패턴10

수열의 규칙성 찾기

편집:우에노리에

1. **2012** **교육청(3점)**

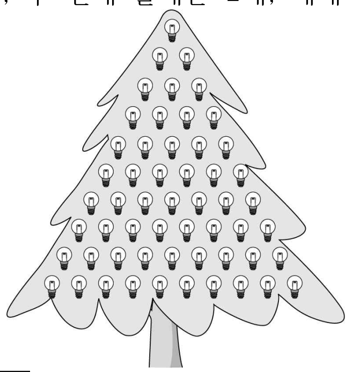
수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$, $a_2=1$이고 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n+2}-a_{2n}=1$
(나) $a_{2n+1}-a_{2n-1}=0$

$a_{100}+a_{101}$의 값을 구하시오.

2. **2008** **평가원(3점)**

그림과 같이 나무에 55개의 전구가 맨 위 첫 번째 줄에는 1개, 두 번째 줄에는 2개, 세째 줄에는 3개, …, 열 번째 줄에는 10개가 설치되어 있다. 전원을 넣으면 이 전구들은 다음 규칙에 따라 작동한다.



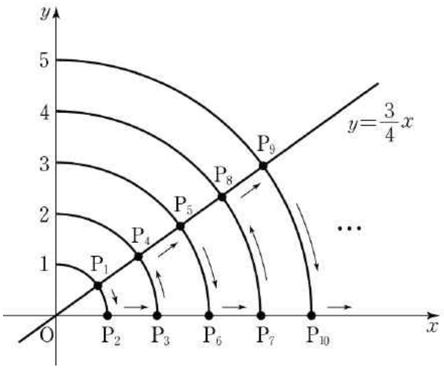
(가) n이 10 이하의 자연수일 때, n번째 줄에 있는 전구는 n초가 되는 순간 처음 켜진다. (나) 모든 전구는 처음 켜진 후 1초 간격으로 꺼짐과 켜짐을 반복한다.

전원을 넣고 n초가 되는 순간 켜지는 모든 전구의 개수를 a_n이라고 하자. 예를 들어 $a_1=1$, $a_2=2$, $a_4=6$, $a_{11}=25$ 이다. $\sum_{n=1}^{14}a_n$의 값은?

① 215　② 220　③ 225　④ 230　⑤ 235

3. 2009 평가원(3점)

다음 그림은 좌표평면에서 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1부터 1씩 증가하는 원들이 두 직선 $y=\frac{3}{4}x$, $y=0$과 각각 만나는 점들의 일부를 P_1부터 시작하여 화살표 방향을 따라 $P_1, P_2, P_3, \cdots$으로 나타낸 것이다.



점 P_{25}의 x좌표는?

① $\frac{52}{5}$ ② 11 ③ $\frac{56}{5}$

④ 12 ⑤ $\frac{64}{5}$

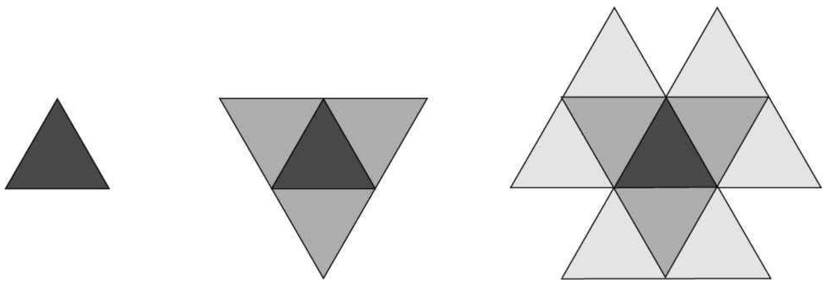
4. **2006** **평가원(3점)**

그림과 같이 넓이가 1인 정삼각형 모양의 타일을 다음과 같은 규칙으로 붙인다.

> [1단계] 정삼각형 모양의 타일을 한 개 붙인다.
> [n단계] $n-1$단계에서 붙여진 타일의 바깥쪽 테두리의 각 변에 정삼각형 모양의 타일을 붙인다.

이와 같이 10단계를 시행했을 때, 타일로 덮인 부분의 전체의 넓이를 구하시오.

1단계 2단계 3단계



5. **2010** **교육청(3점)**

그림과 같이 자연수를 다음 규칙에 따라 나열하였다.

> [규칙1] 1행에는 2, 3, 6의 3개의 수를 차례대로 나열한다.
> [규칙2] $n+1$행에 나열된 수는 1열에 2, 2열부터는 n행에 나열된 각 수에 2를 곱하여 차례대로 나열한다.

	[1열]	[2열]	[3열]	[4열]	[5열]	…
[1행]	2	3	6			
[2행]	2	4	6	12		
[3행]	2	4	8	12	24	
⋮			⋮			

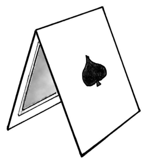
10행에 나열된 모든 자연수의 합을 S라 할 때, $S=p\times 2^9-2$이다. 이 때, p의 값을 구하시오.

6. **2012** **교육청(3점)**

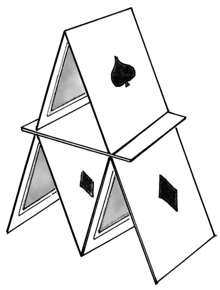
다음은 n층 카드탑에 대한 설명이다.

Ⅰ. 1층 카드탑 : 두 장의 카드를 맞대어 세운 것.
Ⅱ. 2층 카드탑 : 1층 카드탑 두 개를 나란히 세우고 그 위에 가로로 한 장의 카드를 올려놓은 후 그 위에 1층 카드탑을 쌓은 것.
Ⅲ. 3층 카드탑 : 1층 카드탑 세 개를 나란히 세우고 그 위에 가로로 두 장의 카드를 올려놓은 후 그 위에 2층 카드탑을 쌓은 것.
Ⅳ. n층 카드탑 : 1층 카드탑 n개를 나란히 세우고 그 위에 가로로 $(n-1)$장의 카드를 올려놓은 후 그 위에 $(n-1)$층 카드탑을 쌓은 것.

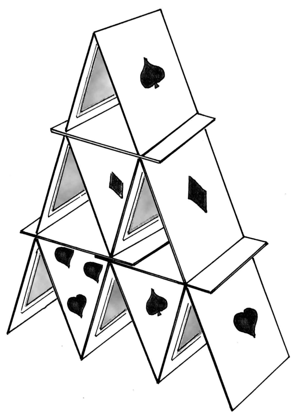
1층 카드탑



2층 카드탑



3층 카드탑



⋮ ⋮

n층 카드탑을 만드는데 필요한 카드의 개수를 a_n이라 할 때, a_{20}의 값을 구하시오.

7. **2006** **교육청(3점)**

다음 규칙을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.

Ⅰ. $a_1 = 2$
Ⅱ. a_{n+1}은 $3a_n$을 5로 나눈 나머지이다.

이 수열에서 $a_{13} + a_{40}$의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

8. **2008** **평가원(3점)**

수열 $\{a_n\}$에서 $a_n = 3 + (-1)^n$일 때, 좌표평면 위의 점 $\mathrm{P_n}$을

$$\mathrm{P_n}\left(a_n \cos\frac{2n\pi}{3},\ a_n \sin\frac{2n\pi}{3}\right)$$

라 하자. 점 P_{2009}와 같은 점은?

