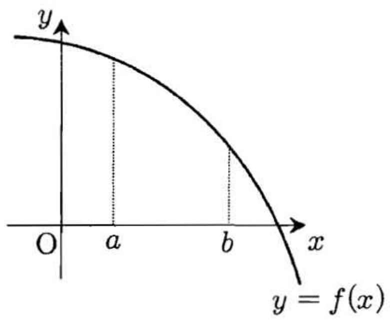
패턴19

함수의 개형 추론과 계산

편집:우에노리에

1. **2008** 교육청 (3점)

다음 그림은 미분가능한 함수 $y=f(x)$의 그래프이다.



<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $0<a<b$)

< 보 기 >

ㄱ. $\dfrac{f'(a)}{b} > \dfrac{f'(b)}{a}$

ㄴ. $\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a} < f'(b)$

ㄷ. $f'(\sqrt{ab}\,) > f'\left(\dfrac{a+b}{2}\right)$

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2. **2006** 평가원(3점)

세 다항함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$에 대하여 <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $f(0)=0$이면 $f'(0)=0$이다

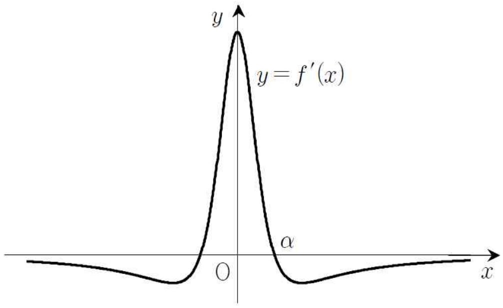
ㄴ. 모든 실수 x에 대하여 $g(x)=g(-x)$이면 $g'(0)=0$이다.

ㄷ. 모든 실수 x에 대하여 $|h(2x)-h(x)| \leqq x^2$이면 $h'(0)=0$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

3. **2011** 교육청 (3점)

이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 의 그래프가 그림과 같고, $f'(\alpha)=0$, $f'(-x)=f'(x)$ 이다. 옳은 것만을 [보기]에서 있는 대로 고른 것은?(단, x 축은 $y=f'(x)$ 의 점근선이다.)



[보 기]

ㄱ. $f(\alpha)$ 는 함수 $f(x)$ 의 극댓값이다.
ㄴ. 방정식 $f(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄷ. 양수 β 에 대하여 $f''(\beta)=0$ 이면 $0<x<\beta$ 에서 $f(x)$ 는 위로 볼록이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

4. **2008** 교육청 (3점)

두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여
$f(-x)=-f(x)$, $g(-x)=g(x)$를 만족하고
$h(x)=f(x)+xg(x)$로 정의할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $h(0)=0$
ㄴ. $h'(-x)=h'(x)$
ㄷ. $h(x)$의 이계도함수 $h''(x)$가 $x=1$에서 극댓값 1을 가질 때, 방정식 $h''(x)-x=0$의 실근은 적어도 3개이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

5. **2009** 교육청 (3점)

함수 $f(x)=\dfrac{\sin x+\cos x}{\sin x+\cos x-2}$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. 최솟값은 $-1-\sqrt{2}$이다.

ㄴ. $x=\dfrac{\pi}{4}$에서 최댓값을 갖는다.

ㄷ. $x=\dfrac{5}{4}\pi$에서 극댓값을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

6. **2006** 평가원 (3점)

실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$가 $f(-1)=-1$, $f(0)=1$, $f(1)=0$을 만족시킬 때, <보기> 에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $f(a)=\dfrac{1}{2}$인 실수 a가 구간 $(-1,\ 1)$에 두 개 이상 존재한다.

ㄴ. $f'(b)=-1$인 실수 b가 구간 $(-1,\ 1)$에 적어도 한 개 존재한다.

ㄷ. $f''(c)=0$인 실수 c가 구간 $(-1,\ 1)$에 적어도 한 개 존재한다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

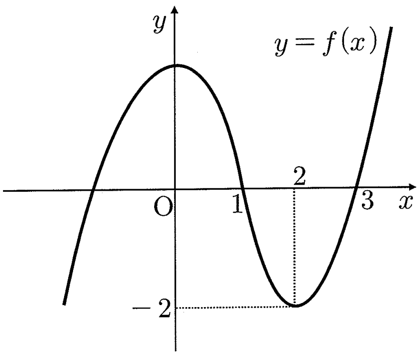
7. **2004** 평가원 (3점)

$0<x<\dfrac{\pi}{4}$인 모든 x에 대하여 부등식 $\tan 2x>ax$를 만족하는 a의 최댓값은?

