기출의 파급효과 수학

atom.ac/books/7608
기출의 파급효과 수학 시리즈

파급의 기출효과

cafe.naver.com/spreadeffect
파급의 기출효과 NAVER 카페

기출의 파급효과 수학은 **어려운 3점~4점 기출에서 얻어갈 수 있는 '꼭 필요한 도구와 태도'를 정리**합니다. '꼭 필요한 도구와 태도' 체화를 위해 관련도가 높은 준킬러 이상 기출을 바로바로 보여주며 체화 속도를 높입니다. 단시간 내에 점수를 극대화할 수 있도록 교재가 설계되었습니다.

학습하시다 질문이 생기신다면 '파급의 기출효과' 카페에서 질문을 할 수 있습니다.
교재 인증을 하시면 질문 게시판을 이용하실 수 있습니다.

얀드브, 슬기롭다, 파급효과, 출기능수 등등 **오르비 저자분들이 올리시는 학습자료를 받아보실 수 있습니다.**
위 저자 분들의 컨텐츠 질문 답변도 교재 인증 시 가능합니다.

이외에도 **검증된 우수한 컨설팅 팀이 정리한 과거부터 현재까지 정시, 수시 입결을 확인할 수 있습니다.**
입시에 대한 질문은 가입하시기만 하면 팀장 및 팀원분들께 하실 수 있습니다.

더 궁금하시다면 https://cafe.naver.com/spreadeffect/15에서 확인하시면 됩니다.

제 2 교시

수학 영역

5 지 선 다 형

1. $\log_8 16$의 값은? [2점]

① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

$\log_{2^3} 2^4 = \frac{4}{3}$

②

2. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_4 = 100$일 때, a_1의 값은? [2점]

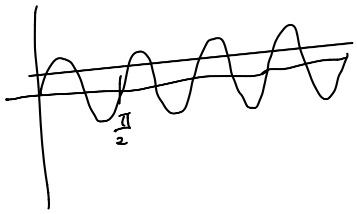
① 91 ② 93 ③ 95 ④ 97 ⑤ 99

$a_1 + 3 \times 3 = 100$

①

3. $0 \le x < 2\pi$일 때, 방정식 $\sin 4x = \frac{1}{2}$의 서로 다른 실근의 개수는? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10



④

4. $\int_{2}^{-2} (\cancel{x^3} + 3x^2)\,dx$의 값은? [3점]

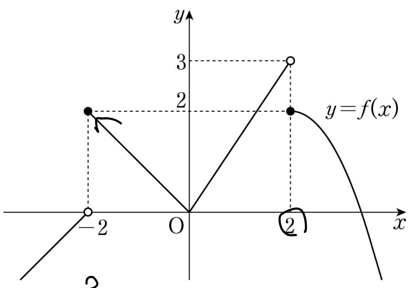
① -16 ② -8 ③ 0 ④ 8 ⑤ 16

①

$-\int_{-2}^{2} 3x^2\,dx = -2\int_{0}^{2} 3x^2\,dx$

$= -2\left[x^3\right]_0^2 = -16$

5. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to -2+} f(x) + \lim_{x\to 2-} f(x)$의 값은? [3점]

① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

2

6. 함수

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+ax+b}{x-3} & (x<3) \\ \dfrac{2x+1}{x-2} & (x\ge 3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a-b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

$9+3a+b=0$

$7=\lim_{x\to 3}\dfrac{x^2+ax-3a-9}{x-3}$

$=\lim_{x\to 3}\dfrac{\cancel{(x-3)}(x+a+3)}{\cancel{(x-3)}}=a+6$

$a=1$

$b=-12$

5

7. 수열 $\{a_n\}$의 일반항이

$$a_n=\begin{cases} \dfrac{(n+1)^2}{2} & (n\text{이 홀수인 경우}) \\ \dfrac{n^2}{2}+n+1 & (n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

$n=2k-1 \Rightarrow 2k^2$

$n=2k \Rightarrow 2k^2+2k+1$

일 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값은? [3점]

① 235 ② 240 ③ 245 ④ 250 ⑤ 255

$\sum_{k=1}^{5} 2k^2 + \sum_{k=1}^{5} 2k^2+2k+1$

$=\sum_{k=1}^{5} 4k^2+2k+1 = 4\times\dfrac{5\times 6\times 11}{6}+2\times\dfrac{5\times 6}{2}+5$

