FOR 2014

2014학년도 6월 모의고사 A형

_ 수능적 사고의 연장 _

출제 경향

제1과
행렬과 그래프

■ 항상 출제 되었던 뻔한 문항들이 대다수 출제 되었고, 특이한 점은 행렬의 합답형 문제와 역행렬의 정의 문제가 출제 되지 않았다는 것이다. 그리고 생소해 보이지만 이미 여러번 출제 되었던 변형하여 A^n 을 추정하는 문제가 가장 어렵게 출제 되었다.

2	하	행렬의 연산
4	하	인접행렬 찾기
8	하	두 직선의 일치조건
29	상	변형하여 A^n추정

제2과
지수함수와 로그함수

■ 지난 수능과 마찬가지로 최고난도 문항으로 30번이 출제 되었다. 상용로그에 지표와 가수에 대한 숫자적인 감각을 물어보는 내용과 개수를 헤아리는 신중하게 풀어야 한다. 그리고 주어진 두 함수의 관계를 강조라는 문제로서 20번을 눈여겨 볼만 하다.

1	하	지수의 연산
5	하	로그의 연산
15	중	문장제 문제 -> 용어구분
20	중	주어진 두 함수의 관계
27	하	지수의 로그 -> 양변에 log 취해
30	상	가수의 차 = $\log 2$ or $\log\frac{1}{2}$

제3과
수열

■ 평소에 중요하다고 강조했던 이론들이 출제 되었다. 쉬운문제를 풀더라도 구조를 이용한(7번, 12번, 22번) 제대론 된 풀이법을 사용하여야 한다. 수열의 핵심인 "규칙성"을 찾는 발견적 추론에 대한 문항(16번)은 비교적 쉽게 출제가 되었고, 등차수열에서 홀수 개 일 때, 미지수 놓는 테크닉 잘 활용해야 한다.

7	하	등비중항
12	하	등차 합
16	중	군수열에 의한 규칙성 찾기
19	중	주어진 식을 b_n으로 나타내기
22	하	등차수열 계산
28	상	주기수열 & 미지수 놓기

제4과 수열의 극한

■ 본 수업 시간에 합성함수로 표시 된 것은 이항점화식으로 볼 수 있다는 내용이 그대로 출제가 되었다. (14번) 수능적 사고를 많이 복습한 학생은 별 무리 없이 풀었을 것이 예상이 된다.

3	하	$\frac{\infty}{\infty}$꼴 계산
14	상	합성함수 = 이항점화식
18	상	첫항 -> 대응되는 한 쌍의 길이 비 -> 공식
24	하	샌드위치 정리의 본질 -> 구하는 것에 대한 부등식 찾기

제5과 다항함수의 극한

■ 출제가 되었던 모든 단원 중 가장 쉬운 난이도로 출제가 되었다. 평상시 기본에 충실한 친구들은 별 무리 없이 맞을 수 해결 했을 것이다.

9	중	$\frac{0}{0}$꼴 : 인수분해 -> 약분 -> 대입
10	중	연속 = 한붓그리기
11	중	절대값 함수 그리기
13	중	함수의 사칙연삭의 극한값 -> 100% 표
25	하	$\frac{0}{0}$꼴 미정계수 구하기

제6과 다항함수의 미분

■ 거의 뻔한 기본문제가 출제 되었다.
눈 여겨 볼 만한 문항은 21번에 문자가 주어졌을 때 케이스 분류를 하여 문제 조건에 맞는 케이스를 찾아내는 케이스 분류에 익숙 하지 않은 학생들은 당황했을만한 문항이다.