① $\dfrac{1}{2}$ ② 1 ③ $\dfrac{3}{2}$
④ 2 ⑤ $\dfrac{5}{2}$

8. **2005** 교육청 (3점)

미분가능한 함수 $y = f(x)$의 그래프가 그림과 같다. $g(x) = xf(x)$라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $f'(2) = 0$)



[보 기]

ㄱ. $f(1) + g'(1) > 0$
ㄴ. $g(2)g'(2) > 0$
ㄷ. $f(3) + g'(3) > 0$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

9. **2005** 평가원 (3점)

이차함수 $y = f(x)$의 그래프가 직선 $x = 3$에 대하여 대칭일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $y = f(x)$에서 x의 값이 -1에서 7까지 변할 때의 평균변화율은 0이다.
ㄴ. 두 실수 a, b에 대하여 $a + b = 6$이면 $f'(a) + f'(b) = 0$이다.
ㄷ. $\sum_{k=1}^{15} f'(k-3) = 0$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

10. | 2007 | 교육청 (3점) |

함수 $f(x)$의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, <보기> 에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $x<0$일 때, $f'(x)$는 항상 양수이다.

ㄴ. 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$는 연속함수이다.

ㄷ. 함수 $y=\dfrac{1}{1+xf(x)}$는 $x=0$에서 미분가능하다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. | 2010 | 평가원 (3점) |

함수 $f(x)=x^3-(a+2)x^2+ax$에 대하여 곡선 $y=f(x)$위의 점 $(t, f(t))$에서의 접선의 y절편을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 개구간 $(0,5)$에서 증가할 때, a의 최솟값을 구하시오.

12. | 2008 | 평가원(3점) |

삼차함수 $f(x)=x(x-1)(ax+1)$의 그래프 위의 점 $\mathrm{P}(1,\ 0)$을 접점으로 하는 접선을 l이라 하자. 직선 l에 수직이고 점 P를 지나는 직선이 곡선 $y=f(x)$와 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 a의 값의 범위는?

① $-1<a<-\dfrac{1}{3}$ 또는 $0<a<1$

② $-\dfrac{1}{3}<a<0$ 또는 $0<a<1$

③ $-1<a<0$ 또는 $0<a<\dfrac{1}{3}$

④ $-1<a<0$ 또는 $\dfrac{1}{3}<a<1$

⑤ $-2<a<-\dfrac{1}{3}$ 또는 $\dfrac{1}{3}<a<2$

13. 2005 교육청(3점)

삼차함수 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$와 이차함수 $g(x)=ax^2+bx+c$에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $y=f(x)$의 그래프가 원점에 대하여 대칭이면
$y=g(x)$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이다.

ㄴ. $f(x)$가 $x=-1$과 $x=1$에서 극값을 가지면 $g(x)$는 $x=0$에서 극값을 갖는다.

ㄷ. $f(x)$가 극값을 갖지 않으면 $y=g(x)$의 그래프는 x축과 만나지 않는다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 2009 평가원(3점)

$x=0$에서 극댓값을 갖는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. 함수 $|f(x)|$은 $x=0$에서 극댓값을 갖는다.

ㄴ. 함수 $f(|x|)$은 $x=0$에서 극댓값을 갖는다.

ㄷ. 함수 $f(x)-x^2|x|$은 $x=0$에서 극댓값을 갖는다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

15. 2009 평가원(3점)

좌표평면 위에 점 $A(0,\ 2)$가 있다. $0<t<2$일 때, 원점 O와 직선 $y=2$ 위의 점 $P(t,\ 2)$를 잇는 선분 OP의 수직이등분선과 y축의 교점을 B라 하자. 삼각형 ABP의 넓이를 $f(t)$라 할 때, $f(t)$의 최댓값은 $\dfrac{b}{a}\sqrt{3}$이다. $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 서로소인 자연수이다.)

16. 2009 교육청(3점)

모든 실수 x에 대하여 부등식 $3x^4-8x^3-6x^2+24x \geqq k-2\sin\frac{\pi}{2}x$가 성립할 때, 상수 k의 최댓값은?

