$$\rightarrow \overline{PF'} - \overline{PF} = \overline{PF'} - 3 = 2 \cdot 2 = 4$$

$$\therefore \overline{PF'} = 7$$

타원

$$\rightarrow \overline{PF'} + \overline{PF} = 2a = 3 + 7$$

$$\therefore a = 5$$

$$\rightarrow \underline{c^2 = a^2 - 7 = 25 - 7 = 18 \quad (\text{타원})}$$

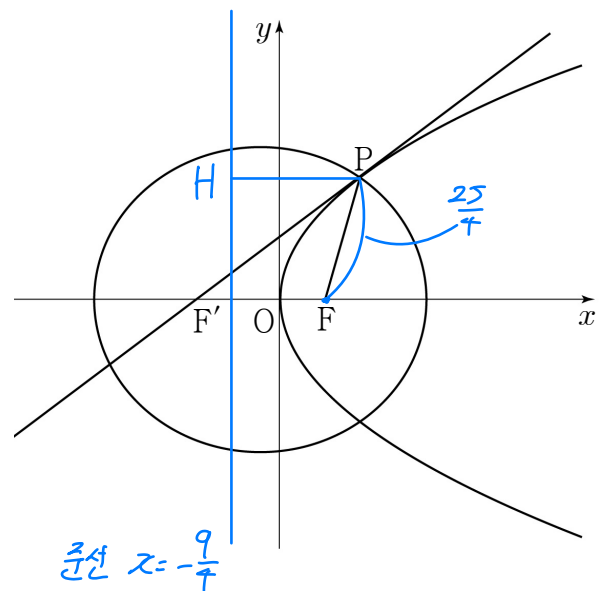
$$\underline{= 4 + b^2 \quad (\text{쌍곡선})}$$

$$\therefore b^2 = 14$$

$$a^2 + b^2 = 25 + 14 = \boxed{39}$$

28. 좌표평면에서 두 점  $F\left(\frac{9}{4}, 0\right), F'(-c, 0) (c > 0)$ 을 초점으로 하는 타원과 포물선  $y^2 = 9x$ 가 제1사분면에서 만나는 점을  $P$ 라 하자.  $\overline{PF} = \frac{25}{4}$ 이고 포물선  $y^2 = 9x$  위의 점  $P$ 에서의 접선이 점  $F'$ 을 지날 때, 타원의 단축의 길이는? [4점]

- ① 13    ②  $\frac{27}{2}$     ③ 14    ④  $\frac{29}{2}$     ⑤ 15



점 P에서 포물선의 준선에 내린 수선의 발 H

$$\overline{PH} = \overline{PF} = \frac{25}{4} \quad \text{P의 x좌표} \rightarrow \frac{25}{4} - \frac{9}{4} = 4$$

$$y^2 = 9x \quad \text{P}(4, 6)$$

$$\text{접선의 방정식} \rightarrow 6 \cdot y = \frac{9}{2}(x + 4)$$

$$\rightarrow F'(-4, 0)$$

$$\overline{PF} + \overline{PF'} = \frac{25}{4} + \sqrt{8^2 + 6^2} = \frac{65}{4}$$

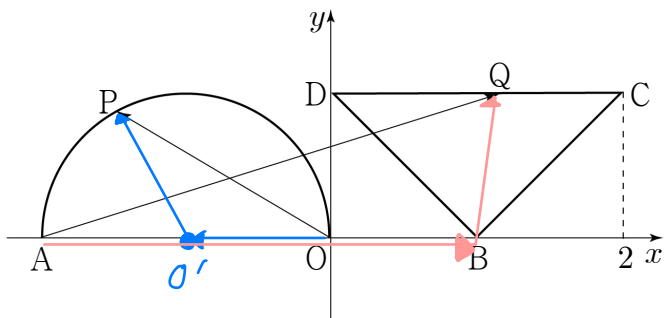
$$\overline{F'F} = 4 + \frac{9}{4} = \frac{25}{4}$$

$$\text{타원 장축 길이} = \frac{65}{4}$$

$$2 \cdot \sqrt{\left(\frac{65}{8}\right)^2 - \left(\frac{25}{8}\right)^2} = \boxed{15}$$

## 단답형

29. 좌표평면 위에 네 점  $A(-2, 0)$ ,  $B(1, 0)$ ,  $C(2, 1)$ ,  $D(0, 1)$ 이 있다. 반원의 호  $(x+1)^2 + y^2 = 1$  ( $0 \leq y \leq 1$ ) 위를 움직이는 점  $P$ 와 삼각형  $BCD$  위를 움직이는 점  $Q$ 에 대하여  $|\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{AQ}|$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 하자.  $M^2 + m^2 = p + 2\sqrt{q}$  일 때,  $p \times q$ 의 값을 구하시오. (단,  $O$ 는 원점이고,  $p$ 와  $q$ 는 유리수이다.) [4점]