① P_1 ② P_2 ③ P_3
④ P_4 ⑤ P_5

9. **2012** **교육청(3점)**

수열 $\{a_n\}$이 $a_1 = 1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$\frac{a_{n+1}}{a_n} = 1 - \frac{1}{(n+1)^2}$$

을 만족시킬 때, $100a_{10}$의 값을 구하시오.

10. **2009** **평가원(4점)**

수열 $\{a_n\}$에서 $a_n = (-1)^{\frac{n(n+1)}{2}}$일 때, $\sum_{n=1}^{2010} n a_n$의 값은?

① -2011 ② -2010 ③ 0
④ 2010 ⑤ 2011

11. 2011 교육청(4점)

x 에 대한 방정식 $\cos x = \frac{1}{(2n-1)\pi}x$ $(n=1, 2, 3, \cdots)$의 양의 실근의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{24} \frac{500}{(a_n+1)(a_n+3)}$ 의 값을 구하시오.

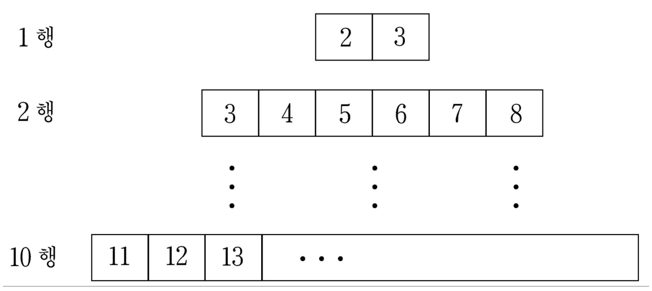
12. 2011 교육청(4점)

$a_n = \cos\frac{2n\pi}{3}$ 일 때, $\sum_{n=1}^{10} \frac{a_{2n}}{a_{2n-1}+a_{2n+1}}$ 의 값은?

① -10 ② -5 ③ 1
④ 5 ⑤ 10

13. 2005 평가원(4점)

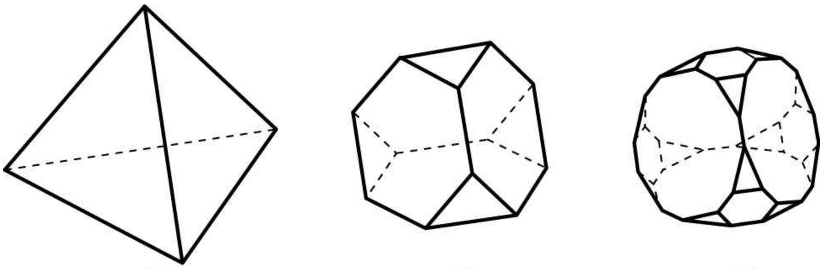
그림과 같이 자연수 k 에 대하여 $[\log_{k+1} x] = 1$ 을 만족시키는 자연수 x 를 k 행에 차례로 배열할 때, k 행에 배열된 자연수의 개수를 a_k 라 하자. $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값을 구하시오.
(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)



14. **2010** **평가원(4점)**

정사면체 T_1의 모든 모서리의 삼등분점을 잡는다. T_1의 각 꼭짓점에서 가까운 삼등분점 3개와 그 꼭짓점을 모두 이어서 만든 사면체 4개를 잘라내어 팔면체 T_2를 만든다.

다시 팔면체 T_2의 모든 모서리의 삼등분점을 잡는다. T_2의 각 꼭짓점에서 가까운 삼등분점 3개와 그 꼭짓점을 모두 이어서 만든 사면체 12개를 잘라내어 이십면체 T_3을 만든다.



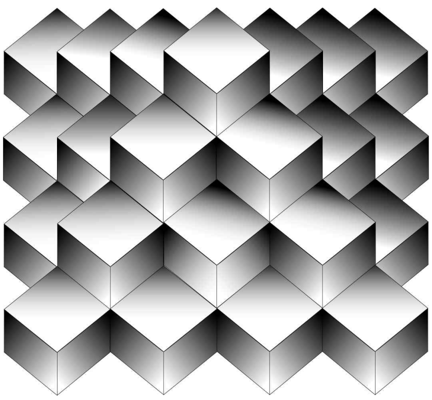
T_1 T_2 T_3

이와 같은 방법으로 다면체 T_4, T_5, T_6을 만들 때, 다면체 T_6의 면의 개수는?

① 480 ② 482 ③ 484 ④ 486 ⑤ 488

15. **2004** **평가원(4점)**

그림과 같은 모양의 4층 탑을 쌓았을 때, 크기가 같은 44개의 정육면체가 필요하였다. 이와 같은 규칙으로 10층 탑을 쌓으려고 할 때, 필요한 정육면체의 총 개수를 구하면?



① 650 ② 670 ③ 690 ④ 710 ⑤ 730

16. **2007** **교육청(4점)**

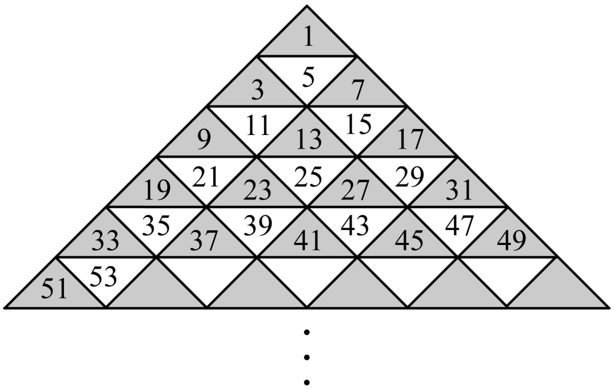
수열 $\{a_n\}$이

$$\begin{cases} a_1 = 1,\ a_2 = 3,\ a_3 = 5,\ a_4 = 7 \\ a_{k+4} = 2a_k \quad (k = 1, 2, 3, \cdots) \end{cases}$$

으로 정의될 때, $\sum_{k=1}^{20} a_k$의 값을 구하시오.

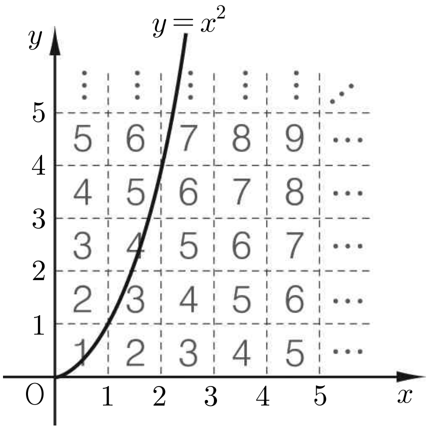
17. **2006** **교육청(4점)**

그림과 같이 홀수를 삼각형 모양으로 배열하고 어두운 부분에 있는 수를 크기순으로 나열하여 수열 1, 3, 7, 9, 13, 17, 19, $\cdots$ 을 만들었다. 이 수열의 제 66 항을 구하시오.