① -23 ② -22 ③ -21
④ -20 ⑤ -19

17. 2010 평가원 (4점)

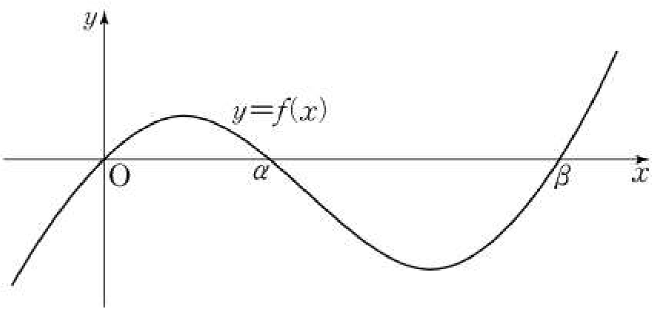
삼차함수 $f(x)=x(x-\alpha)(x-\beta)$ $(0<\alpha<\beta)$와 두 실수 a, b 에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=f(a)+(b-a)f'(x)$$

라고 하자. $a<0$, $\alpha<b<\beta$일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. x에 대한 방정식 $g(x)=f(a)$는 실근을 갖는다.
ㄴ. $g(b)>f(a)$
ㄷ. $g(a)>f(b)$



① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 2010 평가원 (4점)

함수 $f(x)=-3x^4+4(a-1)x^3+6ax^2$ $(a>0)$과 실수 t에 대하여, $x \leqq t$에서 $f(x)$의 최댓값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 a의 최댓값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

19. **2010** 평가원 (4점)

다항함수 $f(x)$, $g(x)$에 대하여 함수 $h(x)$를

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x \geq 0) \\ g(x) & (x < 0) \end{cases}$$

라고 하자. $h(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $f(0)=g(0)$

ㄴ. $f'(0)=g'(0)$이면 $h(x)$는 $x=0$에서 미분가능하다.

ㄷ. $f'(0)g'(0)<0$이면 $h(x)$는 $x=0$에서 극값을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ

④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

2011 교육청(4점)

20. 양의 실수 전체의 집합을 정의역으로 하는 함수

$$f(x) = \frac{1}{27}(x^4 - 6x^3 + 12x^2 + 19x)$$

에 대하여 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. 점 $(2,2)$는 곡선 $y=f(x)$의 변곡점이다.

ㄴ. 방정식 $f(x)=x$의 실근 중 양수인 것은 $x=2$ 하나뿐이다.

ㄷ. 함수 $|f(x)-g(x)|$는 $x=2$에서 미분가능하다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. **2004** 평가원(4점)

이차함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 한 점 $(a, f(a))$에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$라 하자. $h(x)=f(x)-g(x)$라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $h(x_1)=h(x_2)$를 만족시키는 서로 다른 두 실수 x_1, x_2가 존재한다.

ㄴ. $h(x)$는 $x=a$에서 극소이다.

ㄷ. 부등식 $|h(x)|<\frac{1}{100}$의 해는 항상 존재한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄱ, ㄷ

22. **2011** 교육청(4점)

함수 $f(x)=2\ln(5-x)+\frac{1}{4}x^2$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. 함수 $f(x)$는 $x=4$에서 극댓값을 갖는다.

ㄴ. 곡선 $y=f(x)$의 변곡점의 개수는 2이다.

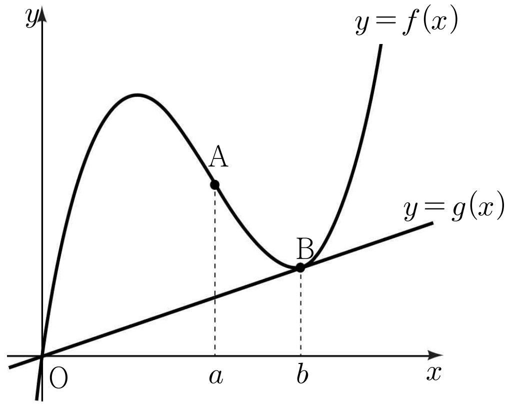
ㄷ. 방정식 $f(x)=\frac{1}{4}$의 실근의 개수는 1이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

23. **2011** 교육청(4점)

그림과 같이 좌표평면에서 최고차항의 계수가 양수이고 원점을 지나는 삼차함수 $y=f(x)$의 그래프가 있다. 곡선 $y=f(x)$의 변곡점을 $\mathrm{A}(a,\ f(a))$라 하고 원점을 지나는 직선 $y=g(x)$가 점 $\mathrm{B}(b,\ f(b))$에서 곡선 $y=f(x)$에 접할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $0<a<b$)



[보 기]

ㄱ. 곡선 $y=f(x)-g(x)$의 변곡점의 x좌표는 a이다.

ㄴ. 함수 $f(x)-g(x)$는 $x=\dfrac{b}{3}$에서 극댓값을 갖는다.