6	하	미분계수의 정의
17	중	접선의 방정식
21	상	문자 -> Case분류
23	하	미분계수 구하기
26	하	위의 점 대입 & 곱의 미분법

출체 POINT

문항	난이도	단원		핵심
1	하	지수함수와 로그함수		지수의 연산
2	하	행렬과 그래프		행렬의 연산
3	하	수열의 극한		$\frac{\infty}{\infty}$꼴 계산
4	하	행렬과 그래프		인접행렬 찾기
5	하	지수함수와 로그함수		로그의 연산
6	하	다항함수의 미분		미분계수의 정의
7	하	수열		등비중항
8	하	행렬과 그래프		두 직선의 일치조건
9	중	다항함수의 극한		$\frac{0}{0}$꼴 : 인수분해 -> 약분 -> 대입
10	중	다항함수의 극한		연속 = 한붓그리기
11	중	다항함수의 극한		절대값 함수 그리기
12	하	수열		등차 합
13	중	세트형	다항함수의 극한	함수의 사칙연산의 극한값 -> 100% 표
14	상	세트형	수열의 극한	합성함수 = 이항정화식
15	중	지수함수와 로그함수		문장제 문제 -> 용어 구분
16	중	수열		군수열에 의한 규칙성 찾기
17	중	다항함수의 미분		접선의 방정식
18	상	수열의 극한		첫항 -> 대응되는 한 쌍의 길이 비 -> 공식
19	중	수열		주어진 식을 b_n으로 나타내기
20	중	지수함수와 로그함수		주어진 두 함수의 관계
21	상	다항함수의 미분		문자 -> Case분류
22	하	수열		등차수열 계산
23	하	다항함수의 미분		미분계수 구하기
24	하	수열의 극한		샌드위치 정리의 본질 -> 구하는 것에 대한 부등식 찾기
25	하	다항함수의 극한		$\frac{0}{0}$꼴 미정계수 구하기
26	하	다항함수의 미분		위의 점 대입 & 곱의 미분법
27	하	지수함수와 로그함수		지수의 로그 -> 양변에 $\log$ 취해
28	상	수열		주기수열 & 미지수 놓기
29	상	행렬과 그래프		변형하여 A^n추정
30	상	지수함수와 로그함수		가수의 차 = $\log 2$ or $\log\frac{1}{2}$

오늘 본 6월 모의고사 난이도는 비교적 쉽게 출제되었다.
평소 수업시간에 중요하다고 말한 것들 주로 나왔고 평상시 진도를 밀리지 않고 따라 왔다면 틀릴만한 문제는 30번 단 한문제 뿐이다.
난이도가 쉬운 만큼 만점자가 쏟아 질 것이고, 등급 커트라인은 많이 올라 갈 것이다.
무엇보다 기본을 튼실히 하고 그것을 기반으로 수업 내용을 적용하려고 노력한다면 누구나 만점을 받을 수 있단다.
그러나,
이번 시험이 쉽다고 다음 9월 평가원 시험 까지 쉬울 것이라 착각은 하지 말거라.
난이도에 대한 논란이 있을 것으로 추측이 되고, 그에 상응하는 난이도 상승은 분명히 있을 것이다.
명심하자.
쉬던 어렵던 원점수 100점은 1등급 최상위권이다.

[6월 모의고사가 끝나고 앞으로 해야 할 일]

1. 수능적 사고 수1, 미적분과 통계 기본(上) 처음부터 이론과 문제를 빠짐없이 9월 3일에 있을 2014학년도 평가원 모의고사 까지 1독을 목표로 계획적으로 복습한다.

2. 앞으로 남은 통계 단원에 대한 인강을 미리 들어온다.

3. 위 복습진행 속도에 맞추어 수능특강과 앞으로 나올 수능완성을 밀리지 않고 9월 평가원 모의고사를 보는 날 까지 2독을 한다.

4. 곧 수시철이다. 여기 저기서 들려오는 유언비어 혹은 쉽게 대학을 갈 수 있는 방법을 찾지 말거라. 대학은 공부를 잘해야 간다.

5. 절대로 다시는 진도를 밀리지 않는다.

6. 6월 6일(목)에 7시에 기상한다.

1st 행렬과 그래프

2	하	행렬의 연산
4	하	인접행렬 찾기
8	하	두 직선의 일치조건
29	상	변형하여 A^n추정

[수학의 원리 우수문항] 수학1 p7 28번

정답 : ①

$A^2=A-E$를 만족시키는 이차정사각행렬 A와 실수 m, n에 대하여 등식

$$(A+E)^{10}=mA+nE$$

가 성립할 때, mn의 값은? (단, E는 단위행렬이다.)

① -3^{10} ② -3^5 ③ 1 ④ 3^5 ⑤ 3^{10}

29
4점

29. 이차정사각행렬 A가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $A^3=E$
> (나) $A-E$의 역행렬이 존재한다.

행렬 $(A-E)^{60}$의 모든 성분의 합이 $2^a\times3^b$이다. $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 자연수이고, E는 단위행렬이다.) [4점]

정답 : 31

[수능적 사고 우수문항] 수학1 p3 11번

정답 : ②

이차정사각행렬 A가 다음 조건을 만족한다.

(가) $A^3+A^2+A+E=O$
(나) 행렬 A의 모든 성분의 합이 5이다.

행렬 A^7+A^6의 모든 성분의 합은? (단, E는 단위행렬이고, O는 영행렬이다.)

① -9 ② -7 ③ 0 ④ 7 ⑤ 9

[해설]

(가)의 양변의 왼쪽에 $A-E$를 곱하면

$(A-E)(A^3+A^2+A+E)=O$

$A^4-E=O,\ A^4=E$

$\therefore\ A^7+A^6=A^3+A^2=-A-E$

따라서, A^7+A^6의 모든 성분의 합은 $-5-2=-7$이다.