18. **2008** **교육청(4점)**

그림과 같이 좌표평면의 제1사분면을 한 변의 길이가 1인 정사각형들로 나누어 자연수를 배열하였다. $y=x^2(0 \leqq x \leqq 10)$의 그래프가 지나는 한 변의 길이가 1인 정사각형에 배열된 수들의 합은?(단, 그래프가 정사각형의 내부를 지나지 않는 경우는 제외한다.)

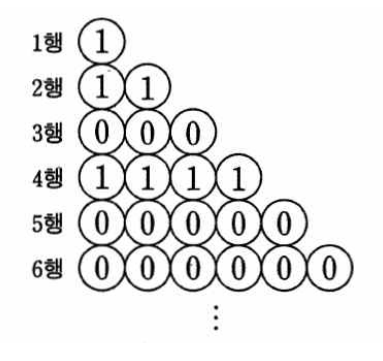


① 5625　② 5640　③ 5665
④ 5680　⑤ 5695

19. **2010** **평가원(4점)**

그림과 같이 1행에는 1개, 2행에는 2개, $\cdots$, n행에는 n개의 원을 나열하고 그 안에 다음 규칙에 따라 0 또는 1을 써 넣는다.

(가) 1행의 원 안에는 1을 써 넣는다.
(나) $n \geqq 2$일 때, 1행부터 $(n-1)$행까지 나열된 모든 원안의 수의 합이 n이상이면 n행에 나열된 모든 원 안에 0을 써 넣고, n미만이면 n행에 나열된 모든 원 안에 1을 써 넣는다.



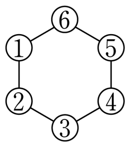
1행부터 32행까지 나열된 원 안에 써 넣은 모든 수의 합을 구하시오.

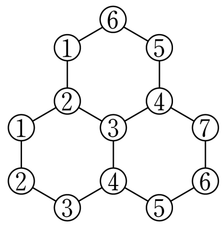
20. 2012 평가원(4점)

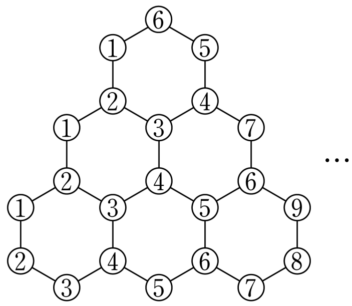
다음 [단계]에 따라 정육각형이 인접해 있는 모양의 도형에 자연수를 적는다.

[단계 1] <그림 1>과 같이 한 개의 정육각형을 그리고, 각 꼭짓점에 자연수를 1부터 차례로 적는다.
[단계 2] <그림 1>의 아래에 2개의 정육각형을 그리고, 새로 생긴 각 꼭짓점에 자연수를 1부터 차례로 적어서 <그림 2>를 얻는다.
⋮
[단계 n] <그림 $n-1$>의 아래에 n개의 정육각형을 그리고, 새로 생긴 각 꼭짓점에 자연수를 1부터 차례로 적어서 <그림 n>을 얻는다.

<그림 6>에 적혀있는 모든 수의 합은?


<그림 1>


<그림 2>


<그림 3>

① 338 ② 349 ③ 360 ④ 371 ⑤ 382

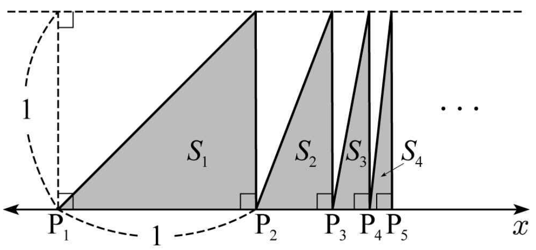
21. 2010 교육청(4점)

수직선 위에 점 P_n $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 점 P_1의 좌표는 $\mathrm{P}_1(0)$이다.
(나) $\overline{\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2}=1$이다.
(다) $\overline{\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}}=\dfrac{n-1}{n+1}\times\overline{\mathrm{P}_{n-1}\mathrm{P}_n}$ $(n=2,\ 3,\ 4,\ \cdots)$

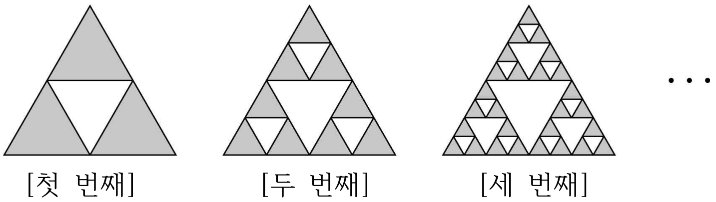
선분 $\mathrm{P}_n\mathrm{P}_{n+1}$을 밑변으로 하고 높이가 1인 직각삼각형의 넓이를 S_n이라 하자.

$S_1+S_2+S_3+\cdots+S_{50}=\dfrac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.)



22. 2010 교육청(4점)

한 개의 정삼각형에서 각 변의 중점을 선분으로 이으면 4개의 작은 정삼각형이 생긴다. 이때, 가운데 정삼각형 하나를 잘라내면 3개의 정삼각형이 남는다. 남은 3개의 각 정삼각형에서 같은 과정을 반복하면 모두 9개의 정삼각형이 남고, 다시 9개의 각 정삼각형에서 같은 과정을 계속하여 만들어지는 도형을 나타낸 것이다.



두 정삼각형이 공유하는 꼭짓점은 한 개의 꼭짓점으로 셀 때, n번째 도형에서 남은 정삼각형들의 꼭짓점의 개수를 a_n이라 하자. 예를 들어 $a_1=6$, $a_2=15$이다. a_5의 값은?

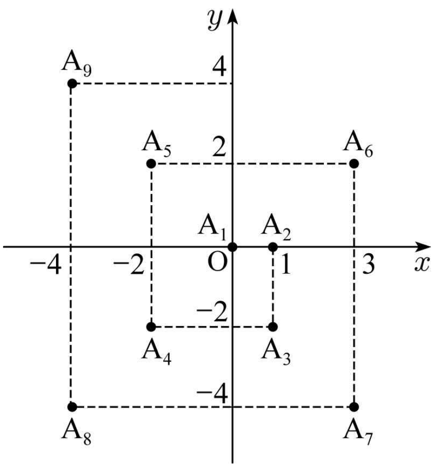
① 366 ② 376 ③ 386
④ 396 ⑤ 406

23. 2010 교육청(4점)

좌표평면에서 점 A_n ($n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$)을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 점 A_1의 좌표는 $(0,\ 0)$이다.
(나) 점 A_{4n-3}을 x축의 양의 방향으로 $(4n-3)$만큼 평행이동시킨 점은 A_{4n-2}이다.
(다) 점 A_{4n-2}를 y축의 음의 방향으로 $(4n-2)$만큼 평행이동시킨 점은 A_{4n-1}이다.
(라) 점 A_{4n-1}을 x축의 음의 방향으로 $(4n-1)$만큼 평행이동시킨 점은 A_{4n}이다.
(마) 점 A_{4n}을 y축의 양의 방향으로 $4n$만큼 평행이동시킨 점은 A_{4n+1}이다.

그림은 위의 규칙대로 정한 점 A_1, A_2, A_3, $\cdots$의 일부를 나타낸 것이다.