5

$=220+35=255$

-1-3+9

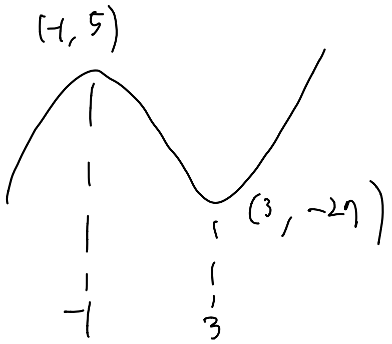
8. 곡선 $y=x^3-3x^2-9x$와 직선 $y=k$가 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 정수 k의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 할 때, $M-m$의 값은? [3점]

① 27 ② 28 ③ 29 ④ 30 ⑤ 31

$y' = 3x^2-6x-9$
$= 3(x-3)(x+1)$

④

$-27 < k < 5$



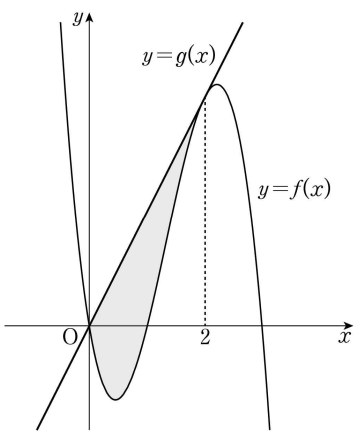
$M = 4$
$m = -26$

$4+26=30$

9. 최고차항의 계수가 -3인 삼차함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 점 $(2, f(2))$에서의 접선 $y=g(x)$가 곡선 $y=f(x)$와 원점에서 만난다. 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=g(x)$로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4점]

① $\frac{7}{2}$ ② $\frac{15}{4}$ ③ 4 ④ $\frac{17}{4}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

③

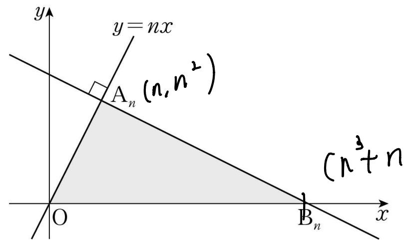


① 공식 대입

$$2^2 = \frac{3\times 2^4}{12}$$

② 정석 $\int_0^2 3x(x-2)^2\,dx$

10. 자연수 n에 대하여 점 $A_n(n, n^2)$을 지나고 직선 $y=nx$에 수직인 직선이 x축과 만나는 점을 B_n이라 하자.



다음은 삼각형 A_nOB_n의 넓이를 S_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{8}\frac{S_n}{n^3}$의 값을 구하는 과정이다. (단, O는 원점이다.)

점 $A_n(n, n^2)$을 지나고 직선 $y=nx$에 수직인 직선의 방정식은 $y=$ (가) $\times x+n^2+1$ $-\frac{1}{n}$ 이므로 두 점 A_n, B_n의 좌표를 이용하여 S_n을 구하면 $S_n=$ (나) $\frac{1}{2}\times n^2\times(n^3+n)$ 따라서 $\sum_{n=1}^{8}\frac{S_n}{n^3}=$ (다)   120 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$이라 하고, (다)에 알맞은 수를 r라 할 때, $f(1)+g(2)+r$의 값은? [4점]

① 105 ② 110 ③ 115 ④ 120 ⑤ 125

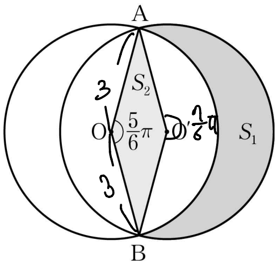
$$\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{8}(n^2+1) = \frac{1}{2}\left(\frac{8\times9\times17}{6}+8\right)$$

$= 102+4=106$

⑤

$-1+\frac{1}{2}\times4\times10+106 = 125$

11. 그림과 같이 두 점 O, O′을 각각 중심으로 하고 반지름의 길이가 3인 두 원 O, O'이 한 평면 위에 있다. 두 원 O, O'이 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, $\angle\mathrm{AOB}=\frac{5}{6}\pi$이다.