[수능적 사고] 수학1 p15 8번

정답 : 100

행렬 $A=\begin{pmatrix}0&0\\1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3&4\\6&5\end{pmatrix}^{50}$의 $(2,1)$성분이 3^n일 때, n의 값을 구하시오.

[해설]

$B=\begin{pmatrix}0&0\\1&1\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}3&4\\6&5\end{pmatrix}$에서 $BC=\begin{pmatrix}0&0\\9&9\end{pmatrix}=9B$

$BC^{50}=9BC^{49}=9^2BC^{48}=\cdots=9^{50}B$이다.

행렬 A의 $(2,1)$성분은 $9^{50}=3^{100}$이므로 $n=100$이다.

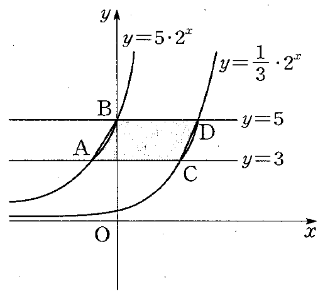
2nd 지수함수와 로그함수

1	하	지수의 연산
5	하	로그의 연산
15	중	문장제 문제 -> 용어구분
20	중	주어진 두 함수의 관계
27	하	지수의 로그 -> 양변에 log 취해
30	상	가수의 차 = $\log 2$ or $\log\frac{1}{2}$

[수능적 사고] 수학1 p96 10번

정답 : 225

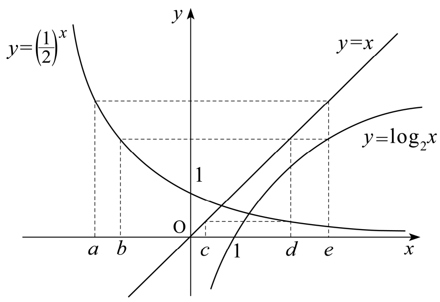
그림과 같이 곡선 $y=5\cdot 2^x$ 이 두 직선 $y=3,\ y=5$ 와 만나는 점을 각각 $A,\ B$ 라 하고, 곡선 $y=\frac{1}{3}\cdot 2^x$ 이 두 직선 $y=3,\ y=5$ 와 만나는 점을 각각 $C,\ D$ 라 하자. 네 점 $B,\ A,\ C,\ D$ 를 꼭짓점으로 하는 사각형 $BACD$ 의 넓이가 $\log_2 k$ 일 때, 양수 k 의 값을 구하시오.



[수학의 원리] 수학1 p123 21번

정답 : ⑤

그림은 두 함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$, $y=\log_2 x$ 의 그래프와 직선 $y=x$ 를 나타낸 것이다. 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은?
(단, 점선은 모두 좌표축에 평행하다.)



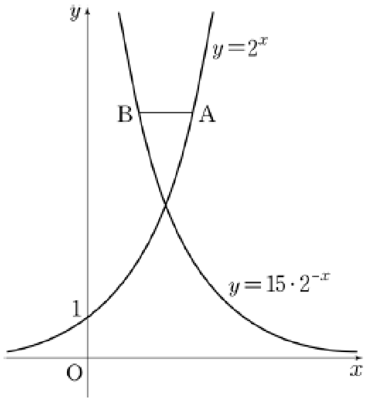
보기
㉠ $\left(\frac{1}{2}\right)^d=c$
㉡ $a+d=0$
㉢ $ce=1$

① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

20

4점

20. 그림과 같이 함수 $y=2^x$의 그래프 위의 한 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 함수 $y=15\cdot2^{-x}$의 그래프와 만나는 점을 B라 하자. 점 A의 x좌표를 a라 할 때, $1<\overline{AB}<100$을 만족시키는 2 이상의 자연수 a의 개수는? [4점]