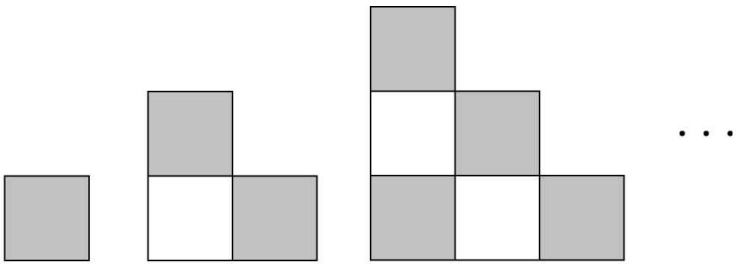
점 A_{50}의 좌표를 $(p,\ q)$라 할 때, $p+q$의 값은?

① 41　② 43　③ 45　④ 47　⑤ 49

24. 2010 교육청(4점)

한 면은 흰 색, 다른 면은 검은색인 같은 크기의 정사각형 모양의 카드를 다음 규칙에 의해 그림과 같이 놓는다.

> [1단계] 검은색 면이 보이도록 카드를 한 개 놓는다.
> [2단계] 1단계에서 놓여진 카드를 흰 색 면이 보이도록 뒤집고 그 카드 위쪽과 오른쪽에 검은색 면이 보이도록 두 개의 카드를 놓는다.
> [3단계] 2단계에서 놓여진 모든 카드의 색이 바뀌도록 뒤집고 2단계에서 새로 놓은 카드의 위쪽과 오른쪽에 검은색 면이 보이도록 세 개의 카드를 놓는다.
> …
> [n단계] $n-1$단계에서 놓여진 모든 카드의 색이 바뀌도록 뒤집고 $n-1$단계에서 새로 놓은 카드의 위쪽과 오른쪽에 검은색 면이 보이도록 n개의 카드를 놓는다.



<1단계> <2단계> <3단계>

n단계에서 보이는 면의 색이 검은색인 카드의 개수를 a_n이라 할 때, $a_{n+1}-a_n=15$가 되는 모든 n의 값의 합은?

① 29 ② 31 ③ 49 ④ 57 ⑤ 65

25. 2009 교육청(4점)

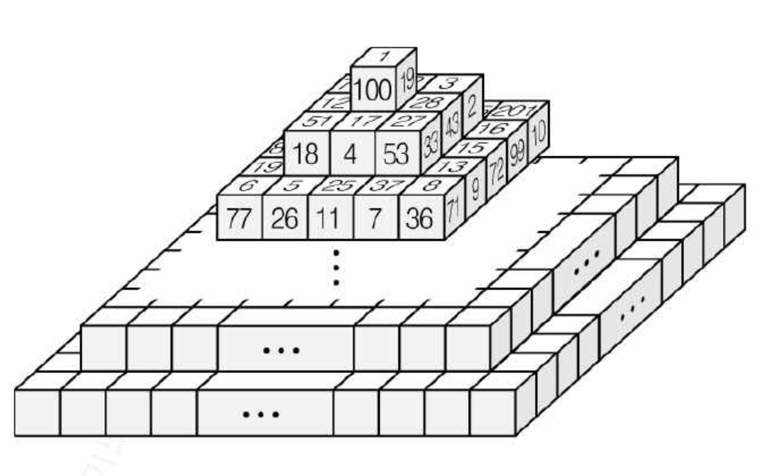
수열 $\{a_n\}$이

$$a_1=0,\ a_n=m^2\ (\text{단, } 2^m \leqq n < 2^{m+1},\ m=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

으로 주어질 때, $a_n+a_{2n} \geqq 100$이 성립하는 최소의 자연수 n의 값을 구하시오.

26. **2008** **교육청(4점)**

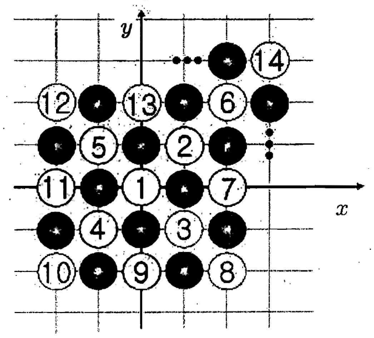
그림과 같이 크기가 같은 정육면체 모양의 블록을 쌓아 10층의 탑모형을 만들었다. 탑모형의 위, 앞, 뒤, 오른쪽, 왼쪽에서 보이는 모든 정사각형 모양의 면에 자연수를 1부터 차례대로 한 개씩 빠짐없이 썼을 때, 가장 큰 수를 구하시오.



27. **2008** **교육청(4점)**

바둑돌을 다음 규칙에 따라 좌표평면 위에 그림과 같이 놓인다.

(가) ①, ②, ③, ④, …와 같이 숫자가 적힌 흰 바둑돌이 충분히 있다. (나) 원점 위에 ①을 놓는다. (다) ①을 중심으로 그림과 같이 x좌표, y좌표가 모두 정수인 점 위에 흰색과 검은 색의 바둑돌을 번갈아 놓는다.



예를 들어 점 $(1,\ 1)$에는 ②를, 점 $(2,\ 0)$에는 ⑦을 놓는다. 이 때, 점 $(7,\ 3)$에 놓인 바둑돌에 쓰인 숫자를 구하시오.

28. **2006** **평가원(4점)**

자연수 n에 대하여 점 $\mathrm{P_n}$을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 점 $\mathrm{P_1}$의 좌표는 $(1,\ 1)$이다.
(나) 점 $\mathrm{P_n}$의 좌표가 $(a,\ b)$일 때,
$b<2^a$이면 점 $\mathrm{P_{n+1}}$의 좌표는 $(a,\ b+1)$이고
$b=2^a$이면 점 $\mathrm{P_{n+1}}$의 좌표는 $(a+1,\ 1)$이다.

점 $\mathrm{P_n}$의 좌표가 $(10,\ 2^{10})$일 때, n의 값은?

① $2^{10}-2$
② $2^{10}+2$
③ $2^{11}-2$
④ 2^{11}
⑤ $2^{11}+2$

29. **2004** **평가원(4점)**

흰 바둑돌과 검은 바둑돌이 있다. 이 바둑돌 n개를 일렬로 나열하되, 흰 바둑돌끼리는 이웃하지 않도록 나열하는 방법의 수를 a_n이라 하자. 예를 들면 $a_1=2,\ a_2=3$이다.

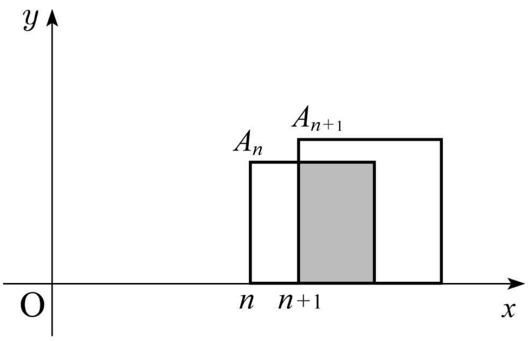
○, ●
$a_1=2$

○●, ●○, ●●
$a_2=3$

이때 a_{10}의 값을 구하시오.

