

패턴 30

일차변환의 좌표평면상의 해석

편집:우에노리에

5. **2002** **교육청(2점)**

일차변환 $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$ 에 의하여 직선 $2x + 3y = 6$ 은 한 점 (a, b) 로 옮겨진다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

- ① 14 ② 15 ③ 16
④ 17 ⑤ 18

6. **2000** **교육청(2점)**

직선 $y = x$ 에 대한 대칭변환 f 와 원점을 중심으로 하는 회전변환 g 가 있다. 합성변환 $g \circ f$ 에 의해 점 $(1, 0)$ 이 점 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 으로 옮겨졌을 때, 이 합성변환 $g \circ f$ 에 의해 점 $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 으로 옮겨지는 점은?

- ① $(1, 1)$ ② $(-1, -1)$ ③ $(0, 1)$
④ $(0, -1)$ ⑤ $(-1, 0)$

7. **2012** **교육청(3점)**

일차변환 f 는 점 $(1, 0)$ 을 점 $(1, 2)$ 로 옮기고, f 의 역변환 f^{-1} 은 점 $(1, 0)$ 을 점 $(0, 1)$ 로 옮긴다. 일차변환 f 에 의하여 점 $(4, 3)$ 이 옮겨진 점의 좌표가 (a, b) 일 때, $10a + b$ 의 값을 구하시오.

8. **2012** **교육청(3점)**

좌표평면에서 두 점 $(1, 1)$, $(1, 2)$ 를 각각 두 점 $(-1, 2)$, $(3, -4)$ 로 옮기는 일차변환에 의하여 점 $(-3, -1)$ 이 옮겨지는 점을 (a, b) 라 할 때, $a - b$ 의 값을 구하시오.

9. **1994** **교육청(3점)**

행렬 $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ 가 나타내는 일차변환에 의하여 평면 위의 타원 $16x^2 + 9y^2 = 144$ 가 원 $x^2 + y^2 = 1$ 로 옮겨질 때, 다음 중 행렬 A 는?

- ① $\begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 3 \\ 4 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$ ④ $\begin{pmatrix} \frac{1}{3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{4} \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} \frac{1}{4} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$

10. **2012** **평가원(3점)**

행렬 $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ 으로 나타내어지는 일차변환에 의하여 세 점

$A(-2, 0)$, $B(2, 0)$, $C(0, 2)$ 가 옮겨진 점을 각각 A' , B' , C' 이라 하자. 삼각형 ABC 의 내부와 삼각형 $A'B'C'$ 의 내부의 공통부분의 넓이는?

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2
④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

11. **2012** **평가원(3점)**

좌표평면에서 일차변환 f 를 나타내는 행렬이 $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$ 일 때, f 에 의하여 직선 $x + 2y = 0$ 이 옮겨지는 직선의 방정식은?

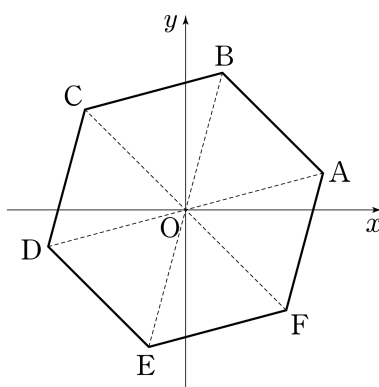
- ① $2x + y = 0$ ② $2x + 3y = 0$ ③ $3x + 2y = 0$
④ $2x + 5y = 0$ ⑤ $5x + 2y = 0$

12. **2012** **평가원(3점)**

그림과 같이 좌표평면에 정육각형 ABCDEF가 있다. 두 일차변환 f, g 를 나타내는 행렬이 각각

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

일 때, 합성변환 $g \circ f$ 에 의하여 점 A가 옮겨지는 점은? (단, 선분 AD의 중점은 원점 O이다.)



- ① B ② C ③ D
④ E ⑤ F

13. **1995** **교육청(3점)**

평면위의 일차변환 f 를 나타내는 행렬을 A 라 할 때,

$$A \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}, A \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{이면 } A^{10} \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} \text{은?}$$

- ① $\begin{pmatrix} 3^5 \\ 3^4 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} \frac{1}{2^5} \\ \frac{1}{2^4} \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 3^{10} \\ 3^{11} \end{pmatrix}$
④ $\begin{pmatrix} \frac{1}{3^{10}} \\ \frac{1}{3^{11}} \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 2^{11} \\ 2^{10} \end{pmatrix}$

14. **1995** **교육청(3점)**

좌표평면 위의 $P(x, y)$ 에 대하여 평행이동

$f : (x, y) \rightarrow (x+a, y+b)$ 와 행렬 $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 로 나타내어지는 일치변환 g 가 있다. 합성변환

$f \circ g \circ f$ 가 일치변환이 될 때, 상수 a 와 b 의 관계로 옳은 것은?