원 O의 외부와 원 O'의 내부의 공통부분의 넓이를 S_1, 마름모 AOBO′의 넓이를 S_2라 할 때, S_1-S_2의 값은? [4점]

① $\frac{5}{4}\pi$ ② $\frac{4}{3}\pi$ ③ $\frac{17}{12}\pi$ ④ $\frac{3}{2}\pi$ ⑤ $\frac{19}{12}\pi$

$S_2 = 9\sin\frac{5}{6}\pi = \frac{9}{2}$

$S_1 = \frac{1}{2}\cdot9\cdot\frac{7}{6}\pi - \left(\frac{1}{2}\cdot9\cdot\frac{5}{6}\pi - S_2\right)$

$= \frac{1}{2}\cdot9\cdot\frac{1}{3}\pi + S_2$

$= \frac{3}{2}\pi + S_2$

4

12. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-g(x)}{x-1}=5$

(나) $\lim_{x\to1}\frac{f(x)+g(x)-2f(1)}{x-1}=7$

두 실수 a, b에 대하여 $\lim_{x\to1}\frac{f(x)-a}{x-1}=b\times g(1)$일 때, ab의 값은? [4점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

$a = f(1) = g(1)$

$f'(1) - g'(1) = 5$

$f'(1) + g'(1) = 7$

$\ \ \ \ \ \| \qquad\ \ \|$

$\ \ \ \ \ 6 \qquad\ \ 1$

$f'(1) = b\,g(1)$

$6 = ab$

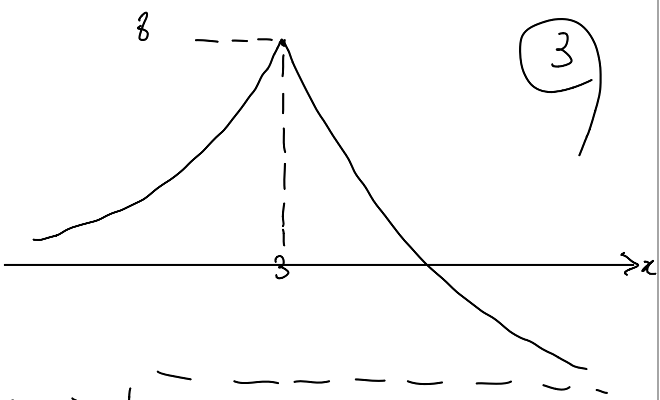
3

13. 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2^x & (x<3) \\ \left(\frac{1}{4}\right)^{x+a}-\left(\frac{1}{4}\right)^{3+a}+8 & (x \geq 3) \end{cases}$$

에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 중에서 y좌표가 정수인 점의 개수가 23일 때, 정수 a의 값은? [4점]

① -7 ② -6 ③ -5 ④ -4 ⑤ -3



3

$y=8 \rightarrow 1$

$y=7 \sim y=1 \Rightarrow 2\times 7$

$-8 < -\left(\frac{1}{4}\right)^{3+a}+8 < -7$

$y=0 \rightarrow 1$

$15 < \left(\frac{1}{4}\right)^{3+a} \leq 16$

2^{-2a-6} 2^4

$y=-1 \sim y=-7 \Rightarrow 1\times 7$

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=f(x)+|f'(x)|$$

라 할 때, 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(0)=g(0)=0$ $f'(0)=0$
> (나) 방정식 $f(x)=0$은 양의 실근을 갖는다.
> (다) 방정식 $|f(x)|=4$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$g(3)$의 값은? [4점]

$f(3)+|f'(3)|=f'(3)=9$

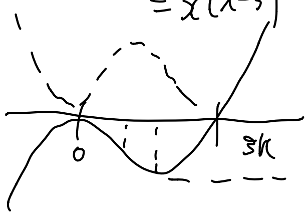
① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

$f(x)=x^2(x-3k)$
$=x^2(x-3)$

$f(2k)=-4$

$-4=-4k^3$

$k=1$

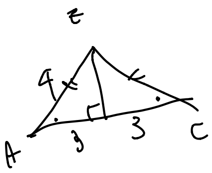


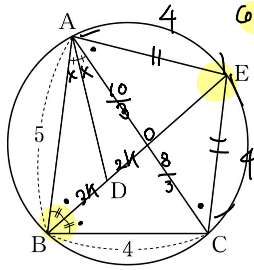
1

$f'(x)=2x(x-3)+x^2$

15. 그림과 같이 $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=4$, $\cos(\angle ABC)=\frac{1}{8}$인 삼각형 ABC가 있다. $\angle ABC$의 이등분선과 $\angle CAB$의 이등분선이 만나는 점을 D, 선분 BD의 연장선과 삼각형 ABC의 외접원이 만나는 점을 E라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

