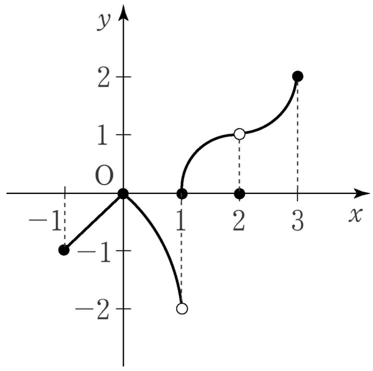
패턴16

그래프를 통해 극한값 찾기

편집:우에노리에

1. **2004** 평가원 (3점)

정의역이 $\{x \mid -1 \leqq x \leqq 3\}$인 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?



[보 기]

ㄱ. $\lim_{x \to 1} f(x)$가 존재한다.

ㄴ. $\lim_{x \to 2} f(x)$가 존재한다.

ㄷ. $-1<a<1$인 실수 a에 대하여 $\lim_{x \to a} f(x)$가 존재한다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ

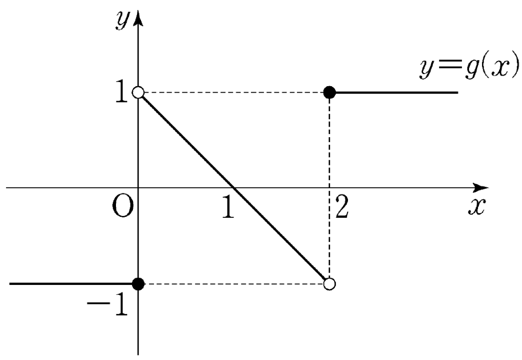
④ ㄱ, ㄴ　⑤ ㄴ, ㄷ

2. | 2012 | 교육청 (3점) |

2)최고차항의 계수가 1 인 이차함수 $f(x)$ 와 함수

$$g(x)=\begin{cases}-1 & (x\le 0)\\ -x+1 & (0<x<2)\\ 1 & (x\ge 2)\end{cases}$$

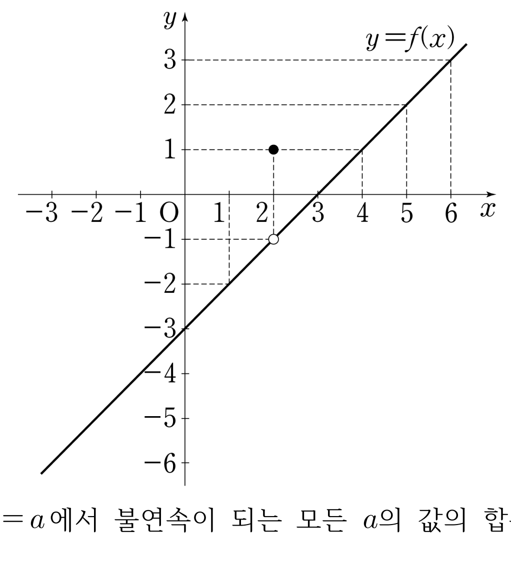
에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이다. $f(5)$ 의 값은?



① 15 ② 17 ③ 19
④ 21 ⑤ 23

3. | 2012 | 평가원 (3점) |

3)실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



합성함수 $(f\circ f)(x)$가 $x=a$에서 불연속이 되는 모든 a의 값의 합은? (단, $0\le a\le 6$이다.)

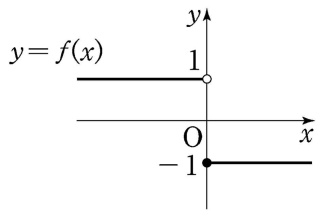
① 3 ② 4 ③ 5
④ 6 ⑤ 7

4. **2008** 평가원 (3점)

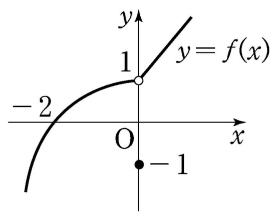
함수 $y=f(x)$의 그래프가 <보기>와 같이 주어질 때, 함수 $y=f(x-1)f(x+1)$이 $x=-1$에서 연속이 되는 경우만을 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

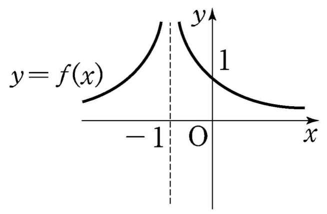
ㄱ.