- ① $a-b=0$ ② $a+b=0$ ③ $a-2b=0$
 ④ $a+2b=0$ ⑤ $2a+b=0$

15. **1996** **교육청(3점)**

점 $P(1,0)$ 은 일치변환 f 에 의하여 점 $Q(0,1)$ 로 옮겨지고, 합성변환 $f \circ f$ 에 의하여 점 $R(2,0)$ 로 옮겨진다고 한다. 이 때, 합성변환 $f \circ f \circ f$ 에 의하여 점 P 는 어느 점으로 옮겨지는가?

- ① $(0,2)$ ② $(3,0)$ ③ $(0,3)$
 ④ $(4,0)$ ⑤ 알 수 없다.

16. **1996** **교육청(3점)**

두 일치변환 $f : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} -y \\ x \end{pmatrix}$, $g : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} y \\ -x \end{pmatrix}$ 에 대하여 합성변환 $g \circ f$ 를 나타내는 행렬은?

- ① $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ② $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ③ $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$
 ④ $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ ⑤ $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

17. **2003** **교육청(3점)**

두 일치변환 f, g 를 나타내는 행렬이 각각

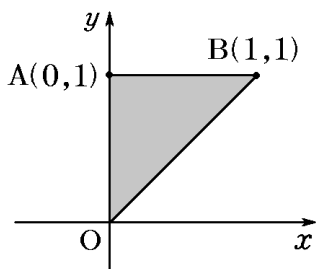
$\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ 일 때, 합성변환 $g \circ f$ 에 의하여 직선

$3x-2y=-1$ 은 어떤 도형으로 옮겨지는가?

- ① $(0,0)$ ② $(-2,4)$ ③ $(1,-2)$
 ④ $2x+y=0$ ⑤ $6x+y=0$

18. **2003** **교육청(3점)**

행렬 $\begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ 로 나타내어지는 일차변환 f 에 의하여 $\triangle OAB$ 가 $\triangle OA'B'$ 로 옮겨진다.
 $\triangle OA'B'$ 의 넓이가 3이 될 때, 양수 a 의 값을 구하시오.



19. **2003** **교육청(3점)**

네 점 $O(0,0)$, $A(1,0)$, $B(1,1)$, $C(0,1)$ 을 꼭지점으로 하는 정사각형 $OABC$ 가 일차변환 $f : \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ 에 의하여 옮겨질 때, 옮겨진 도형의 넓이를 구하시오.

20. **2003** **교육청(3점)**

θ 가 0에서 2π 까지 변할 때, 행렬 $\begin{pmatrix} \sin \theta & \cos \theta \\ \sin \theta - \cos \theta \end{pmatrix}$ 가 나타내는 일차변환에 의하여 점 $(1,1)$ 이 옮겨지는 점 $P(x,y)$ 의 자취의 길이는?

- ① π ② 2π ③ $2\sqrt{2}\pi$
 ④ 2 ⑤ $2\sqrt{2}$

21. **2003** **교육청(3점)**

행렬 $A = \begin{pmatrix} a-b & \\ b & a \end{pmatrix}$ 로 나타내어지는 일차변환에 의하여 직선 $y=2x+1$ 이 직선 $y=-x-1$ 로 옮겨질 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하시오

22. **2002** **교육청(3점)**

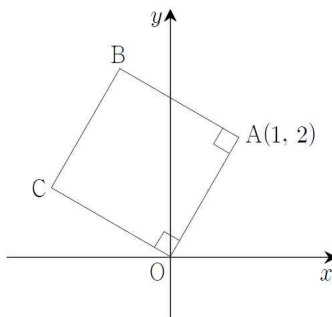
일차변환 f 를 나타내는 행렬이 $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & a \end{pmatrix}$ 일 때, 일차변환 f 에 의하여 직선 $2x + y = 2$ 는 한

점 P 로 옮겨진다고 한다. 점 P 의 좌표는?