30. **2009** **교육청(4점)**

n이 3 이상의 자연수일 때, 네 점 $(n, 0)$, $\left(\frac{3n}{2}, 0\right)$, $\left(\frac{3n}{2}, \frac{n}{2}\right)$, $\left(n, \frac{n}{2}\right)$을 꼭짓점으로 하는 정사각형을 A_n이라 하자. 두 정사각형 A_n, A_{n+1}이 겹치는 부분(어두운 부분)의 넓이를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=3}^{10} \frac{1}{a_n}$의 값은?



① $\frac{113}{45}$ ② $\frac{116}{45}$ ③ $\frac{118}{45}$

④ $\frac{121}{45}$ ⑤ $\frac{124}{45}$

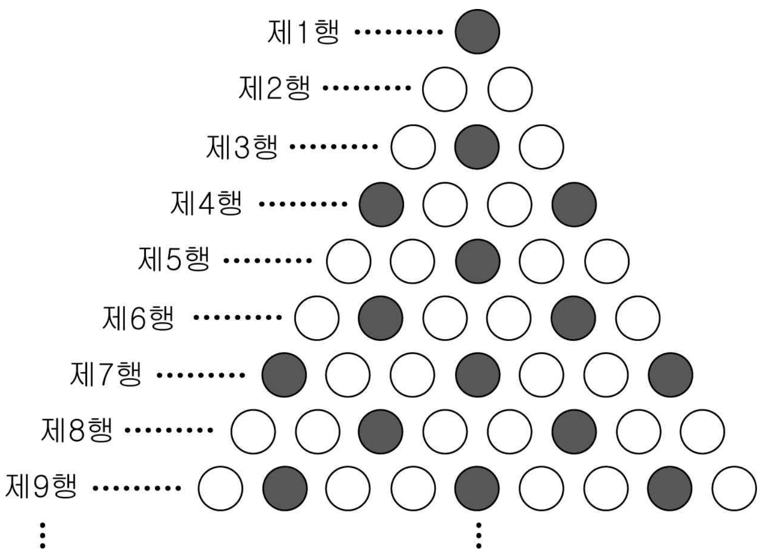
31. **2004** **평가원 (4점)**

수열$\{a_n\}$이 $a_1 = 2$, $a_n + a_{n+1} = 3n$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ 으로 정의된다. 이때, 두 수 $P = a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + \cdots + a_{19}$ $Q = a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + \cdots + a_{20}$ 에 대하여 $P - Q$의 값을 구하시오.

32. 2009 교육청(4점)

그림은 다음과 같은 규칙으로 제 n행에 n개의 바둑돌을 놓은 것이다. ($n=1, 2, 3, \cdots$)

(가) 제 1 행에는 검은 돌, 제 2 행에는 흰 돌을 놓는다.
(나) 각 행에 놓은 바둑돌은 좌우대칭이 되도록 한다.
(다) 각 행에서 두 검은 돌 사이에는 흰 돌을 두 개 놓는다.
(라) 각 행에서 흰 돌은 세 개 이상 연속되지 않게 놓는다.



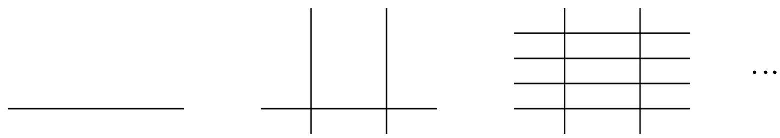
제 n행에 놓인 검은 돌의 개수를 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{30} a_n$의 값은?

① 135 ② 140 ③ 145
④ 150 ⑤ 155

33. **2009** **교육청(4점)**

한 평면 위에 다음과 같은 규칙으로 직선들을 차례로 그려 나간다.

[1단계] 직선을 1개 그린다. [2단계] [1단계]에서 그린 직선과 수직인 직선을 2개 그린다. [3단계] [2단계]에서 그린 직선과 수직인 직선을 3개 그린다. ⋮ [n단계] [$(n-1)$단계]에서 그린 직선과 수직인 직선을 n개 그린다. ($n=2, 3, 4, \cdots$)



[1단계] [2단계] [3단계]

[1단계]부터 [n단계]까지 그린 직선들의 모든 교점의 개수를 a_n ($n=2, 3, 4, \cdots$)이라 하자.
예를 들어, $a_2=2$, $a_3=8$이다.
$a_{15}-a_{14}$의 값을 구하시오. (단, 모든 직선은 서로 겹치지 않도록 그린다.)

34. **2009** **교육청(4점)**

수열 $\{a_n\}$은 $a_1=5\times6^5+5\times6^4+5\times6^3+5\times6^2+5\times6+5$,

$$a_{n+1}=\begin{cases}\dfrac{1}{6}a_n & (a_n\text{이 6의 배수일 때})\\ a_n-1 & (a_n\text{이 6의 배수가 아닐 때})\end{cases}$$

이다. $a_k=1$일 때, k의 값은?

① 34 ② 35 ③ 36
④ 37 ⑤ 38

35. 2006 **교육청(4점)**

동전의 앞면과 뒷면은 다음과 같다.

앞　　　　뒤

동전 $4n$개 (n은 자연수)가 앞면이 보이도록 일렬로 나열되어 있다. 이웃한 동전 한 쌍을 뒤집는 시행을 반복하여 <그림>과 같이 앞면과 뒷면이 앞면부터 교대로 나열되도록 만들려고 한다.

<그림>

수열 $\{a_n\}$의 일반항은

$a_n =$ (앞면이 보이도록 나열된 $4n$개의 동전을 <그림> 처럼 만드는데 필요한 최소의 시행 횟수)

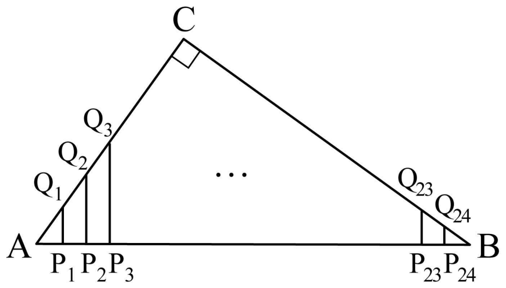
이다. 예를 들어, 앞면이 보이도록 나열된 4개의 동전을

와 같이 두 번의 시행으로 <그림>처럼 만들 수 있으므로 $a_1 = 2$이다.

$\sum_{n=1}^{20} a_n$의 값을 구하시오.

36. **2006** **교육청(4점)**

그림과 같이 $\overline{AC}=15$, $\overline{BC}=20$ 이고, $\angle C=90^{\circ}$ 인 직각삼각형 ABC 가 있다. 변 AB 를 25 등분하는 점 P_1, P_2, $\cdots$, P_{24} 를 지나 변 AB 에 수직인 직선을 그어 변 AC 또는 변 CB 와 만나는 점을 각각 Q_1, Q_2, $\cdots$, Q_{24} 라 하자. $\overline{P_1Q_1}+\overline{P_2Q_2}+\overline{P_3Q_3}+\cdots+\overline{P_{24}Q_{24}}$ 의 값을 구하시오.



37. **2005** **교육청 4점)**

다음과 같이 1 , 3 , 5 , 7 , 9 를 규칙적으로 나열했을 때, 제 20 행에 나열된 수들의 합을 구하시오.

제1행				1			
제2행			3	5	7		
제3행		9	1	3	5	7	
제4행	9	1	3	5	7	9	1
⋮				⋮			

38. **2006** **교육청(4점)**

그림은 자연수를 일정한 규칙에 따라 배열한 것이다.