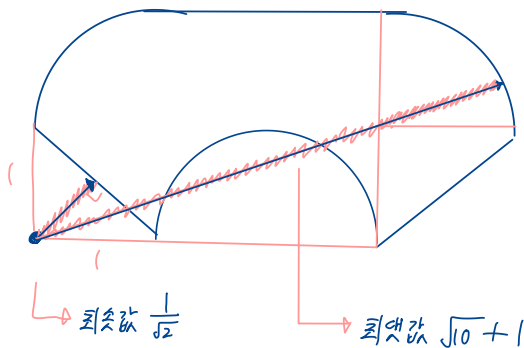
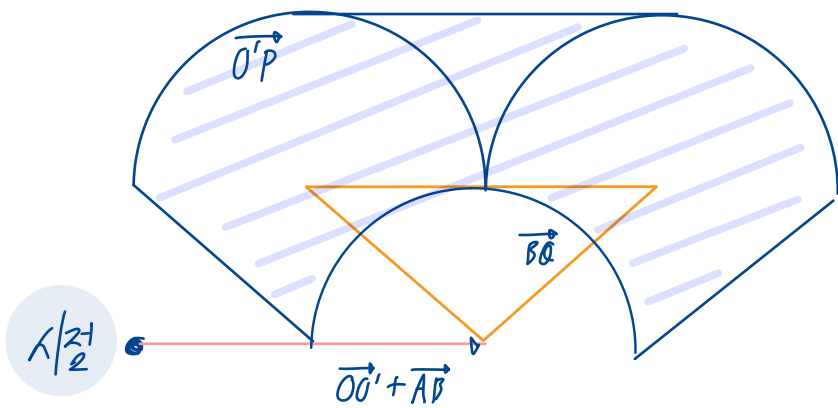
$$|\overrightarrow{OP} + \overrightarrow{AQ}|$$

$$= |\overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{O'P} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BQ}|$$



⇓

중첩=자취



$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + (\sqrt{10} + 1)^2$$

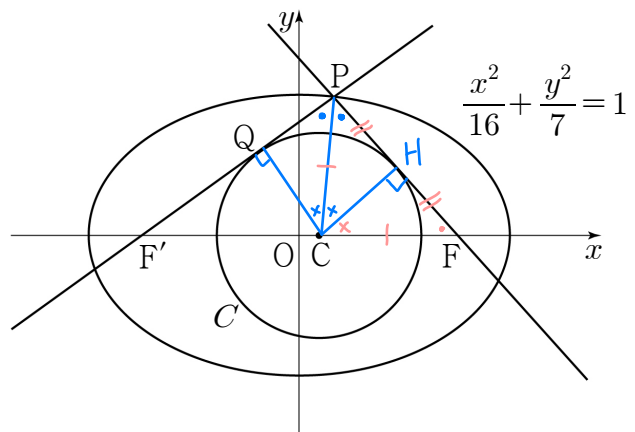
$$= \frac{23}{2} + 2\sqrt{10}$$

$$p \times q = \frac{23}{2} \times 10$$

$$= 115$$

30. 그림과 같이 두 초점이  $F(c, 0)$ ,  $F'(-c, 0)$  ( $c > 0$ )인

타원  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$  위의 점  $P$ 에 대하여 직선  $FP$ 와 직선  $F'P$ 에 동시에 접하고 중심이 선분  $F'F$  위에 있는 원  $C$ 가 있다. 원  $C$ 의 중심을  $C$ , 직선  $F'P$ 가 원  $C$ 와 만나는 점을  $Q$ 라 할 때,  $2\overline{PQ} = \overline{PF}$ 이다.  $24 \times \overline{CP}$ 의 값을 구하시오. (단, 점  $P$ 는 제1사분면 위의 점이다.) [4점]

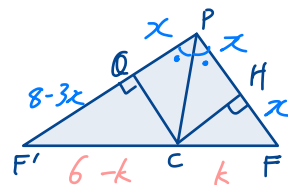


P에서 원 C에 그은 두 접선의 접점 중 Q가 아닌 점 = H

$$\overline{PQ} = \overline{PH} \text{ 이므로}$$

$$2\overline{PQ} = 2\overline{PH} = \overline{PF} \Rightarrow \overline{PH} = \overline{HF}$$

$$\Rightarrow \triangle PCH, \triangle FCH \text{ 합동 } (\overline{CP} = \overline{CF})$$



$\overline{PH} = x$  일 때,

$$\overline{QF'} + 3x = 8 \quad (\text{타원의 정의})$$

$$\overline{QF'} = 8 - 3x$$

$$\overline{F'F} = 2 \cdot \sqrt{16 - 7} = 6$$

$$\overline{CF} = k, \quad \overline{F'C} = 6 - k$$

① 이등분선 성질

$$\overline{PF'} : \overline{PF} = \overline{F'C} : \overline{CF}$$

$$8 - 2x : 2x = 6 - k : k$$

$$x(6 - k) = k(8 - 2x)$$

$$x = \frac{2}{3}k$$

② 현 방정식

$$\overline{QC} = \overline{CH} \quad / \quad \sqrt{(6-k)^2 - (8-2k)^2} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{2}{3}k\right)^2}$$

$$\Rightarrow -3k^2 + 20k - 28 = \frac{5}{9}k^2$$

$$k = \frac{21}{8} \text{ or } \frac{21}{8} \quad (0 < k < 3)$$

$$\frac{21}{8} \times 24 = 63$$