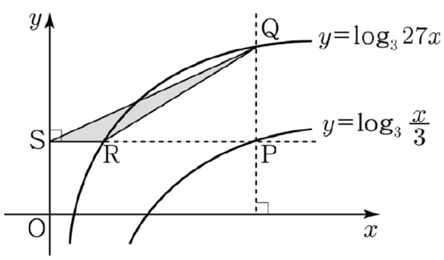
① 40 ② 43 ③ 46 ④ 49 ⑤ 52

정답 : ④

[수능적 사고 우수문항] 수학1 p49 23번

정답 : 20

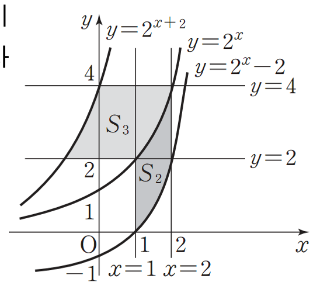
그림과 같이 곡선 $y=\log_3\frac{x}{3}$ 위에 한 점 P가 있다. 점 P를 지나고 y축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_3 27x$와 만나는 점을 Q라 하고, 점 P를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=\log_3 27x$, y축과 만나는 점을 각각 R, S라 하자. 직선 SQ의 기울기가 $\frac{4}{9}$일 때, 삼각형 QSR의 넓이는 k이다. $90k$의 값을 구하시오.(단, 점 P는 제1사분면 위의 점이다.)



[수능적 사고 우수문항] 수학1 p48 20번

정답 : 6

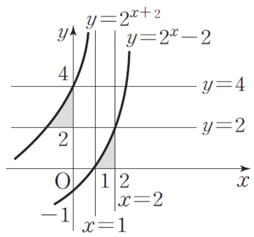
그림과 같이 두 곡선 $y=2^x$, $y=2^{x+2}$과 두 직선 $y=2$, $y=4$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1이라 하자. 또 두 곡선 $y=2^x$, $y=2^x-2$와 두 직선 $x=1$, $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 하자. S_1+S_2의 값을 구하시오.



[해설]

함수 $y=2^{x+2}$의 그래프는 함수 $y=2^x-2$의 그래프를 x축의 방향으로 -2만큼, y축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 것이므로 함수 $y=2^{x+2}$의 그래프와 y축, 직선 $y=2$로 둘러싸인 부분의 넓이는 함수 $y=2^x-2$의 그래프와 x축, 직선 $x=2$로 둘러싸인 부분의 넓이와 같다. 따라서 S_1+S_2의 값은 가로, 세로의 길이가 각각 1, 2인 직사각형 3개의 넓이와 같다.

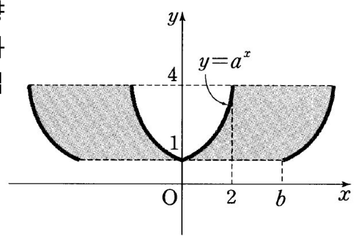
$\therefore\ S_1+S_2=3\times2=6$



[수능적 사고] 수학1 p49 22번

정답 : 16

다음 그림은 정의역이 $\{x|0\leq x\leq 2\}$인 지수함수 $y=a^x$의 그래프와 이 그래프를 x축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프를 다시 각각 y축에 대하여 대칭이동한 총 4개의 그래프를 나타낸 것이다. 이 때, 4개의 그래프와 직선 $y=1$, $y=4$로 둘러싸인 그림의 어두운 부분의 넓이가 24일 때, a^b의 값을 구하시오. (단, $a>1$, $b>0$이다.)



[해설]

함수 $y=a^x$의 그래프가 점 $(2,\ 4)$를 지나므로 대입하여 a의 값을 구하고, 지수함수의 그래프의 성질을 이용하여 어두운 부분의 넓이를 구한다.

$a>1$이고 $a^2=4$이므로 $a=2$

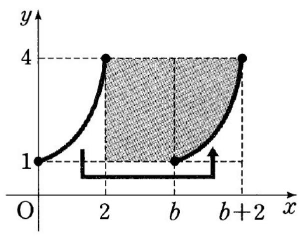
오른쪽 그림에서 색칠한 두 부분의 넓이는 서로 같으므로 두 곡선과 두 직선 $y=1$, $y=4$로 둘러싸인 부분의 넓이는

$\{(b+2)-2\}\times3=3b$

주어진 그림에서 어두운 부분의 넓이가 24이므로

$2\times3b=24\quad\therefore\ b=4$

$\therefore\ a^b=2^4=16$



[수능적 사고] 수학1 교재 p78 13번

정답 : ①

양수 x에 대하여 $\log x$의 가수를 $f(x)$라 할 때,

$$f(2x) \le f(x)$$

를 만족시키는 100보다 작은 자연수 x의 개수는?