- ① (2,4) ② (3,4) ③ (4,2)
④ (4,3) ⑤ (1,2)

23. **2011** **교육청(4점)**

그림과 같이 점 A 의 좌표가 $(1, 2)$ 인 정사각형 $OABC$ 에서 점 A 와 선분 OB 의 중점 M 은 일차변환 f 에 의하여 각각 B, C 로 옮겨진다. 이때, $(-2, -3)$ 이 일차변환 f 에 의하여 옮겨지는 점은?(단, O 는 원점이다.)



- ① $(0, -4)$ ② $\left(\frac{1}{2}, -3\right)$ ③ $(1, -5)$ ④ $\left(\frac{3}{2}, -4\right)$ ⑤ $(2, -5)$

24. **2001** **수능 (2점)**

일차변환 f 를 나타내는 행렬이

$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ 라 하자. 오른쪽 그림의 꺾인 선분 OAB 를 f 에 의하여 옮겨서 얻은 꺾인

선분과 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{3}$ ④ 1 ⑤ 2

25.

2004

수능 (2점)

직선 $y = x$ 에 대한 대칭변환 f 와 원점을 중심으로 하는 회전변환 g 가 있다. 합성변환 $g \circ f$ 에 의해 점 $(1, 0)$ 이 점 $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 으로 옮겨졌을 때, 이 합성변환 $g \circ f$ 에 의해 점 $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 으로 옮겨지는 점은?

- ① $(1, 1)$ ② $(-1, -1)$ ③ $(0, 1)$
 ④ $(0, -1)$ ⑤ $(-1, 0)$

26.

2013

수능 (3점)

좌표평면에서 원점을 중심으로 $\frac{\pi}{3}$ 만큼 회전하는 회전변환을 f , 직선 $y = x$ 에 대한 대칭변환을 g 라 하자. 합성변환 $g^{-1} \circ f \circ g$ 에 의하여 직선 $x + 2y + 5 = 0$ 이 직선 $ax + by + 5 = 0$ 으로 옮겨질 때, $a + 2b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.)

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$
 ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

27.

2013

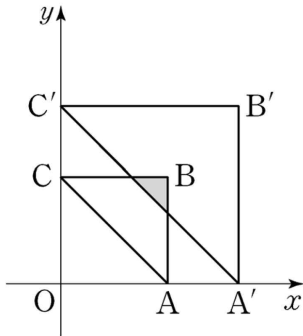
수능 (3점)

일차변환 $f : (x, y) \rightarrow (2x - y, x - 2y)$ 를 나타내는 행렬을 A 라 하자. 행렬 A^4 으로 나타내어지는 일차변환에 의하여 점 $(5, -1)$ 이 옮겨지는 점의 좌표가 (a, b) 일 때 $a + b$ 의 값을 구하시오.

28. **2012 수능 (3점)**

좌표평면에서 행렬 $\begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix} (k > 1)$ 로 나타내어지는 일차변환에 의하여 세 점 $A(3, 0)$, $B(3, 3)$, $C(0, 3)$ 이 옮겨진 점을 각각 A' , B' , C' 이라 하자. 삼각형 ABC 의 내부와 삼각형 $A'B'C'$ 의 내부의 공통부분의 넓이가 $\frac{1}{2}$ 일 때, k 의 값은?

3



- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ $\frac{7}{4}$
 ④ $\frac{9}{5}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

29. **2012 수능 (3점)**

좌표평면에서 원점을 중심으로 하는 회전변환 f 에 의하여 점 $(1, 0)$ 이 제1 사분면 위의 점 $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, a\right)$ 로 옮겨진다.

회전변환 f 를 나타내는 행렬의 모든 성분의 합을 b 라 할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① $\frac{31}{12}$ ② $\frac{11}{4}$ ③ $\frac{35}{12}$
 ④ $\frac{37}{12}$ ⑤ $\frac{13}{4}$

- 1) 정답 - 35
- 2) 정답 ⑤
- 3) 정답 ①
- 4) 정답 ③
- 5) 정답 ⑤
- 6) 정답 ⑤
- 7) 정답 78
- 8) 정답 29
- 9) 정답 ④
- 10) 정답 ③
- 11) 정답 ⑤
- 12) 정답 ④
- 13) 정답 ⑤
- 14) 정답 ②
- 15) 정답 ①
- 16) 정답 ②
- 17) 정답 ③
- 18) 정답 6
- 19) 정답 6
- 20) 정답 ③
- 21) 정답 3
- 22) 정답 ①
- 23) 정답 ③
- 24) 정답 ③
- 25) 정답 ⑤
- 26) 정답 ⑤
- 27) 정답 36
- 28) 정답 ②
- 29) 정답 ⑤