1	3	6	10	15	21	$\cdots$
2	5	9	14	20	$\cdots$	
4	8	13	19	$\cdots$		
7	12	18	$\cdots$			
11	17	$\cdots$				
16	$\cdots$					
$\cdots$						

색칠한 부분의 수 2, 8, 18, $\cdots$을 수열 $\{a_n\}$이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값을 구하시오.

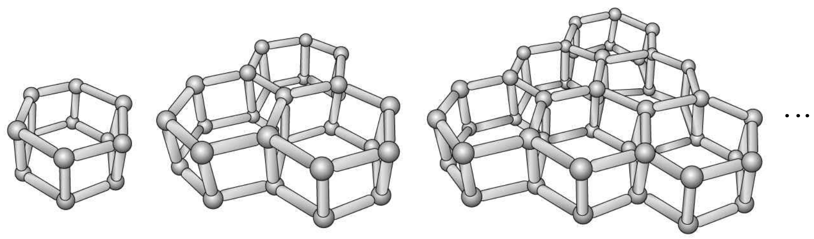
39. **2006** **평가원(4점)**

아래에서 제 n행은 n의 양의 약수를 나열한 것이다. 제 1행부터 제 20행까지 나열된 수의 개수를 구하시오.

제 1행	1							
제 2행	1	2						
제 3행	1		3					
제 4행	1	2		4				
제 5행	1				5			
제 6행	1	2	3			6		
제 7행	1						7	
제 8행	1	2		4				8
⋮				⋮				

40. **2007** **교육청(4점)**

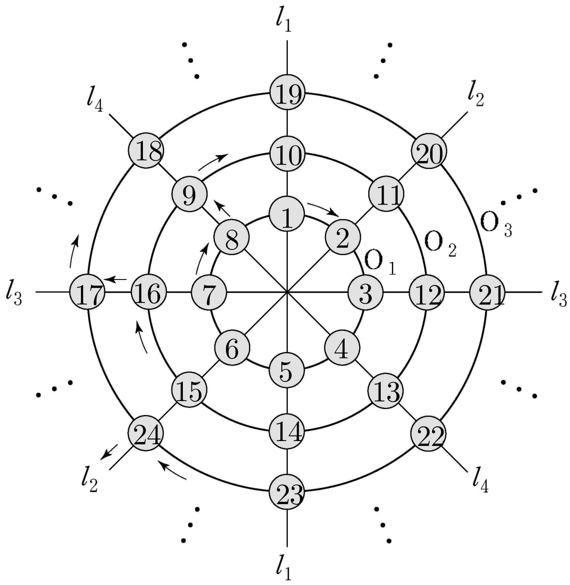
그림과 같이 쇠구슬과 막대자석을 이용하여 육각기둥 모양을 1개 만드는 데 필요한 막대자석의 개수를 a_1, 육각기둥 모양을 3개 만드는 데 필요한 막대자석의 개수를 a_2, 육각기둥 모양을 6개 만드는 데 필요한 막대자석의 개수를 a_3, $\cdots$ 이와 같은 과정을 계속하였을 때, a_{10}의 값은?



① 530 ② 531 ③ 532 ④ 533 ⑤ 534

41. **2007** **평가원(4점)**

다음 그림은 동심원 $\mathrm{O}_1, \mathrm{O}_2, \mathrm{O}_3,$ $\cdots$과 직선 l_1, l_2, l_3, l_4의 교점 위에 자연수를 1부터 차례로 적은 것이다.



이미 채워진 수들의 규칙에 따라 계속하여 적어 나가면 475는 원 O_{m}과 직선 l_n의 교점 위에 있다. $m+n$의 값을 구하시오.

42. **2005** **평가원(4점)**

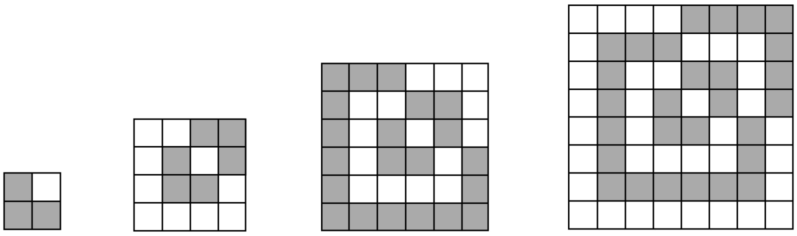
한 변의 길이가 1 인 정사각형 모양의 검은 타일과 흰 타일이 있다.

(가) [그림 1]과 같이 검은 타일 3 개와 흰 타일 1 개를 붙여 한 변의 길이가 2 인 정사각형이 되도록 한다.

(나) [그림2]와 같이 [그림1]의 정사각형의 바깥쪽에 타일을 붙여 한 변의 길이가 4 인 정사각형이 되도록 한다. 이때 [그림1]에 있는 흰 타일의 둘레에는 검은 타일을, 검은 타일의 둘레에는 흰 타일을 붙인다.

(다) [그림3]과 같이 [그림2]의 정사각형의 바깥쪽에 타일을 붙여 한 변의 길이가 6 인 정사각형이 되도록 한다. 이때 [그림2]에 있는 흰 타일의 둘레에는 검은 타일을, 검은 타일의 둘레에는 흰 타일을 붙인다.

이와 같은 과정을 계속하여 전체 타일의 개수가 400 개가 되었을 때, 검은 타일의 개수와 흰 타일의 개수 사이의 관계를 옳게 나타낸 것은?



[그림1] [그림2] [그림3]

① 검은 타일과 흰 타일의 개수가 같다.

② 검은 타일의 개수가 흰 타일의 개수보다 18 개 많다.

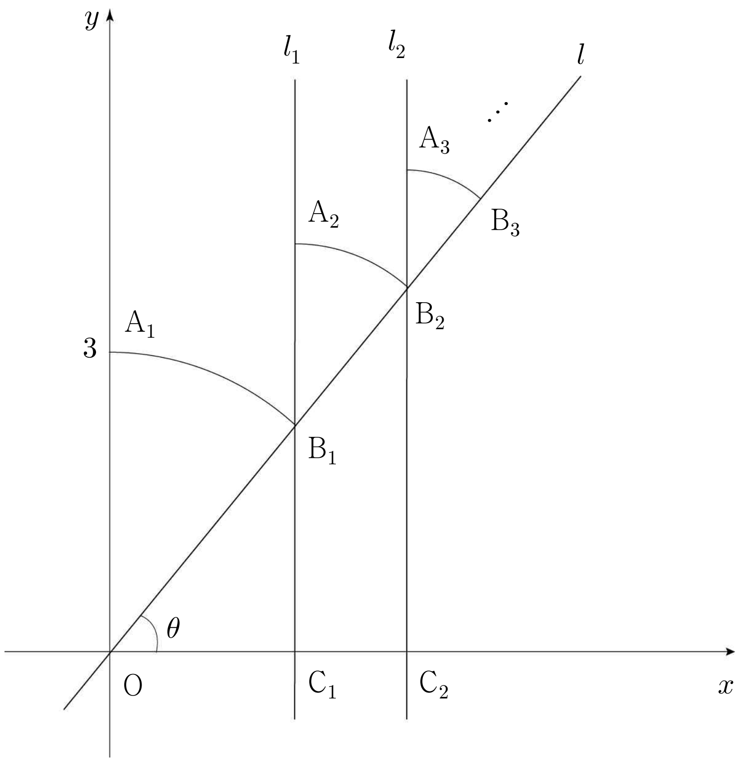
③ 검은 타일의 개수가 흰 타일의 개수보다 20 개 많다.