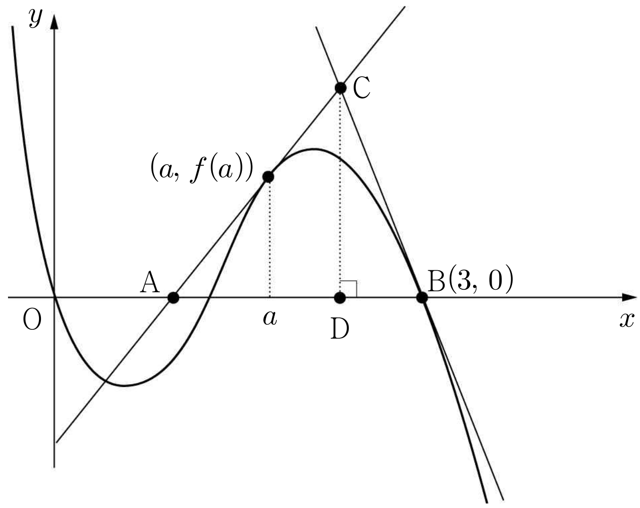
ㄷ. $\dfrac{b-a}{a}=\dfrac{1}{2}$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

24. 2007 교육청(4점)

그림과 같이 삼차함수 $f(x)=-x^3+4x^2-3x$의 그래프 위의 점 $(a, f(a))$에서 기울기가 양의 값인 접선을 그어 x축과 만나는 점을 A, 점 B$(3, 0)$에서 접선을 그어 두 접선이 만나는 점을 C, 점 C에서 x축에 수선을 그어 만나는 점을 D라 하고 $\overline{\mathrm{AD}}:\overline{\mathrm{DB}}=3:1$일 때, a의 값들의 곱은?

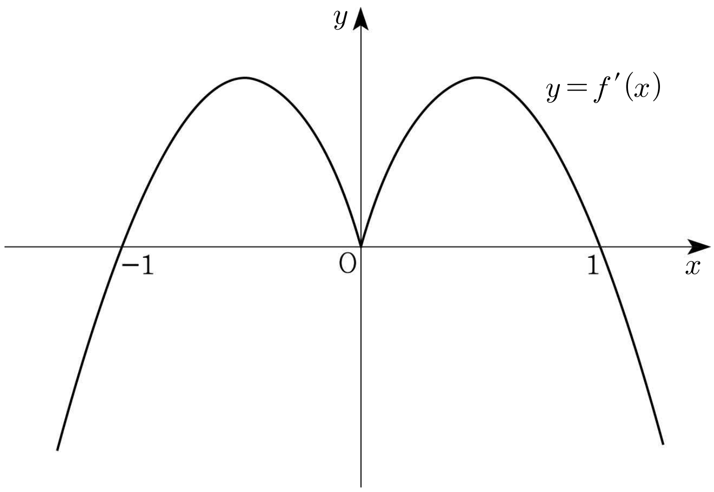


① $\frac{1}{3}$　② $\frac{2}{3}$　③ 1

④ $\frac{4}{3}$　⑤ $\frac{5}{3}$

25. 2012 교육청(4점)

그림과 같이 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$의 그래프가 y축에 대하여 대칭이고 $x>0$일 때 위로 볼록하다.



함수 $f(x)$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?
(단, $f'(-1)=f'(0)=f'(1)=0$) [4점]

〈 보 기 〉

ㄱ. 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 극값을 갖는다.
ㄴ. $f(0)=0$이면 함수 $f(x)$의 극댓값과 극솟값의 합은 0이다.
ㄷ. $f(1)<0$이면 방정식 $f(x)=0$은 오직 하나의 실근을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

26. **2008** 교육청(4점)

$0 \leqq x \leqq 1$에서 정의된 다항함수 $f(x)$가 다음 두 조건을 만족한다.

Ⅰ. $1 < f(x) < 2$
Ⅱ. $x_1 < x_2$이면 $f(x_1) < f(x_2)$

이 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $0 < x < 1$인 임의의 실수 x에 대하여 $f'(x) \geqq 0$이다.
ㄴ. 방정식 $f(x) - 2x = 0$의 해가 개구간 $(0\ ,\ 1)$에 적어도 한 개 존재한다.
ㄷ. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} f\left(\frac{k}{n}\right)\frac{1}{n} < \int_0^1 f(x)dx < \sum_{k=1}^{n} f\left(\frac{k}{n}\right)\frac{1}{n}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

27. **2012** 평가원(4점)

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $g'(x) \leq \dfrac{1}{3}$이다.

(나) $\displaystyle\lim_{x \to 3} \frac{f(x) - g(x)}{(x-3)g(x)} = \frac{8}{9}$

$f(1)$의 값은?