ㄴ.



ㄷ.



① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. **2007** 교육청 (3점)

두 함수 $f(x)=|x-1|$, $g(x)=[x]$일 때, $h(x)=f(x)g(x)$라 하자. 함수 $y=h(x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대 정수이다.)

[보 기]

ㄱ. $x=1$에서 함숫값은 0이다.
ㄴ. $x=1$에서 극한값은 1이다.
ㄷ. 모든 정수에서 불연속이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6. **2006** 평가원 (3점)

집합 $\{x \mid 0 < x < 2\}$ 에서 정의된 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{1}{x} & (0 < x \leqq 1) \\ \dfrac{1}{x-1}-1 & (1 < x < 2) \end{cases}$$

일 때, 함수 $y=f(x)g(x)$가 $x=1$에서 연속이 되도록 하는 함수 $g(x)$를 <보기>에서 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $g(x)=(x-1)^2 \quad (0 < x < 2)$

ㄴ. $g(x)=(x-1)^3+1 \quad (0 < x < 2)$

ㄷ. $g(x)=\begin{cases} x^2+1 & (0 < x \leqq 1) \\ (x-1)^3 & (1 < x < 2) \end{cases}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. **2005** 평가원 (3점)

함수 $f(x)=\begin{cases} x(x-1) & (|x|>1) \\ -x^2+ax+b & (|x| \leqq 1) \end{cases}$ 가 모든 실수 x에서 연속이 되도록 상수 a, b의 값을 정할 때, $a-b$의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0
④ 1 ⑤ 3

8. | 2007 | 교육청 (3점) |

다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{f(x)-f(0)}{x} & (x\neq 0) \\ f(0) & (x=0) \end{cases}$$

이때, 함수 $g(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속이 되도록 하는 함수 $f(x)$ 를 <보기>에서 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $f(x)=x$ ㄴ. $f(x)=x^3+5x+5$

ㄷ. $f(x)=(x+1)^{10}-9x$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ

④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

9. | 2007 | 평가원 (3점) |

함수 $f(x)$가 $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2}{2x-|x|} & (x\neq 0) \\ a & (x=0) \end{cases}$ 일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, a는 실수이다.)

[보 기]

ㄱ. $f(-3)=1$이다.

ㄴ. $x>0$일 때, $f(x)=x$이다.

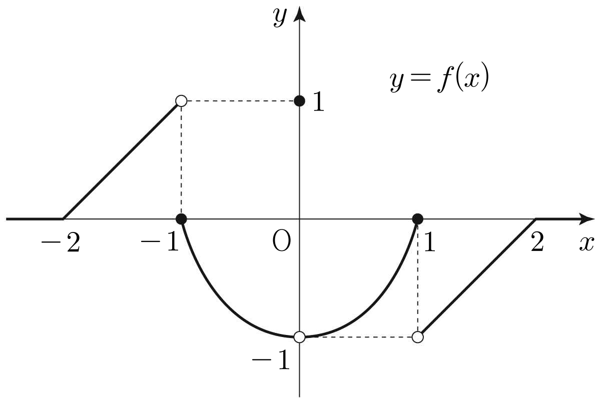
ㄷ. 함수 $f(x)$가 $x=0$에서 연속이 되도록 하는 a가 존재한다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

10. **2012** 교육청 (4점)

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프의 일부가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



[보 기]

ㄱ. $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = -1$

ㄴ. $\lim\limits_{x\to 1+0} \{f(x)-f(-x)\} = 0$

ㄷ. 함수 $|f(x)|\cdot\sin\pi x$는 열린 구간 $(-2, 2)$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. **2007** 평가원 (3점)

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $f(x)=\begin{cases} 1 & (x \geq 0) \\ -1 & (x<0) \end{cases}$, $g(x)=|x|$일 때, $(g\circ f)(x)$는 $x=0$에서 연속이다.

ㄴ. $(g\circ f)(x)$가 $x=0$에서 연속이면 $f(x)$는 $x=0$에서 연속이다.