$\cos\angle AEC = -\frac{1}{8}$





< 보 기 >

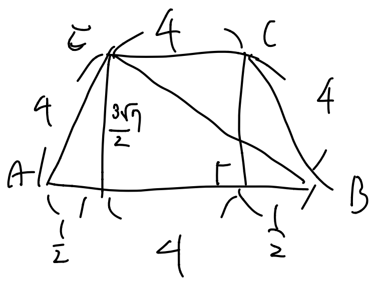
ㄱ. $\overline{AC}=6$

ㄴ. $\overline{EA}=\overline{EC}$

ㄷ. $\overline{ED}=\cancel{\frac{31}{8}}$

$\overline{AC}^2 = 16+25-2\cdot4\cdot5\times\frac{1}{8}$
$=36$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



$\overline{BO}=\frac{10}{3}$

$k=\frac{2}{3}$

$\overline{OB}=2$

$\overline{EB}=6$

$\overline{ED}=4$

2

단답형

$f'(x)=4x+5 \quad g'(x)=3x^2$

16. 두 함수 $f(x)=2x^2+5x+3$, $g(x)=x^3+2$에 대하여 함수 $f(x)g(x)$의 $x=0$에서의 미분계수를 구하시오. [3점]

$f'(0)g(0)+f(0)g'(0)$

$=5\times2+3\times0=10$

10

17. 모든 실수 x에 대하여 이차부등식

$$3x^2-2(\log_2 n)x+\log_2 n>0$$

이 성립하도록 하는 자연수 n의 개수를 구하시오. [3점]

$(\log_2 n)^2-3\log_2 n<0$

$\log_2 n=t$

$0<t<3$

$0<\log_2 n<3$

$1<n<8$

$8-1-1=6$

6

18. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $F(x)$의 도함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases}-2x & (x<0)\\ k(2x-x^2) & (x\ge 0)\end{cases}$$

이다. $F(2)-F(-3)=21$일 때, 상수 k의 값을 구하시오. [3점]

9

$$\int_{-3}^{2} f(x)\,dx = 21$$

$$\int_{-3}^{0} -2x\,dx + \int_{0}^{2} k(2x-x^2)\,dx$$

$$= [-x^2]_{-3}^{0} + [k(x^2-\tfrac{1}{3}x^3)]_{0}^{2}$$

$$= 9 + \tfrac{4}{3}k = 21$$

$\frac{4}{3}k = 12 \quad k=9$

19. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $a_1=2$, $a_2=4$이고 2 이상의 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}S_n = a_nS_{n+1}$$

이 성립할 때, S_5의 값을 구하시오. [3점]

162

$$\frac{S_{n+1}}{S_n} = \frac{a_{n+1}}{a_n} \quad (n\ge 2)$$

×3 ×3 ×3

$a_1=2 \quad a_2=4 \quad a_3=12 \quad a_4=36 \quad a_5=108$

$S_1=2 \quad S_2=6 \quad S_3=18 \quad S_4=54 \quad S_5=162$

×3 ×3 ×3

$\frac{k+6}{6} = \frac{k}{4}$ $\quad 4k+24=6k$

$k=12$

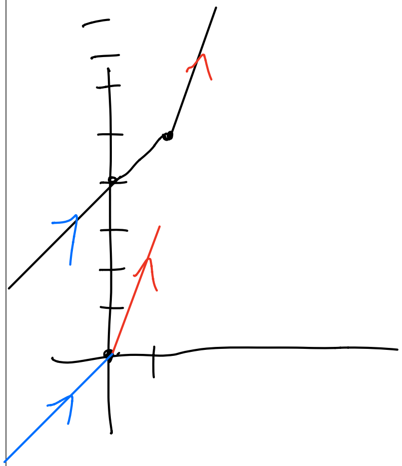
$\frac{m}{12} = \frac{m+18}{18}$ $\quad 6m = 18\cdot\cancel{12}^{2}$