① -11 ② -9 ③ -7
④ -5 ⑤ -3

28. **2007** 평가원(4점)

사차함수 $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 6$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$의 값을 구하시오.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(-x) = f(x)$이다.
(나) 함수 $f(x)$는 극솟값 -10을 갖는다.

29. **2007** 교육청(4점)

사차함수 $f(x)=\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}(a+1)x^3-ax$가 $x=\alpha,\ \gamma$ 에서 극소, $x=\beta$에서 극대일 때, 실수 a의 값의 범위는?
(단, $\alpha<0<\beta<\gamma<3$)

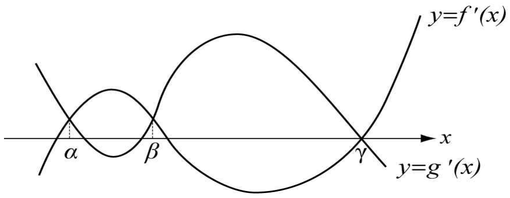
① $-\frac{9}{2}<a<-4$　　② $-4<a<-\frac{7}{2}$

③ $-\frac{7}{2}<a<-3$　　④ $-3<a<-\frac{5}{2}$

⑤ $-\frac{5}{2}<a<-2$

30. **2006** 교육청(4점)

그림과 같이 두 곡선 $y=f'(x), y=g'(x)$는 x 좌표가 α, β, γ 인 점에서 만나고 $h(x)=f(x)-g(x)$의 최솟값이 음수일 때, $y=h(x)$에 대하여 항상 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은?



[보 기]

ㄱ. $h(\alpha)=h(\gamma)<h(\beta)$
ㄴ. $(\beta-\alpha)\{h(\gamma)-h(\beta)\}<(\gamma-\beta)\{h(\beta)-h(\alpha)\}$
ㄷ. $h(x)=0$은 적어도 서로 다른 두 실근을 갖는다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

31. **2007** 교육청(4점)

원점을 지나는 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $y=f(x)$가 다음 두 조건을 만족한다.

(가) $f(2+x)=f(2-x)$
(나) $x=1$에서 극소값을 갖는다.

이 때, $f(x)$의 극대값을 a라 할 때, a^2의 값을 구하시오.

32. **2012** 교육청(4점)

함수 $f(x)=x^2(x-2)^2$ 이 있다. $0 \le x \le 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) \le f'(t)(x-t)+f(t)$$

를 만족시키는 실수 t 의 집합은 $\{t \mid p \le t \le q\}$ 이다. $36pq$ 의 값을 구하시오.

33. **2009** 평가원(4점)

사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $\dfrac{f'(5)}{f'(3)}$ 의 값을 구하시오.

(가) 함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 극값을 갖는다. (나) 함수 $\mid f(x)-f(1) \mid$ 은 오직 $x=a$ $(a>2)$ 에서만 미분가능하지 않다.

34. **2004** 평가원(4점)

세 실수 a, b, c 에 대하여 사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x)=(x-a)(x-b)(x-c)$$

일 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $a=b=c$ 이면, 방정식 $f(x)=0$ 은 실근을 갖는다.
ㄴ. $a=b \ne c$ 이고 $f(a)<0$ 이면, 방정식 $f(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄷ. $a<b<c$ 이고 $f(b)<0$ 이면, 방정식 $f(x)=0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

35. **2008** 평가원(4점)

함수 $f(x)=\begin{cases}-1 & (x<1)\\ -x+2 & (x\geq 1)\end{cases}$ 에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_{-1}^{x}(t-1)f(t)\,dt$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $g(x)$는 구간 $(1,\,2)$에서 증가한다.

ㄴ. $g(x)$는 $x=1$에서 미분가능하다.

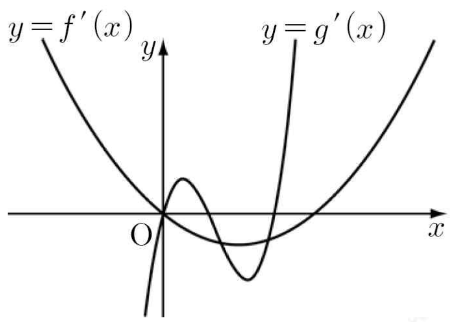
ㄷ. 방정식 $g(x)=k$가 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 실수 k가 존재한다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

36. **2008** 교육청(4점)

그림은 삼차함수 $y=f(x)$ 와 사차함수 $y=g(x)$ 의 도함수 $y=f'(x)$ 와 $y=g'(x)$ 의 그래프이다. 옳은 것을 <보기>에서 모두 고르면? (단, $f'(0)=0$, $g'(0)=0$)



[보 기]

ㄱ. $x<0$ 에서 $y=f(x)-g(x)$ 는 증가함수이다.