① 55 ② 57 ③ 59 ④ 61 ⑤ 63

30

4점

30. 자연수 k에 대하여 $\log k$의 지표와 가수를 각각 x좌표와 y좌표로 갖는 점을 P_k라 하자. 다음 조건을 만족시키는 자연수 m, n의 모든 순서쌍 (m, n)의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $1 \le m < n < 100$
(나) $\overline{\mathrm{P}_m \mathrm{P}_n} = \sqrt{1+(\log 2)^2}$

정답 : 12

3rd 수열

7	하	등비중항
12	하	등차 합
16	중	군수열에 의한 규칙성 찾기
19	중	주어진 식을 b_n으로 나타내기
22	하	등차수열 계산
28	상	주기수열 & 미지수 놓기

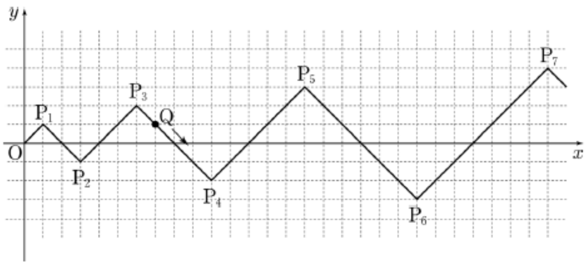
16

4점

16. 자연수 n에 대하여 좌표평면 위의 점 $\mathrm{P}_n(x_n,\ y_n)$을 다음 규칙에 따라 정한다.

> (가) $x_1 = y_1 = 1$
>
> (나) $\begin{cases} x_{n+1} = x_n + (n+1) \\ y_{n+1} = y_n + (-1)^n \times (n+1) \end{cases}$ $(n \geq 1)$

점 Q는 원점 O를 출발하여 $\overline{\mathrm{OP}_1}$을 따라 점 P_1에 도착한다. 자연수 n에 대하여 점 P_n에 도착한 점 Q는 점 P_{n+1}을 향하여 $\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}}$을 따라 이동한다. 점 Q는 한 번에 $\sqrt{2}$만큼 이동한다. 예를 들어, 원점에서 출발하여 7번 이동한 점 Q의 좌표는 $(7, 1)$이다. 원점에서 출발하여 55번 이동한 점 Q의 y좌표는? [4점]



① -5 ② -6 ③ -7 ④ -8 ⑤ -9

정답 : ①

19

4점

19. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=2$이고,

$$n^2 a_{n+1}=(n^2-1)a_n+n(n+1)2^n \quad (n \ge 1)$$

을 만족시킨다. 다음은 일반항 a_n을 구하는 과정이다.

> 주어진 식에 의하여
>
> $$a_{n+1}=\frac{(n+1)(n-1)}{n^2}a_n+\frac{n+1}{n}2^n$$
>
> 이다. $b_n=\frac{n-1}{n}a_n$이라 하면
>
> $$b_{n+1}=b_n+\boxed{\text{(가)}} \quad (n \ge 1)$$
>
> 이고, $b_1=0$이므로
>
> $$b_n=\boxed{\text{(나)}} \quad (n \ge 1)$$
>
> 이다. 그러므로
>
> $$a_n=\begin{cases} 2 & (n=1) \\ \frac{n}{n-1}\times\left(\boxed{\text{(나)}}\right) & (n \ge 2) \end{cases}$$
>
> 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 할 때, $f(5)+g(10)$의 값은? [4점]

① 1014 ② 1024 ③ 1034 ④ 1044 ⑤ 1054

정답 : ⑤

28

4점

28. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=7$이고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{n+2}=a_n-4$ $\quad(n=1,\ 2,\ 3,\ 4)$
(나) 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+6}=a_n$이다.

$\sum_{k=1}^{50} a_k=258$일 때, a_2의 값을 구하시오. [4점]

정답 : 11

[수능적 사고] 수학1 p160 1번

정답 : ④

수열 $\{a_n\}$이

$$a_1=1,\ a_2=2,\ a_{2n+2}-a_{2n+1}=a_{2n+1}-a_{2n}\ \ (\ n=1,2,3,\cdots\ )$$

$$a_{2n}=\sqrt{a_{2n-1}\bullet a_{2n+1}}\ (\ n=1,2,3,\cdots\ )$$

로 정의된 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_{30}의 값은?

① 210 ② 220 ③ 230 ④ 240 ⑤ 250

[수능적 사고 우수문항] 수학1 p81 22번

정답 : ①

수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1=1,\ a_{2n}=2a_n,\ a_{2n+1}=a_n\ \ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_{2^k+1}$ 의 값은?