20. 실수 m에 대하여 직선 $y=mx$와 함수

$$f(x)=2x+3+|x-1|$$

의 그래프의 교점의 개수를 $g(m)$이라 하자. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $h(x)$에 대하여 함수 $g(x)h(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $h(5)$의 값을 구하시오. [4점]

$$f(x)=\begin{cases}3x+2 & (x\ge 1)\\ x+4 & (x<1)\end{cases}$$



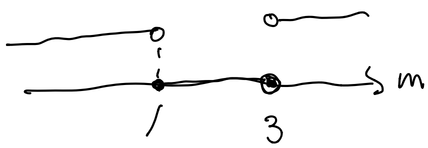
$g(m)$ 불연속

⇓

$m=3,$

$m=1$

$y=g(m)$

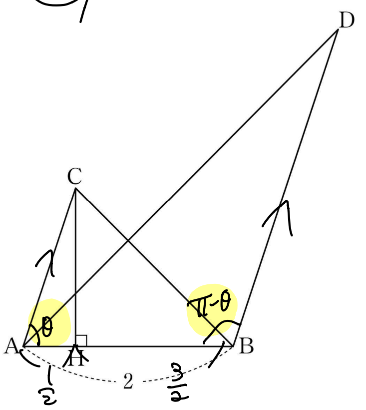


8

$h(x)=(x-1)(x-3)$

$h(5)=4\times 2=6$

21. 그림과 같이 $\overline{AB}=2$, $\overline{AC} /\!/ \overline{BD}$, $\overline{AC}:\overline{BD}=1:2$인 두 삼각형 ABC, ABD가 있다. 점 C에서 선분 AB에 내린 수선의 발 H는 선분 AB를 $1:3$으로 내분한다.

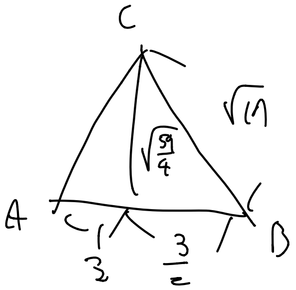


두 삼각형 ABC, ABD의 외접원의 반지름의 길이를 각각 r, R라 할 때, $4(R^2-r^2)\times\sin^2(\angle CAB)=51$이다. $\overline{AC}^2$의 값을 구하시오. (단, $\angle CAB<\frac{\pi}{2}$) [4점]

$$\overset{k}{\overline{BC}} : \overset{2k}{\overline{AD}} = 1:2$$

$$2r=\frac{k}{\sin\theta} \qquad \frac{3k^2}{\sin^2\theta}\times\sin^2\theta=51$$

$$2R=\frac{2k}{\sin\theta} \qquad k^2=17$$



$$\sqrt{17-\frac{9}{4}} \qquad \begin{matrix}68-9\\=59\end{matrix}$$

$$=\sqrt{\frac{59}{4}}$$

$$\overline{AC}^2=\frac{59}{4}+\frac{1}{4}=15$$

15

22. 양수 a와 일차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$g(x)=\int_0^x (t^2-4)\{|f(t)|-a\}\,dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 극값을 갖지 않는다. (나) $g(2)=5$

$g(0)-g(-4)$의 값을 구하시오. [4점]

$g(0)=0$

$g'(x)=(x^2-4)(|f(x)|-a)$

$y=|f(x)|-a$

$$|f(x)|-a=\begin{cases}k(x-2) & (x\ge 0)\\ -k(x+2) & (x<0)\end{cases}$$

16

$$5=\int_0^2 k(x-2)^2(x+2)\,dx$$

$$5=k\int_0^2 x^3-2x^2-4x+8\,dx$$

$$5=k\left[\frac{1}{4}x^4-\frac{2}{3}x^3-2x^2+8x\right]_0^2$$

$$4-\frac{16}{3}-8+16$$

$$k=5\times\frac{3}{20}=\frac{3}{4} \qquad =12-\frac{16}{3}=\frac{20}{3}$$

$$-g(-4)=-k\int_{-4}^0 (x-2)(x+2)^2\,dx$$

$$=-k\int_{-2}^2 t^2(t-4)\,dt$$

$$=+8k\int_0^2 t^2\,dt$$

$$=8k\left[\frac{t^3}{3}\right]_0^2=\frac{64}{3}k$$

$$\frac{64}{3}\times\frac{3}{4}=16$$

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

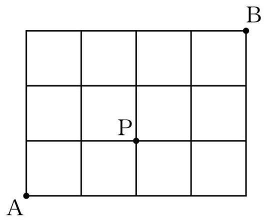
23. ${}_3H_6$의 값은? [2점]