ㄴ. $y=f(x)-g(x)$ 는 한 개의 극솟값을 갖는다.

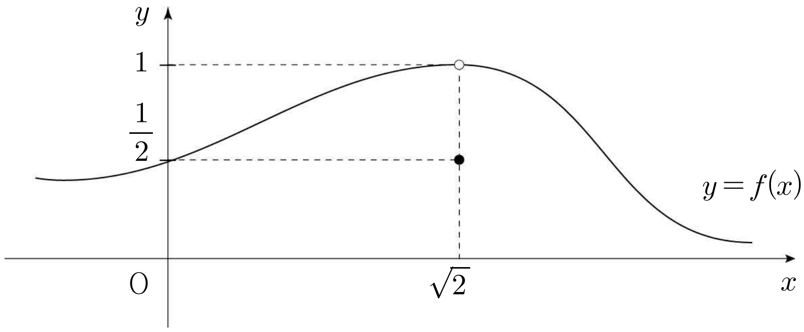
ㄷ. $h(x)=f'(x)-g'(x)$ 라 할 때, $h'(x)=0$ 은 서로 다른 2 개의 양의 실근을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

37. **2012** 교육청(4점)

함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)



[보 기]

ㄱ. $\lim_{x\to\sqrt{2}}[xf(x)]=1$

ㄴ. 함수 $[xf(x)]$는 $x=\sqrt{2}$에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $(x-\sqrt{2})[xf(x)]$는 $x=\sqrt{2}$에서 미분가능하다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

38. **2008** 교육청 (4점)

계수가 실수인 삼차함수 $y=f(x)$가 있다. 방정식 $f(x)=0$과 $f'(x)=0$의 근에 관한 <보기>의 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $f'(x)=0$이 서로 같은 실근을 가지면,
$f(x)=0$도 반드시 서로 같은 실근을 가진다.

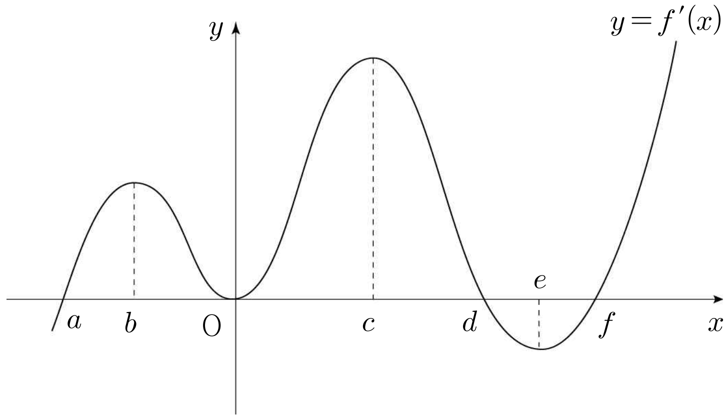
ㄴ. $f'(x)=0$이 허근을 가지면,
$f(x)=0$도 반드시 허근을 가진다.

ㄷ. $f'(x)=0$이 서로 다른 실근을 가지면,
$f(x)=0$도 반드시 서로 다른 두 실근을 가진다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

39. **2012** 교육청(4점)

다항함수 $y=f(x)$의 도함수 $y=f'(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



[보 기]

ㄱ. 구간 $[a,\ f]$에서 $f(x)$의 변곡점은 4개이다.

ㄴ. 구간 $[a,\ e]$에서 $f(x)$가 극대가 되는 x의 개수는 1개이다.

ㄷ. 구간 $[a,\ e]$에서 $f(x)$의 최댓값은 $f(c)$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

40. **2009** 평가원(4점)

다음 조건을 만족시키는 모든 사차함수 $y=f(x)$의 그래프가 항상 지나는 점들의 y좌표의 합을 구하시오.

(가) $f(x)$의 최고차항의 계수는 1 이다.
(나) 곡선 $y=f(x)$가 점 $(2,\ f(2))$에서 직선 $y=2$에 접한다.
(다) $f'(0)=0$

41. **2007** 교육청(4점)

삼차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 가 있다. 세 실수 $a,\ b,\ c\ (a<b<c)$에 대하여 $f(a)=f(b)=f(c)$ 가 성립할 때, 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $f'(a)>0$

ㄴ. $f'(a)+f'(b)>0$

ㄷ. $f'(a)=f'(c)$ 이면 $b=\dfrac{a+c}{2}$ 이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

42. **2012** 교육청 (4점)

함수 $f(x)=\ln(2x^2+1)$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. 모든 실수 x에 대하여 $f'(-x)=-f'(x)$이다.