① 1023 ② 2046 ③ 2047 ④ 4092 ⑤ 4095

[해설]

$a_{2n}=2a_n$ 이므로

$a_{2^k}=2a_{2^{k-1}}=2^2a_{2^{k-2}}=\ \cdots\ =2^{k-1}a_2=2^ka_1=2^k$

$a_{2n+1}=a_n$ 이므로

$a_{2^k+1}=a_{2^{k-1}}=2^{k-1}$

$\therefore \sum_{k=1}^{10} a_{2^k+1}=\sum_{k=1}^{10}2^{k-1}=\frac{2^{10}-1}{2-1}=1023$

7

3점

7. 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1a_9=4$일 때, $a_2a_8+a_4a_6$의 값은? [3점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

[해설]

$a_1a_9={a_5}^2=4$

$a_2a_8={a_5}^2,\ a_4a_6={a_5}^2$

$a_2a_8+a_4a_6=2{a_5}^2=8$

정답 : ①

12

3점

12. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합 S_n이

$S_n=n^2-10n$일 때, $a_n<0$을 만족시키는 자연수 n의 개수는? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

[해설]

$S_n=\frac{d}{2}n^2+\triangle n$ 이므로 $S_n=n^2-10n$ 에서 공차가 2 임을 알 수 있다.

$S_1=a_1=-9$, $a_n=2n-11$ 이다.

$a_n=2n-11<0$, $n<\frac{11}{2}$ 을 만족 하는 자연수는 $1,2,3,4,5$ 이다.

그러므로 5 개 이다.

정답 : ①

22
3점

22. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_3=8$, $a_6-a_4=12$일 때, a_6의 값을 구하시오. [3점]

[해설]

$a_3=8$, $a_6-a_4=2d=12$ 이므로 $d=6$ 이다.

$a_6=a_3+3d=8+18=26$

정답 : 26

4
3점

B형

4. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$이

$$a_1+a_2=12,\ \frac{a_3+a_7}{a_1+a_5}=4$$

를 만족시킬 때, a_4의 값은? [3점]

① 24 ② 28 ③ 32 ④ 36 ⑤ 40

[해설]

$a_1+a_2=a_1+a_1r=12$, $\dfrac{a_3+a_7}{a_1+a_5}=\dfrac{a_1r^2+a_1r^6}{a_1+a_1r^4}=4$

지수끼리 ± 때, 공통인수로 묶어야 하므로

$a_1(1+r)=12$, $\dfrac{a_1r^2+a_1r^6}{a_1+a_1r^4}=\dfrac{a_1r^2(1+r^4)}{a_1(1+r^4)}=r^2=4$

$\therefore\ r=2\ (r>0)$

$a_1(1+2)=12$, $a_1=4$

$a_4=a_1r^3=4\cdot 2^3=32$

정답 : ③

4th 수열의 극한

3	하	$\frac{\infty}{\infty}$ 꼴 계산
14	상	합성함수 = 이항점화식
18	상	첫항 -> 대응되는 한 쌍의 길이 비 -> 공식
24	하	샌드위치 정리의 본질 -> 구하는 것에 대한 부등식 찾기

14

4점

14. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1 = 1$이고

$$a_{n+1} = f(f(a_n)) \quad (n \geq 1)$$

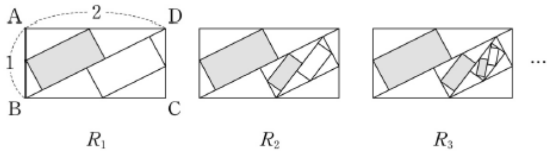
을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty} a_n$의 값은? [4점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

정답 : ④

18
4점

18. 직사각형 ABCD에서 $\overline{AB}=1$, $\overline{AD}=2$이다.
그림과 같이 직사각형 ABCD의 한 대각선에 의하여 만들어지는 두 직각삼각형의 내부에 두 변의 길이의 비가 1:2인 두 직사각형을 긴 변이 대각선 위에 놓이면서 두 직각삼각형에 각각 내접하도록 그리고, 새로 그려진 두 직사각형 중 하나에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 새로 그려진 두 직사각형 중 색칠되어 있지 않은 직사각형에 그림 R_1을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 직사각형 중 하나에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



① $\frac{37}{61}$ ② $\frac{38}{61}$ ③ $\frac{39}{61}$ ④ $\frac{40}{61}$ ⑤ $\frac{41}{61}$

정답 : ④

24
3점

24. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 부등식

$$3n^2+2n < a_n < 3n^2+3n$$

을 만족시킬 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{5a_n}{n^2+2n}$의 값을 구하시오. [3점]

[해설]

구하는 것이 $\lim_{n\to\infty}\frac{5a_n}{n^2+2n}$ 이므로 $\frac{5a_n}{n^2+2n}$ 에 대한 부등식을 찾으면 된다.

$3n^2+2n < a_n < 3n^2+3n$ 에 양변에 5 를 곱하고 n^2+2n 으로 나누면

$\frac{15n^2+10n}{n^2+2n} < \frac{5a_n}{n^2+2n} < \frac{15n^2+15n}{n^2+2n}$ 이다.