① 24 ② 26 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32

$_8C_6 = \frac{8\cdot 7}{2\cdot 1} = 28$

3

24. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다. 이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 P지점을 지나 B지점까지 최단거리로 가는 경우의 수는? [3점]



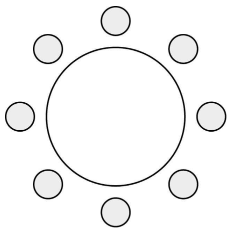
$3\times 6=18$

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

4

25. 어느 고등학교 3학년의 네 학급에서 대표 2명씩 모두 8명의 학생이 참석하는 회의를 한다. 이 8명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, 같은 학급 학생끼리 서로 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

① 92 ② 96 ③ 100 ④ 104 ⑤ 108



2

$3! \times 2^4 = 96$

26. 같은 종류의 연필 6자루와 같은 종류의 지우개 5개를 세 명의 학생에게 남김없이 나누어 주려고 한다. 각 학생이 적어도 한 자루의 연필을 받도록 나누어 주는 경우의 수는? (단, 지우개를 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [3점]

① 210 ② 220 ③ 230 ④ 240 ⑤ 250

$a+b+c=6$
$\geq 1 \geq 1 \geq 1$
$a+b+c=5$
$\geq 0 \geq 0 \geq 0$

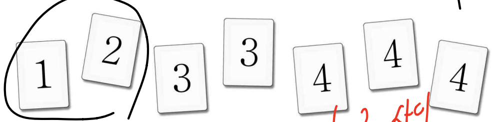
${}_5C_2 \times {}_7C_2$
$= 10 \times 21 = 210$

1

27. 숫자 1, 2, 3, 3, 4, 4, 4가 하나씩 적힌 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 1이 적힌 카드와 2가 적힌 카드 사이에 두 장 이상의 카드가 있도록 나열하는 경우의 수는? [3점]

① 180 ② 185 ③ 190 ④ 195 ⑤ 200

여사건



전체 ⇐

$$\frac{7!}{3!\,2!} - 2\times\frac{6!}{3!\,2!} - 2\times\frac{5!}{3!} - 2\times\frac{5!}{2!\,2!}$$

1,2 사이 카드 X

1,2 사이 카드 숫자 3

1,2 사이 카드 숫자 4

5

$$= \frac{7\cdot 6\cdot 5\cdot \cancel{4}^{2}}{\cancel{2}} - 6\cdot 5\cdot 4 - 40 - 60$$

$$= 420 - 220 = 200$$

28. 두 집합

$$X=\{1, 2, 3, 4, 5\},\quad Y=\{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$$

에 대하여 X에서 Y로의 함수 f 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수의 개수는? [4점]

(가) $f(2) < f(3) < f(4)$
(나) $f(1) > f(3) > f(5)$

$f(2), f(5) < f(3) < f(1), f(4)$

① 100 ② 102 ③ 104 ④ 106 ⑤ 108

$f(3)=2$ X

$f(3)=4$ $1^2 \times 4^2 = 16$

$f(3)=6$ $2^2 \times 3^2 = 36$

$f(3)=8$ $3^2 \times 2^2 = 36$

$f(3)=10$ $4^2 \times 1^2 = 16$

$f(3)=12$ X

$2 \times 52 = 104$

3

단답형

29. 5 이하의 자연수 a, b, c, d에 대하여 부등식

$$a \le b+1 \le c \le d$$

를 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수를 구하시오. [4점]

$b+1=b'$

여사건

1) $a \le b' \le c \le d$

$${}_5H_4 = {}_8C_4 = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 70$$

2) $b' \ne 1$

$1 \le c \le d \le 5$

$${}_5H_2 = {}_6C_2 = \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 15$$

1)−2) $70-15=55$

55

30. 숫자 1, 2, 3, 4 중에서 중복을 허락하여 네 개를 선택한 후 일렬로 나열할 때, 다음 조건을 만족시키도록 나열하는 경우의 수를 구하시오. [4점]

(가) 숫자 1은 한 번 이상 나온다.
(나) 이웃한 두 수의 차는 모두 2 이하이다.