④ 흰 타일의 개수가 검은 타일의 개수보다 18 개 많다.

⑤ 흰 타일의 개수가 검은 타일의 개수보다 20 개 많다.

43. **2012 교육청 4점)**

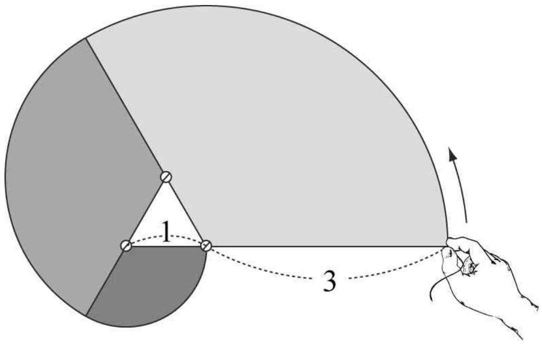
그림과 같이 원점 O를 지나고 기울기가 $\tan\theta$인 직선 l과 점 $A_1(0,\ 3)$이 있다. 점 O를 중심으로 하고 $\overline{OA_1}$을 반지름으로 하는 원과 직선 l이 만나는 점을 B_1이라 하자. B_1을 지나고 y축에 평행한 직선 l_1이 x축과 만나는 점을 C_1이라 하고, 직선 l_1 위에 $\overline{OC_1}=\overline{B_1A_2}$가 되는 점 A_2를 잡는다. 점 B_1을 중심으로 하고 $\overline{B_1A_2}$를 반지름으로 하는 원과 직선 l이 만나는 점을 B_2라 하자. B_2를 지나고 y축에 평행한 직선 l_2가 x축과 만나는 점을 C_2라 하고, 직선 l_2 위에 $\overline{C_1C_2}=\overline{B_2A_3}$이 되는 점 A_3을 잡는다. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 부채꼴 $B_{n-1}B_nA_n$의 호의 길이를 $\overset{\frown}{A_nB_n}$이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty}\overset{\frown}{A_nB_n}=9\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)$이다. $\overline{B_1C_1}$의 값은? $\left(\text{단, } 0<\theta<\frac{\pi}{2}\text{이고 } B_0\text{은 원점이다.}\right)$



① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$
④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{7}$

44. 2009 교육청(4점)

한 변의 길이가 1인 정n각형의 꼭짓점에 못을 박아 놓는다. 실을 한 꼭짓점에 고정시켜 길이가 n이 되도록 잡고 한 변의 연장선 방향으로 팽팽하게 당긴 후 실의 끝의 이동거리가 최소가 되도록 정n각형의 둘레로 한 바퀴 돌릴 때, 실이 움직인 영역의 넓이를 S_n이라 하자. 예를 들어 S_3은 그림과 같이 정삼각형의 한 꼭짓점에 고정시킨 길이가 3이 되도록 실을 잡고 정삼각형 둘레로 한 바퀴 돌릴 때 실이 움직인 영역의 넓이를 나타낸다. 이 때, S_{20}의 값은? (단, 실과 못의 굵기는 고려하지 않는다.)



① $\frac{287}{2}\pi$ ② $\frac{289}{2}\pi$ ③ $\frac{291}{2}\pi$

④ $\frac{293}{2}\pi$ ⑤ $\frac{295}{2}\pi$

45. 2009 | 교육청(4점)

그림과 같이 제 1행에는 1개, 제 2행에는 2개, $\cdots$, 제 n 행에는 n개의 직사각형을 나열하고 그 안에 다음과 같은 규칙으로 수를 적었다.

(가) 제 1 행의 직사각형에는 1을 적는다.
(나) 제 $n+1$ 행의 왼쪽 끝 직사각형에는 제 n 행의 왼쪽 끝 직사각형에 적힌 수보다 1 이 큰 수를 적는다.
(다) 제 $n+1$ 행의 오른쪽 끝 직사각형에는 제 n 행의 오른쪽 끝 직사각형에 적힌 수보다 1 이 작은 수를 적는다.
(라) 제 $n+1$ 행의 안쪽 직사각형에는 그 직사각형에 인접한 제 n 행의 두 직사각형에 적힌 수의 합을 적는다.

제 1행	1				
제 2행	2	0			
제 3행	3	2	-1		
제 4행	4	5	1	-2	
제 5행	5	9	6	-1	-3
$\vdots$		$\vdots$			

제 n 행의 맨 왼쪽으로부터 k 번째 직사각형에 적힌 수를 $<n, k>$ 로 나타내자. 예를 들어 $<4, 2>=5$ 이다.
이때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. $<10, 1> + <10, 10> = 2$
ㄴ. $<11, 2> + <11, 10> = 20$
ㄷ. $<12, 3> + <12, 4> + \cdots + <12, 10> = 2024$

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

46. **2011** **평가원 (4점)**

자연수 n 에 대하여 좌표평면에서 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이를 a_n 이라 하자.

(가) 정사각형의 각 변은 좌표축에 평행하고, 두 대각선의 교점은 $(n,\ 2^n)$ 이다.
(나) 정사각형과 그 내부에 있는 점 $(x,\ y)$ 중에서 x 가 자연수이고, $y=2^x$ 을 만족시키는 점은 3 개뿐이다.

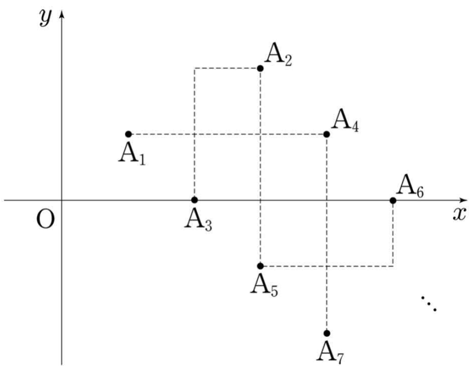
예를 들어 $a_1=12$ 이다. $\sum_{k=1}^{7} a_k$ 의 값을 구하시오.

47. **2011** **평가원 (4점)**

자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 A_n 을 다음 규칙에 따라 정한다.

(가) 점 A_1 의 좌표는 $(1,\ 1)$ 이다.
(나) n 이 짝수이면 점 A_n 은 점 A_{n-1} 을 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 점이다.
(다) n 이 3 이상의 홀수이면 점 A_n 은 점 A_{n-1} 을 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 점이다.

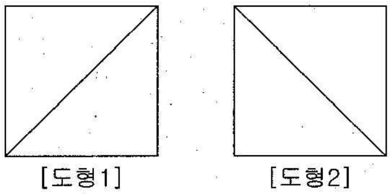
위의 규칙에 따라 정해진 점 A_k 의 좌표가 $(7,\ -2)$ 이고 점 A_l 의 좌표가 $(9,\ -7)$ 일 때, $k+l$ 의 값은?