양변에 lim 를 취하면

$$\lim_{n\to\infty}\frac{15n^2+10n}{n^2+2n} \le \lim_{n\to\infty}\frac{5a_n}{n^2+2n} \le \lim_{n\to\infty}\frac{15n^2+15n}{n^2+2n}$$

$15 \le \lim_{n\to\infty}\frac{5a_n}{n^2+2n} \le 15$ 이므로 $\lim_{n\to\infty}\frac{5a_n}{n^2+2n}=15$ 이다.

정답 : 15

5th 다항함수의 극한

9	중	$\frac{0}{0}$꼴 : 인수분해 -> 약분 -> 대입
10	중	연속 = 한붓그리기
11	중	절대값 함수 그리기
13	중	함수의 사칙연산의 극한값 -> 100% 표
25	하	$\frac{0}{0}$꼴 미정계수 구하기

10

3점

10. 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+a & (x\le 1) \\ \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2x^{n+1}+3x^n}{x^n+1} & (x>1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

정답 : ②

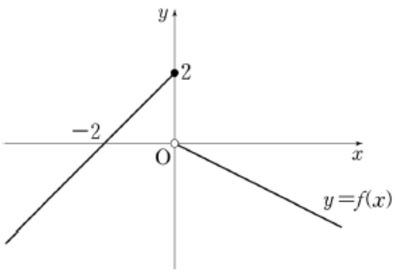
13

3점

[13~14] 함수

$$f(x)=\begin{cases} x+2 & (x\le 0) \\ -\frac{1}{2}x & (x>0) \end{cases}$$

의 그래프가 그림과 같다. 13번과 14번의 두 물음에 답하시오.



13. 함수 $g(x)=f(x)\{f(x)+k\}$가 $x=0$에서 연속이 되도록 하는 상수 k의 값은? [3점]

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

정답 : ①

[수능적 사고] 미통기(상) p18 15번

두 함수

$$f(x)=\begin{cases} -1 & (|x|\ge 1) \\ 1 & (|x|<1) \end{cases},\quad g(x)=\begin{cases} 1 & (|x|\ge 1) \\ -x & (|x|<1) \end{cases}$$

에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

보기

ㄱ. $\lim_{x\to 1} f(x)g(x)=-1$

ㄴ. 함수 $g(x+1)$은 $x=0$에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $f(x)g(x+1)$은 $x=-1$에서 연속이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

정답 :④

[수능적 사고] 미통기(상) p17 13번

함수

$$f(x)=\begin{cases} x & (|x|\geq 1) \\ -x & (|x|<1) \end{cases}$$

에 대하여, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

보기
ㄱ 함수 $f(x)$가 불연속인 점은 2개이다.
ㄴ 함수 $(x-1)f(x)$는 $x=1$에서 연속이다.
ㄷ 함수 $\{f(x)\}^2$은 실수 전체의 집합에서 연속이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[해설]

$y=f(x)$의 그래프를 그리면 그림과 같다.

ㄱ. $f(x)$는 $x=-1,\ 1$에서 불연속이다. ∴ 참

ㄴ. $g(x)=(x-1)f(x)$라 하면 $g(1)=0,\ \lim_{x\to 1+0} g(x)=0\times 1=0,\ \lim_{x\to 1-0} g(x)=0\times(-1)=0$

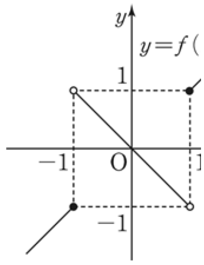
따라서, $(x-1)f(x)$는 $x=1$에서 연속이다. ∴ 참

ㄷ. $h(x)=\{f(x)\}^2$이라 하면 $h(1)=\lim_{x\to 1+0} h(x)=\lim_{x\to 1-0} h(x)=1$이고

$h(-1)=\lim_{x\to -1+0} h(x)=\lim_{x\to -1-0} h(x)=1$이므로 $h(x)$, 즉 $\{f(x)\}^2$은 $x=1,\ -1$에서 연속이다.

따라서, $\{f(x)\}^2$은 실수 전체에서 연속이다. ∴ 참

따라서, ㄱ, ㄴ, ㄷ 모두 옳다.



정답 :⑤

[수능적 사고] 미통기(상) p17 14번

함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} a & (x\leq 1) \\ -x+2 & (x>1) \end{cases}$$

일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, a는 상수이다.)