ㄷ. $(f\circ f)(x)$가 $x=0$에서 연속이면 $f(x)$는 $x=0$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

12. | 2005 | 평가원 (3점) |

두 함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $\lim_{x\to0} f(x)$ 와 $\lim_{x\to0} g(x)$ 가 모두 존재하지 않으면

$\lim_{x\to0}\{f(x)+g(x)\}$ 도 존재하지 않는다.

ㄴ. $y=f(x)$ 가 $x=0$ 에서 연속이면

$y=|f(x)|$ 도 $x=0$ 에서 연속이다.

ㄷ. $y=|f(x)|$ 가 $x=0$ 에서 연속이면

$y=f(x)$ 도 $x=0$ 에서 연속이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

13. | 2010 | 교육청(3점) |

함수 $y=[f(x)]$가 $x=0$에서 연속이 되도록 하는 함수 $f(x)$를 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대 정수이다.)

[보 기]

ㄱ. $f(x)=\begin{cases} 0 & (x\le0) \\ \frac{1}{2} & (x>0) \end{cases}$

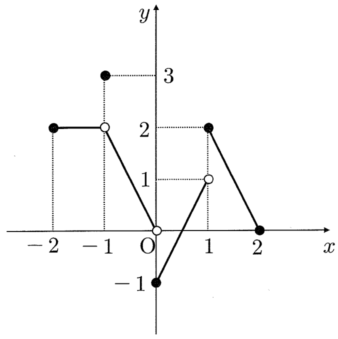
ㄴ. $f(x)=\begin{cases} 1 & (x\le0) \\ 1-x^2 & (x>0) \end{cases}$

ㄷ. $f(x)=\begin{cases} -1 & (x\le0) \\ -x^3+x^2-1 & (x>0) \end{cases}$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. **2005** 교육청 (3점)

그림과 같이 함수 $y = f(x)$의 그래프가 있다. 위 그래프에 대한 설명 중 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $-2 \leqq x \leqq 2$)



[보 기]

ㄱ. 불연속점의 개수는 3 개이다.

ㄴ. 극한값이 존재하지 않는 점의 개수는 3 개이다.

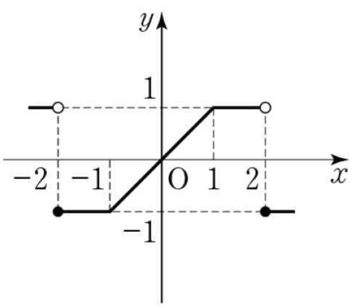
ㄷ. 함수 $f(x)$는 폐구간 $[-2, 2]$에서 최댓값과 최솟값이 존재한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ

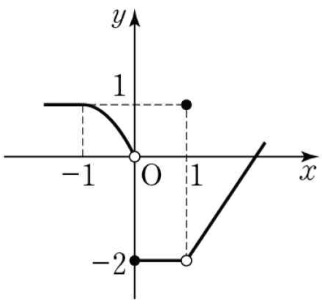
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. **2009** 평가원 (4점)

두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프의 일부가 다음 그림과 같고, 모든 실수 x에 대하여 $f(x+4)=f(x)$일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



$y=f(x)$



$y=g(x)$

[보 기]

ㄱ. $\lim_{x \to 0} g(f(x)) = -2$

ㄴ. $\lim_{x \to 2} g(f(x)) = 1$

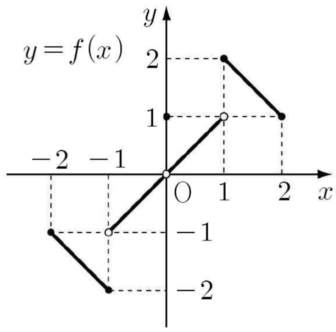
ㄷ. $\lim_{x \to \infty} \sum_{k=1}^{4} g\left(f\left(2k+\frac{1}{x}\right)\right) = -2$

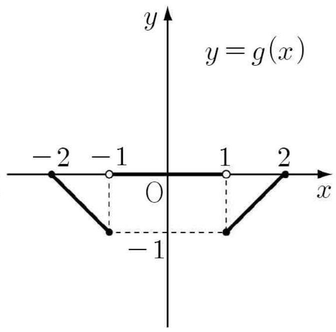
① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

16. **2010** 교육청 (4점)

$-2 \leq x \leq 2$에서 정의된 두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?