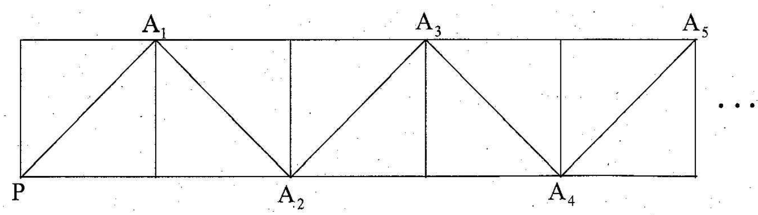
① 27　② 29　③ 31
④ 33　⑤ 35

48. 2008 교육청(4점)

다음과 같이 정사각형에 대각선을 각각 하나씩 그어 [도형 1]과 [도형 2]를 만든다.



[도형 1]과 [도형 2]를 번갈아 가며 계속 붙여 아래 그림과 같은 도형을 만든다. 그림과 같이 처음으로 붙여지는 [도형 1]의 왼쪽아래 꼭짓점을 P 라 하고, [도형 1]의 개수와 [도형 2]의 개수를 합하여 n 개 붙여 만든 도형에서 가장 오른쪽 대각선의 끝점을 A_n 이라고 하자.



지나온 선분으로 되돌아 갈 수 없고, 오른쪽 또는 위 아래, 대각선으로만 움직인다. 꼭짓점 P 에서 A_1, A_2, A_3, $\cdots$, A_{n-1} 을 대각선으로만 모두 거쳐서 A_n 까지 도착하는 경로의 수를 a_n 이라고 할 때, a_5 의 값은?

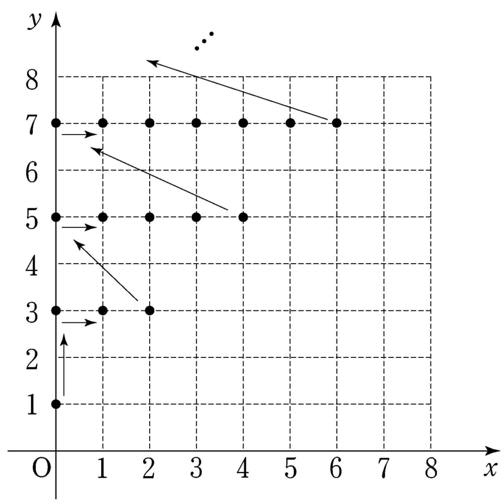
① 124 ② 134 ③ 144 ④ 154 ⑤ 164

49. 2007 수능 (4점)

좌표평면 위에 다음 [단계]와 같은 순서로 점을 찍는다.

> [단계 1] $(0, 1)$에 점을 찍는다.
> [단계 2] $(0, 3)$, $(1, 3)$, $(2, 3)$에 이 순서대로 3개의 점을 찍는다.
> $\vdots$
> [단계 k] $(0, 2k-1)$, $(1, 2k-1)$, $(2, 2k-1)$, $\cdots$, $(2k-2, 2k-1)$에 이 순서대로 $(2k-1)$개의 점을 찍는다. (단, k는 자연수이다.)
> $\vdots$

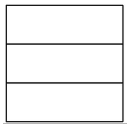
이와 같은 과정으로 [단계 1]부터 시작하여 점을 찍어 나갈 때, 100번째 찍히는 점의 좌표는 $(p,\ q)$이다. $p+q$의 값은?



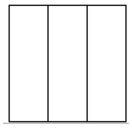
① 46 ② 43 ③ 40 ④ 37 ⑤ 34

50. **2007** **수능 (4점)**

다음과 같이 정사각형을 가로 방향으로 3등분하여 [도형 1]을 만들고, 세로 방향으로 3등분하여 [도형 2]를 만든다.

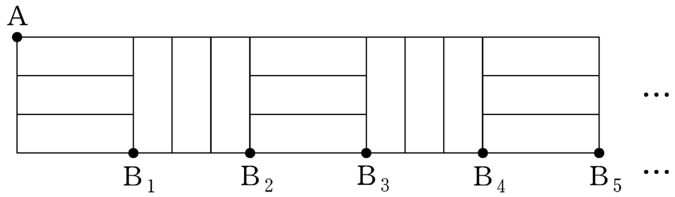


[도형 1]



[도형 2]

[도형 1]과 [도형 2]를 번갈아 가며 계속 붙여 아래와 같은 도형을 만든다. 그림과 같이 첫 번째 붙여진 [도형 1]의 왼쪽 맨 위 꼭짓점을 A라 하고, [도형 1]의 개수와 [도형 2]의 개수를 합하여 n개 붙여 만든 도형의 오른쪽 맨 아래 꼭지점을 B_n이라 하자.



꼭지점 A에서 꼭지점 B_n까지 선을 따라 최단거리로 가는 경로의 수를 a_n이라 할 때, a_3+a_7의 값은?

① 26 ② 28 ③ 30 ④ 32 ⑤ 34

51. **2004** **수능 (4점)**

그림과 같이 자연수 n에 대하여 n개의 항

$$\left[\frac{n}{1}\right],\ \left[\frac{n}{2}\right],\ \left[\frac{n}{3}\right],\ \cdots\ ,\ \left[\frac{n}{n}\right]$$

이 n행에 1열부터 n열까지 차례로 나열되어 있다.
(단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

	1열	2열	3열	4열	5열	⋯	n열	⋯
1행	1							
2행	2	1						
3행	3	1	1					
4행	4	2	1	1				
5행	5	2	1	1	1			
⋮			⋮					
n행	$\left[\frac{n}{1}\right]$	$\left[\frac{n}{2}\right]$	$\left[\frac{n}{3}\right]$		⋯		$\left[\frac{n}{n}\right]$	
⋮			⋮					

다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

< 보 기 >

ㄱ. n행에서 그 값이 1인 항은 $\left[\frac{n+1}{2}\right]$개이다.

ㄴ. 100행에서 그 값이 3인 항은 8개이다.

ㄷ. 3열에서 그 값이 5인 항은 5개이다.

① ㄱ　　② ㄴ　　③ ㄷ

④ ㄱ,　　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

1) 정답 51
2) 정답 ⑤
3) 정답 ①
4) 정답 136
5) 정답 13
6) 정답 610
7) 정답 ④
8) 정답 ⑤
9) 정답 55
10) 정답 ①
11) 정답 120
12) 정답 ①
13) 정답 440
14) 정답 ⑤
15) 정답 ②
16) 정답 496
17) 정답 241
18) 정답 ③
19) 정답 63
20) 정답 ④
21) 정답 101
22) 정답 ①
23) 정답 ⑤
24) 정답 ④
25) 정답 128
26) 정답 761
27) 정답 88
28) 정답 ③
29) 정답 144
30) 정답 ②
31) 정답 10
32) 정답 ⑤
33) 정답 840
34) 정답 ②
35) 정답 420
36) 정답 150
37) 정답 199
38) 정답 770
39) 정답 66개
40) 정답 ②

41) 정답 64
42) 정답 ⑤
43) 정답 ③
44) 정답 ①
45) 정답 ⑤
46) 정답 392
47) 정답 ①
48) 정답 ③
49) 정답 ④
50) 정답 ④
51) 정답 ④