ㄴ. $f(x)$의 도함수 $f'(x)$의 최댓값은 $\sqrt{2}$ 이다.

ㄷ. 임의의 두 실수 $x_1,\ x_2$에 대하여

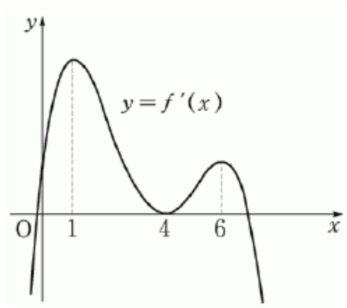
$\left|f(x_1)-f(x_2)\right| \le \sqrt{2}\left|x_1-x_2\right|$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

43. **2005** 평가원 (4점)

오른쪽 그림은 5차 다항함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$의 그래프이다. <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?
(단, $f'(4) = 0$ 이고
$f''(1) = f''(4) = f''(6) = 0$ 이다.)



[보 기]

ㄱ. $f(x)$는 서로 다른 세 점에서 극값을 갖는다.

ㄴ. $4 < x_1 < x_2 < 6$ 인 x_1, x_2 에 대하여 $f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) < \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$ 이다.

ㄷ. $f(0) = 0$ 일 때, 양의 실수 a에 대하여 $y = f(x)$의 그래프와 $y = a$의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나면 $f(x)$의 극댓값은 a이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

44. **2006** 수능 (3점)

함수 $y=f(x)$가 모든 실수에서 연속이고, $|x| \neq 1$인 모든 x의 값에 대하여 미분계수 $f'(x)$가 $f'(x)=\begin{cases} x^2 & (|x|<1) \\ -1 & (|x|>1) \end{cases}$일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. 함수 $y=f(x)$는 $x=-1$에서 극값을 갖는다.

ㄴ. 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(-x)$이다.

ㄷ. $f(0)=0$이면 $f(1)>0$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

45. 2009 수능 (4점)

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $-1 \le x < 1$일 때, $g(x) = f(x)$이다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $g(x+2) = g(x)$이다.

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $f(-1) = f(1)$이고 $f'(-1) = f'(1)$이면, $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
ㄴ. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하면, $f'(0)f'(1) < 0$이다.
ㄷ. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $f'(1) > 0$이면, 구간 $(-\infty,\ -1)$에 $f'(c) = 0$인 c가 존재한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

46. 2008 수능 (3점)

함수 $f(x) = 4\ln x + \ln(10-x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

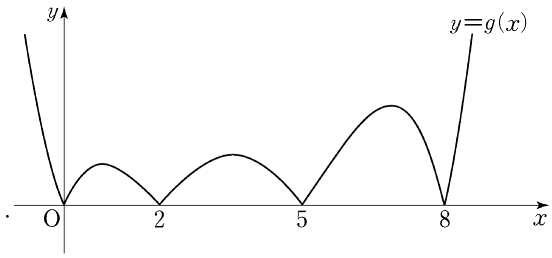
[보 기]

ㄱ. 함수 $f(x)$의 최댓값은 $13\ln 2$이다.
ㄴ. 방정식 $f(x) = 0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄷ. 함수 $y = e^{f(x)}$의 그래프는 구간 $(4, 8)$에서 위로 볼록하다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

47. **2013** 수능 (4점)

삼차함수 $f(x)$는 $f(0)>0$을 만족시킨다. 함수 $g(x)$를 $g(x)=\left|\int_0^x f(t)\,dt\right|$라 할 때, 함수 $g(x)$의 그래프가 그림과 같다



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 3개의 실근을 갖는다.
ㄴ. $f'(0)<0$
ㄷ. $\int_m^{m+2} f(x)\,dx>0$을 만족시키는 자연수 m의 개수는 3이다.

① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

48. **2007** 수능 (3점)

함수 $f(x)=x+\sin x$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=(f\circ f)(x)$$

로 정의할 때, [보기]에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. 함수$f(x)$의 그래프는 개구간 $(0,\pi)$에서 위로 볼록하다.
ㄴ. 함수 $g(x)$는 개구간 $(0,\pi)$에서 증가한다.
ㄷ. $g'(x)=1$인 실수 x가 개구간 $(0,\pi)$에 존재한다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

49. **2005** 수능 (4점)

양수 a에 대하여 폐구간 $[-a,\ a]$에서 함수 $f(x)=\dfrac{x-5}{(x-5)^2+36}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $\mathrm{M}+m=0$이 되도록 하는 a의 최솟값을 구하시오.