[보 기]

ㄱ. $\lim_{x \to -1} g(f(x)) = -1$

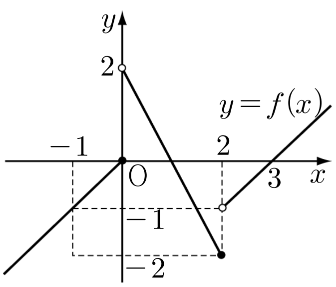
ㄴ. 함수 $g(f(x))$는 $x=0$에서 연속이 아니다.

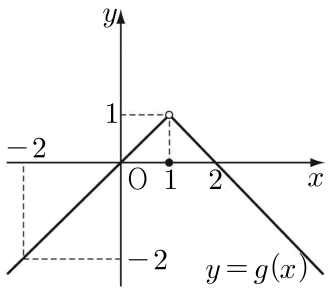
ㄷ. 방정식 $g(f(x)) = -\frac{1}{2}$의 실근이 1과 2사이에 적어도 하나 존재한다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

17. **2008** 교육청 (4점)

함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프가 다음과 같을 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?





[보 기]

ㄱ. $g(f(0))=0$

ㄴ. $y=g(f(x))$는 $x=0$에서 연속이다.

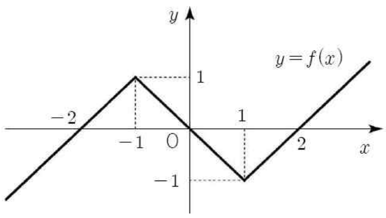
ㄷ. $-1 \leqq x \leqq 3$에서 $y=g(f(x))$가 불연속인 x의 값은 2개이다.

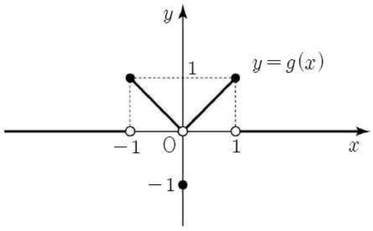
① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. **2009** 교육청 (4점)

그래프는 두 함수

$f(x)=\begin{cases} x-2 & (x>1) \\ -x & (|x| \le 1) \\ x+2 & (x<-1) \end{cases}$, $g(x)=\begin{cases} |x| & (0<|x|\le 1) \\ -1 & (x=0) \\ 0 & (|x|>1) \end{cases}$ 를 각각 나타낸 것이다.





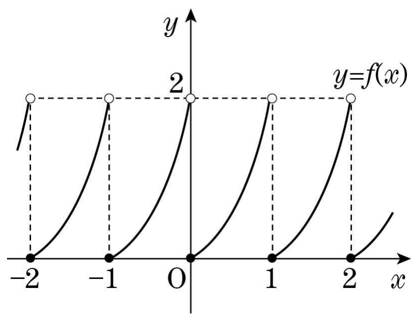
합성함수 $y=(g \circ f)(x)$의 불연속점의 개수는?

① 4 ② 5 ③ 6

④ 7 ⑤ 8

19. **2012** 교육청 (4점)

함수 $y=f(x)$의 그래프의 일부가 그림과 같을 때, 합성함수 $f(g(x))$가 $x=0$에서 연속이 되도록 하는 함수 $g(x)$를 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



<보 기>

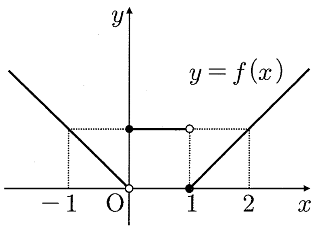
ㄱ. $g(x)=x^2$ ㄴ. $g(x)=|\sin x|$ ㄷ. $g(x)=\cos x$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. **2005** 교육청 (4점)

함수 $f(x)$가 $f(x)=\begin{cases} -x & (x<0) \\ 1 & (0 \leqq x < 1) \\ x-1 & (x \geqq 1) \end{cases}$



이고, 그 그래프는 그림과 같다. 이 때, 다음의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $\lim_{x \to 1} f(x) = 0$