97

1) 4 없을 때

_ _ _ _ ← 1, 2, 3 중복 순열
− 2, 3 중복순열

$3^4 - 2^4 = 65$

2) 4 있을 때

2-1) 4가 1개

1 1 1 4 → X
1 1 2 4
1 1 3 4
$2 \times 2 = 4$

1 2 2 4
1 2 3 4
1 3 3 4
$2 \times 2 \times 3 + 1 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

2-2) 4가 2개

1 2 4 4
1 3 4 4
$2 \times 2 = 4$

$65+32=97$

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5 지 선 다 형

23. $\lim_{n\to\infty}\frac{10n^3-1}{(n+2)(2n^2+3)}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5

24. 수열 $\{a_n\}$의 일반항이

$$a_n=\left(\frac{x^2-4x}{5}\right)^n$$

일 때, 수열 $\{a_n\}$이 수렴하도록 하는 모든 정수 x의 개수는? [3점]

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

1 $-1 < \frac{x^2-4x}{5} \le 1$

$-5 < x^2-4x \le 5$

$x^2-4x-5 \le 0$

$(x-5)(x+1) \le 0$

$-1 \le x \le 5$

25. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = a_1 a_n$$

을 만족시킨다. $\lim_{n\to\infty}\frac{3a_{n+3}-5}{2a_n+1}=12$일 때, a_1의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

④

$a_{n+3} = a_1^3 a_n$

$a_1 > 1$

$\frac{3a_1^3}{2} = 12$

$a_1 = 2$

$a_1^3 = 8$

26. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$2n^2-3 < a_n < 2n^2+4$$

를 만족시킨다. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{S_n}{n^3}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ 1 ⑤ $\frac{7}{6}$

②

$2\times\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - 3n < S_n < 2\times\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + 4n$

27. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{a_k}{(k-1)!} = \frac{3}{(n+2)!}$$

$a_1 = \frac{3}{3!} = \frac{1}{2}$

을 만족시킨다. $\lim_{n \to \infty}(a_1 + n^2 a_n)$의 값은? [3점]

① $-\frac{7}{2}$ ② -3 ③ $-\frac{5}{2}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{3}{2}$

$(n \geq 2)$ $\frac{a_n}{(n-1)!} = \frac{3}{(n+2)!} - \frac{3}{(n+1)!}$

$a_n = 3\left(\frac{1}{n(n+1)(n+2)} - \frac{1}{n(n+1)}\right)$

5

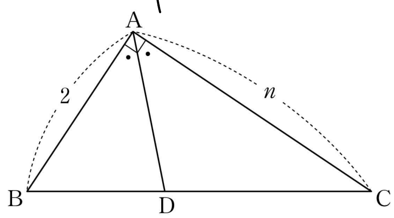
$= -3 \times \frac{\cancel{n+1}}{n\cancel{(n+1)}(n+2)}$ $1-n-2$

$\frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2}$

28. 자연수 n에 대하여 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = 2$, $\overline{CA} = n$인 삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선이 선분 BC와 만나는 점을 D라 하자. 선분 CD의 길이를 a_n이라 할 때, $\lim_{n \to \infty}(n - a_n)$의 값은?

[4점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4



3

$a_n = \sqrt{n^2+4} \times \frac{n}{n+2}$

$\lim_{n \to \infty} \frac{n(n+2) - n\sqrt{n^2+4}}{n+2}$

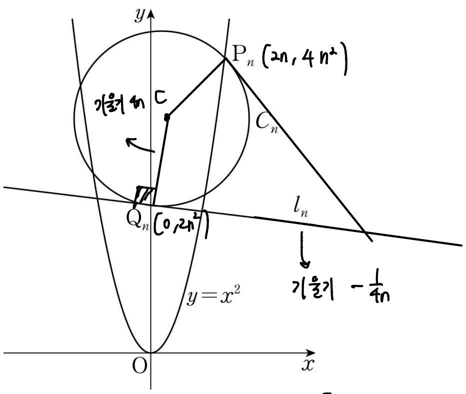
$= \lim_{n \to \infty} \frac{n^2(n+2)^2 - n^2(n^2+4)}{(n+2)\left(n(n+2) + n\sqrt{n^2+4}\right)}$ $= 4n^3$

