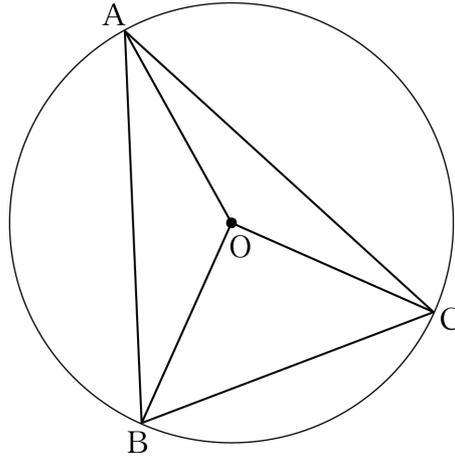


19. 그림과 같이 중심이 O이고 반지름의 길이가  $\sqrt{10}$  인 원에 내접하는 예각삼각형 ABC에 대하여 두 삼각형 OAB, OCA의 넓이를 각각  $S_1, S_2$ 라 하자.  $3S_1 = 4S_2$ 이고  $\overline{BC} = 2\sqrt{5}$  일 때, 선분 AB의 길이는?



- ①  $2\sqrt{7}$       ②  $\sqrt{30}$       ③  $4\sqrt{2}$       ④  $\sqrt{34}$       ⑤ 6

2020년 3월 교육청 가형 19번 문항 중학도형 풀이 by *YoonSol*

$\overline{OB} = \overline{OC} = \sqrt{10}$  이고  $\overline{BC} = 2\sqrt{5}$  이므로  $\angle BOC = \frac{\pi}{2}$  임을 알 수 있다.

점 B와 C에서 직선 OA에 내린 수선의 발을 각각  $H_1, H_2$ 라 하자.

$3S_1 = 4S_2$ 이므로 삼각형 OAB와 OCA의 넓이비는 4:3이다.

삼각형 OAB와 OCA를 선분 OA를 밑변으로 하고 높이를 각각  $BH_1, CH_2$ 로 보면

$\overline{BH_1} : \overline{CH_2} = 4 : 3$ 임을 알 수 있다.

$\overline{BH_1} = 4k, \overline{CH_2} = 3k$ 라고 하고  $\angle BOH_1 = \alpha, \angle COH_2 = \beta$ 라 하자.

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{2}, \sin\alpha = \frac{4k}{\sqrt{10}}, \sin\beta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha = \frac{3k}{\sqrt{10}}$$

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 = \frac{5k^2}{2}$$

$$\therefore \overline{BH_1} = \frac{4}{5}\sqrt{10}, \overline{OH_1} = \sqrt{10 - \overline{BH_1}^2} = \frac{3}{5}\sqrt{10}, \overline{AH_1} = \overline{AO} + \overline{OH_1} = \frac{8}{5}\sqrt{10}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{\overline{AH_1}^2 + \overline{BH_1}^2} = 4\sqrt{2}$$