50. **2005** 수능 (3점)

이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여
$f(-x)=-f(x)$를 만족시킬 때, 다음 중 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?

ㄱ. $f'(-x)=f'(x)$
ㄴ. $\lim_{x\to 0} f'(x)=0$
ㄷ. $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가 $x=a\ (a\neq 0)$에서 극댓값을 가지면 $f'(x)$는 $x=-a$에서 극솟값을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

51. **2006** 수능 (4점)

실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$에 대하여 점 $\mathrm{A}(a, f(a))$를 곡선 $y=f(x)$의 변곡점이라 하고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 A에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$라 하자. 직선 $y=g(x)$가 함수 $f(x)$의 그래프와 점 $\mathrm{B}(b, f(b))$에서 접할 때, 함수 $h(x)$를 $h(x)=f(x)-g(x)$라 하자. <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $a\neq b$이다.)

[보 기]

ㄱ. $h'(b)=0$
ㄴ. 방정식 $h'(x)=0$은 3개 이상의 실근을 갖는다.
ㄷ. 점 $(a, h(a))$는 곡선 $y=h(x)$의 변곡점이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

52. **2011** 수능 (4점)

최고차항의 계수가 1이고, $f(0)=3$, $f'(3)<0$인 사차함수 $f(x)$가 있다. 실수 t에 대하여 집합 S를 $S=\{a\,|$함수 $|f(x)-t|$가 $x=a$에서 미분가능하지 않다.$\}$

라 하고, 집합 S의 원소의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 $t=3$과 $t=19$에서만 불연속일 때, $f(-2)$의 값을 구하시오.

53. **2012** 수능 (4점)

정의역이 $\{x\,|\,0 \le x \le \pi\}$ 인 함수 $f(x)=2x\cos x$ 에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[보 기]

ㄱ. $f'(a)=0$ 이면 $\tan a=\dfrac{1}{a}$ 이다.

ㄴ. 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 극댓값을 가지는 a 가 구간 $\left(\dfrac{\pi}{4},\ \dfrac{\pi}{3}\right)$ 에 있다.

ㄷ. 구간 $\left[0,\ \dfrac{\pi}{2}\right]$ 에서 방정식 $f(x)=1$ 의 서로 다른 실근의 개수는 2 이다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

54. **2012** 수능 (4점)

실수 m 에 대하여 점 $(0,\ 2)$ 를 지나고 기울기가 m 인 직선이 곡선 $y=x^3-3x^2+1$ 과 만나는 점의 개수를 $f(m)$ 이라 하자. 함수 $f(m)$ 이 구간 $(-\infty,\ a)$ 에서 연속이 되게 하는 실수 a 의 최댓값은?

① -3　② $-\dfrac{3}{4}$　③ $\dfrac{3}{2}$

④ $\dfrac{15}{4}$　⑤ 6

55. | 2013 | 수능 (4점) |

함수 $f(x)=kx^2e^{-x}$ $(k>0)$과 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서 x축까지의 거리와 y축까지의 거리 중 크지 않은 값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 한 점에서만 미분가능하지 않도록 하는 k의 최댓값은?

① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{1}{\sqrt{e}}$ ③ $\frac{e}{2}$
④ $\sqrt{e}$ ⑤ e

1) 정답 ④
2) 정답 ⑤
3) 정답 ④
4) 정답 ⑤
5) 정답 ③
6) 정답 ②
7) 정답 ④
8) 정답 ④
9) 정답 ③
10) 정답 ③
11) 정답 13
12) 정답 ③
13) 정답 ③
14) 정답 ⑤
15) 정답 11
16) 정답 ③
17) 정답 ④
18) 정답 ①
19) 정답 ⑤
20) 정답 ⑤
21) 정답 ⑤
22) 정답 ③
23) 정답 ⑤
24) 정답 ⑤
25) 정답 ⑤
26) 정답 ⑤
27) 정답 ①
28) 정답 15
29) 정답 ①
30) 정답 ④
31) 정답 64
32) 정답 32
33) 정답 12
34) 정답 ⑤
35) 정답 ③
36) 정답 ⑤
37) 정답 ③
38) 정답 ②
39) 정답 ③
40) 정답 13

41) 정답 ⑤
42) 정답 ⑤
43) 정답 ⑤
44) 정답 ④
45) 정답 ③
46) 정답 ③
47) 정답 ⑤
48) 정답 ⑤
49) 정답 11
50) 정답 ①
51) 정답 ⑤
52) 정답 147
53) 정답 ⑤
54) 정답 ④
55) 정답 ⑤