보기
ㄱ $\lim_{x\to 1+0} f(x)=1$
ㄴ $a=0$이면 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 연속이다.
ㄷ 함수 $y=(x-1)f(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

[해설]

ㄱ. $x>1$에서 $f(x)=-x+2$이므로 $\lim_{x\to 1+0} f(x)=\lim_{x\to 1+0}(-x+2)=1$ (참)

ㄴ. $x\leq 1$에서 $f(x)=a$이므로 $\lim_{x\to 1-0} f(x)=\lim_{x\to 1-0} a=\lim_{x\to 1-0} 0=0$이므로 ㄱ에서 $\lim_{x\to 1+0} f(x)\neq\lim_{x\to 1-0} f(x)$

즉, $\lim_{x\to 1} f(x)$의 극한값이 존재하지 않는다.

따라서 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 불연속이다. (거짓)

ㄷ. 함수 $g(x)=(x-1)f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to 1+0} g(x)=\lim_{x\to 1+0}(x-1)f(x)=\lim_{x\to 1+0}(x-1)(-x+2)=0$

$\lim_{x\to 1-0} g(x)=\lim_{x\to 1-0}(x-1)f(x)=\lim_{x\to 1-0} a(x-1)=0$이므로 $\lim_{x\to 1} g(x)=0$이고 $g(1)=(1-1)f(x)=0$

∴ $\lim_{x\to 1} g(x)=g(1)$ 즉, 함수 $y=(x-1)f(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

한편, $x>1,\ x\leq 1$에서 함수 $f(x)$는 다항함수이므로 연속함수의 성질에 의해 함수 $y=(x-1)f(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다. (참)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

정답 : ③

6th 다항함수의 미분

6	하	미분계수의 정의
17	중	접선의 방정식
21	상	문자 -> Case분류
23	하	미분계수 구하기
26	하	위의 점 대입 & 곱의 미분법

17

4점

17. 곡선 $y=x^3-3x^2+x+1$ 위의 서로 다른 두 점 A, B에서의 접선이 서로 평행하다. 점 A의 x좌표가 3일 때, 점 B에서의 접선의 y절편의 값은? [4점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

정답 : ②

[수능적 사고 우수문항] 미통기 p58 16번

정답 : ④

함수 $f(x)=2x^3$ 위의 점 $A(1,\ 2)$ 에서의 접선이 함수 $f(x)$ 와 만나는 점을 $B(\alpha,\ f(\alpha))$ 라 하고, 함수 $f(x)$ 위의 점 $A(1,\ 2)$ 에서의 접선과 평행한 또 다른 접선이 함수 $f(x)$ 과 만나는 점을 $C(\beta,\ f(\beta))$ 라 할 때, $\overline{BC}$ 의 기울기는?

(단, $\alpha<0,\ \beta>0$ 이다.)

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

[해설]

i) 함수 $f(x)=2x^3$ 위의 점 $A(1,\ 2)$ 에서의 접선의 기울기는 $f'(1)$ 이다.

$f'(x)=6x^2$ 이므로 $f'(1)=6$ 이고 위의 점 $A(1,\ 2)$ 에서의 접선의 방정식은

$y-2=6(x-1)$, $y=6x-4$ 이다.

함수 $f(x)=2x^3$ 와 $y=6x-4$ 의 교점의 x 좌표 α 는

방정식 $f(x)=6x-4$ 의 근중 하나이다.

$2x^3=6x-4$ 의 근이 $1,\ \alpha$ 이다.

근과 계수와의 관계의 의해 세 근의 합은 0 이다.

$1+1+\alpha=0$ $\therefore\ \alpha=-2$, $B(-2,\ -16)$

ii) 함수 $f(x)=2x^3$ 위의 점 $A(1,\ 2)$ 에서의 접선의 방정식과 평행하므로 방정식을 $f(t)=6$ 을 풀어 접점을 찾는다.

$f(t)=6t^2=6$, $t=-1,\ 1$

접점이 $(-1,\ -2)$ 이므로 접선의 방정식은

$y-(-2)=6(x-(-1))$, $y=6x+4$

이다.

함수 $f(x)=2x^3$ 와 $y=6x+4$ 의 교점의 x 좌표 β 는

방정식 $f(x)=6x+4$ 의 근중 하나이다.

$2x^3=6x+4$ 의 근이 $-1,\ \beta$ 이다.

근과 계수와의 관계의 의해 세 근의 합은 0 이다.

$(-1)+(-1)+\beta=0$

$\therefore\ \beta=2$, $C(2,\ 16)$

i), ii)에 의해 $\overline{BC}$ 의 기울기는

$$\frac{16-(-16)}{2-(-2)}=8$$

21

4점

21. 함수

$$f(x)=\begin{cases} a(3x-x^3) & (x<0) \\ x^3-ax & (x\geq 0) \end{cases}$$

의 극댓값이 5일 때, $f(2)$의 값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

정답 : ⑤