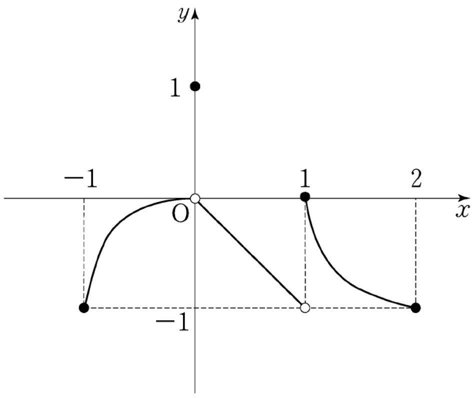
ㄴ. $\lim_{x \to 1+0} f(f(x)) = 1$

ㄷ. $\lim_{x \to 1-0} f(f(x)) = 0$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

21. **2009** 평가원 (4점)

폐구간 $[-1,\ 2]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



폐구간 $[-1,\ 2]$에서 두 함수 $g(x)$, $h(x)$를

$g(x) = \dfrac{f(x)+|f(x)|}{2}$ $h(x) = \dfrac{f(x)-|f(x)|}{2}$

으로 정의할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $\lim_{x \to 1} h(x)$는 존재한다.

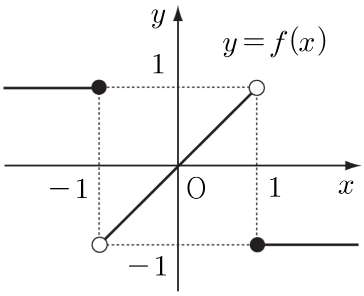
ㄴ. 함수 $(h \circ g)(x)$는 폐구간 $[-1,\ 2]$에서 연속이다.

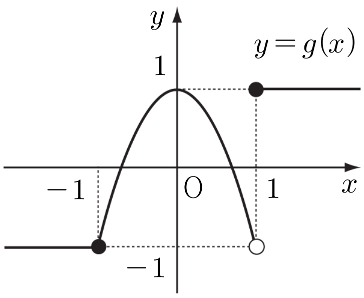
ㄷ. $\lim_{x \to 0} (g \circ h)(x) = (g \circ h)(0)$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

22. **2007** 교육청 (4점)

다음은 두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 그래프이다.





<보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고르면?

[보 기]

ㄱ. $\lim_{x\to1} f(x)g(x) = -1$

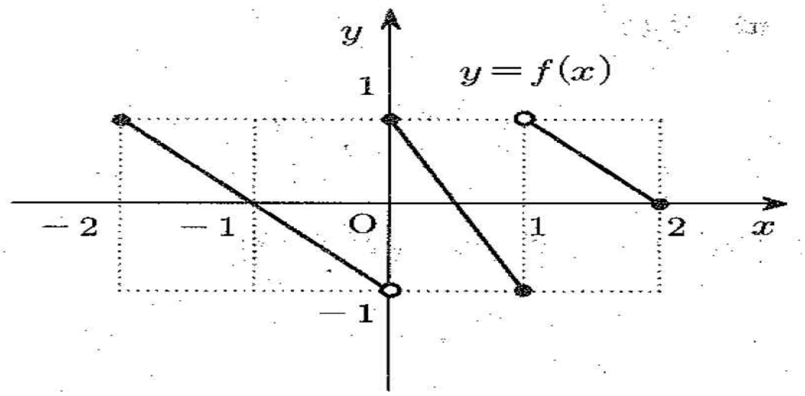
ㄴ. 함수 $y=f(x)g(x)$는 $x=-1$에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $y=f(x)+g(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

23. **2009** 교육청 (4점)

폐구간 $[-2,\ 2]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 아래 그림과 같다.



함수 $g(x)=2\cos\pi x$ 일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $\lim_{x\to1} g(f(x))$ 가 존재한다.

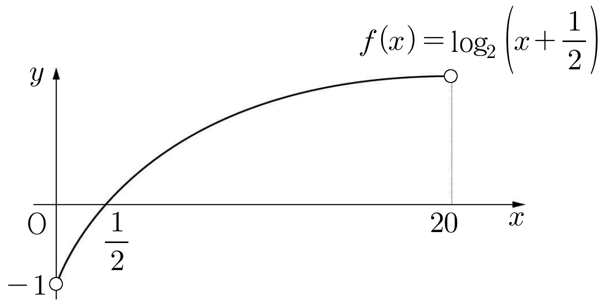
ㄴ. 함수 $f(f(x))$ 는 $x=0$ 에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $f(g(x))$ 는 개구간 $(-2,\ 0)$ 에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ,ㄴ ④ ㄱ,ㄷ ⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

24. **2007** 교육청 (4점)

$0<x<20$에서 정의된 함수 $y=f(x)$가 다음과 같다.

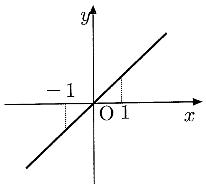


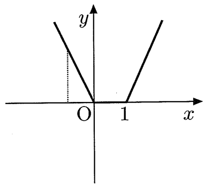
함수 $g(x)=[x]^2-[x]$에 대하여 합성함수 $y=g(f(x))$의 불연속점의 개수는? (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대의 정수)

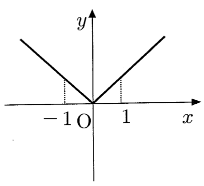
① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

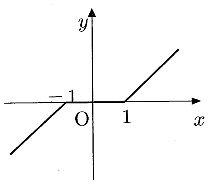
25. **2006** 교육청 (4점)

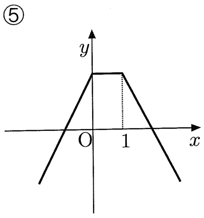
함수 $f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{x^{2n+1}}{x^{2n}+1}$와 함수 $y=g(x)$에 대하여 합성함수 $y=g(f(x))$가 모든 실수에 대하여 연속이 되도록 하는 함수 $y=g(x)$의 그래프의 개형으로 알맞은 것은?

①


②


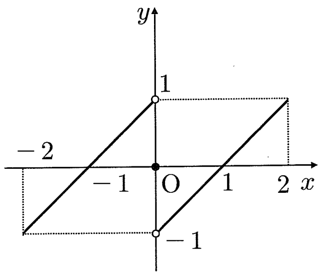
③


④


⑤


26. 2004 교육청 (4점)

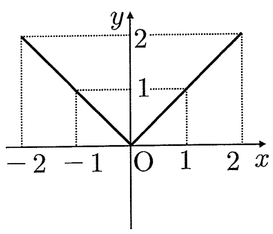
$f(0)=0$인 함수 $y=f(x)\,(-2 \leqq x \leqq 2)$의 그래프는 다음과 같다.



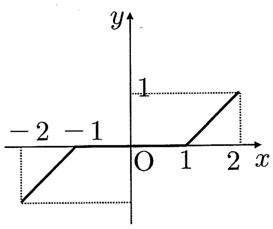
함수 $y=g(x)\,(-2 \leqq x \leqq 2)$의 그래프가 〈보기〉와 같이 주어질 때, 합성함수 $y=(g \circ f)(x)$가 구간 $[-2,\ 2]$에서 연속이 되는 경우를 모두 고른 것은?

[보 기]

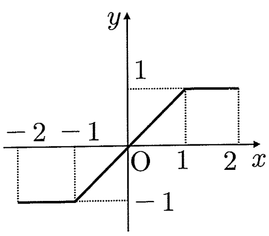
ㄱ.



ㄴ.



ㄷ.

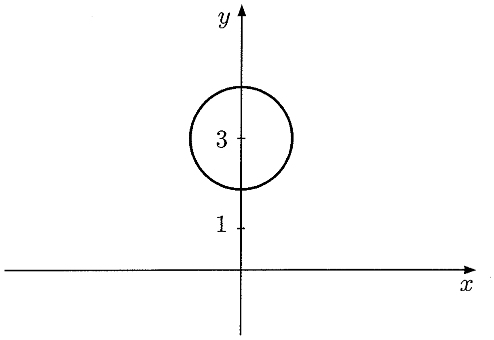


① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

27. **2006** 수능 (4점)

좌표평면에서 중심이 $(0, 3)$이고 반지름의 길이가 1인 원을 C라 하자. 양수 r에 대하여 $f(r)$를 반지름의 길이가 r인 원 중에서, 원 C와 한 점에서 만나고 동시에 x축에 접하는 원의 개수라 하자. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?



[보 기]

ㄱ. $f(2)=3$

ㄴ. $\lim_{r\to 1+0} f(r)=f(1)$

ㄷ. 구간 $(0, 4)$에서 함수 $f(r)$의 불연속점은 2개이다.

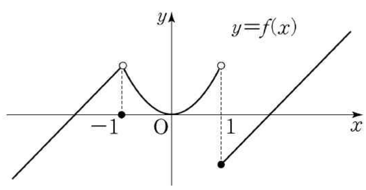
① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ　④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

28. **2011** 수능 (3점)

함수

$$f(x)=\begin{cases} x+2 & (x<-1) \\ 0 & (x=-1) \\ x^2 & (-1<x<1) \\ x-2 & (x\geq 1) \end{cases}$$

에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은



[보 기]

ㄱ. $\lim_{x\to 1+0}\{f(x)+f(-x)\}=0$

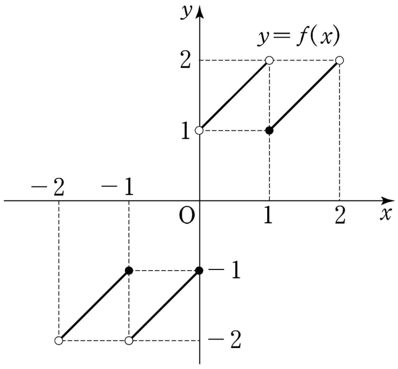
ㄴ. 함수 $f(x)-|f(x)|$가 불연속인 점은 1개다.

ㄷ. 함수 $f(x)f(x-a)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되는 상수 a는 없다.

① ㄱ　② ㄱ,ㄴ　③ ㄱ,ㄷ　④ ㄴ,ㄷ　⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

29. 2007 수능 (4점)

개구간 $(-2,\ 2)$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같다.



개구간 $(-2,\ 2)$에서 함수 $g(x)$를

$$g(x)=f(x)+f(-x)$$

로 정의할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $\lim_{x \to 0} f(x)$가 존재한다.

ㄴ. $\lim_{x \to 0} g(x)$가 존재한다.

ㄷ. 함수 $g(x)$는 $x=1$에서 연속이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

30. 2008 수능 (4점)

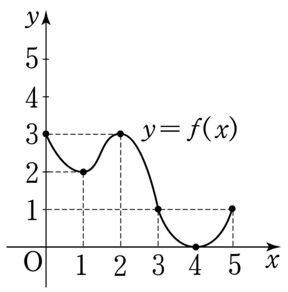
폐구간 $[0, 5]$에서 정의된 함수 $y=f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} \{f(x)\}^2 & (0 \leqq x \leqq 3) \\ (f \circ f)(x) & (3 < x \leqq 5) \end{cases}$$

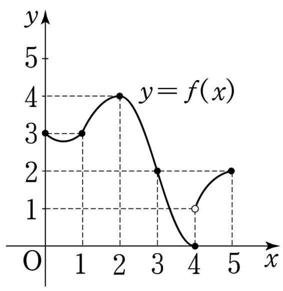
라 하자. 함수 $g(x)$가 폐구간 $[0, 5]$에서 연속이 되도록 하는 함수 $y=f(x)$의 그래프로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

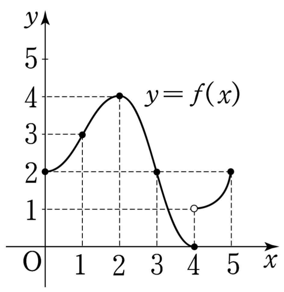
ㄱ.



ㄴ.



ㄷ.



① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ　⑤ ㄴ, ㄷ

1) 정답 ⑤
2) 정답 ①
3) 정답 ⑤
4) 정답 ④
5) 정답 ①
6) 정답 ③
7) 정답 ①
8) 정답 ⑤
9) 정답 ⑤
10) 정답 ③
11) 정답 ①
12) 정답 ①
13) 정답 ③
14) 정답 ③
15) 정답 ④
16) 정답 ④
17) 정답 ⑤
18) 정답 ②
19) 정답 ③
20) 정답 ⑤
21) 정답 ①
22) 정답 ③
23) 정답 ①
24) 정답 ④
25) 정답 ④
26) 정답 ②
27) 정답 ④
28) 정답 ②
29) 정답 ⑤
30) 정답 ②