$= \frac{4}{2} = 2$

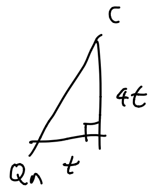
단답형

29. 자연수 n에 대하여 곡선 $y=x^2$ 위의 점 $\mathrm{P}_n(2n,\ 4n^2)$에서의 접선과 수직이고 점 $\mathrm{Q}_n(0,\ 2n^2)$을 지나는 직선을 l_n이라 하자. 점 P_n을 지나고 점 Q_n에서 직선 l_n과 접하는 원을 C_n이라 할 때, 원점을 지나고 원 C_n의 넓이를 이등분하는 직선의 기울기를 a_n이라 하자. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{n}$의 값을 구하시오. [4점]

12



$C(\ t,\ 2n^2+4nt\ )$



$\overline{CQ_n} = \overline{CP_n}$

$t^2+16n^2t^2 = (t-2n)^2+(4nt-2n^2)^2$

$0 = -4nt+4n^2-16n^3t+4n^4$

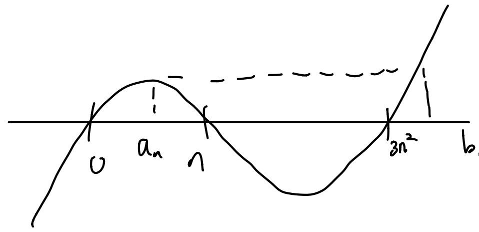
$(16n^3+4n)\,t = 4n^4+4n^2$

$t = \dfrac{n^4+n^2}{4n^3+n}$

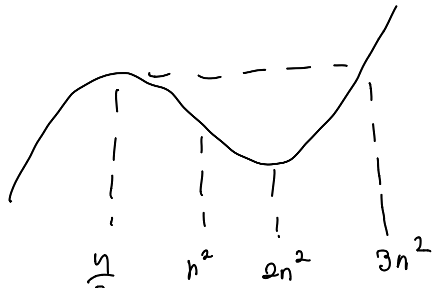
$\lim\limits_{n\to\infty}\left(\dfrac{2n}{t}+4\right) = 12$

12

30. 자연수 n에 대하여 삼차함수 $f(x)=x(x-n)(x-3n^2)$이 극대가 되는 x를 a_n이라 하자. x에 대한 방정식 $f(x)=f(a_n)$의 근 중에서 a_n이 아닌 근을 b_n이라 할 때, $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_nb_n}{n^3}=\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



5



$f(x) = x^3-(3n^2+n)x^2+3n^3x$

$f'(x) = 3x^2-2(3n^2+n)x+3n^3$

$x = \dfrac{(3n^2+n)\pm\sqrt{9n^4-3n^3+n^2}}{3}$

$x \fallingdotseq \dfrac{n}{2}$ or $x \fallingdotseq 2n^2$

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\frac{n}{2}\times 3n^2}{n^3} = \dfrac{3}{2}$

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5 지 선 다 형

23. 타원 $\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{20}=1$의 두 초점을 F, F′이라 할 때, 선분 FF′의 길이는? [2점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

F(4,0)

③ F′(−4,0)

24. 두 초점이 $\mathrm{F}(c, 0)$, $\mathrm{F'}(-c, 0)$이고 주축의 길이가 8인 쌍곡선의 한 점근선이 직선 $y=\frac{3}{4}x$일 때, 양수 c의 값은? [3점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

① $\frac{x^2}{16k^2}-\frac{y^2}{9k^2}=1$

$8k=8$

$k=1$

$16+9=25$

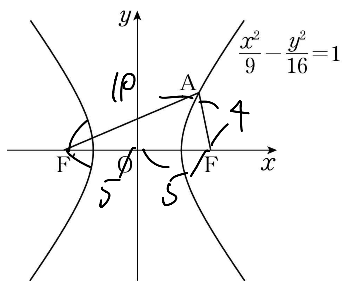
25. 꼭짓점이 점 $(-1,\ 0)$이고 준선이 직선 $x=-3$인 포물선의 방정식이 $y^2=ax+b$일 때, 두 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은? [3점]

① 14　② 16　③ 18　④ 20　⑤ 22

$y^2 = 8(x+1)$

②

26. 그림과 같이 쌍곡선 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$의 두 초점 F, F′과 쌍곡선 위의 점 A에 대하여 삼각형 AF′F의 둘레의 길이가 24일 때, 삼각형 AF′F의 넓이는? (단, 점 A는 제1사분면의 점이다.) [3점]



$2x+16=24$

$x=4$

① $4\sqrt{3}$　② $4\sqrt{6}$　③ $8\sqrt{3}$　④ $8\sqrt{6}$　⑤ $16\sqrt{3}$

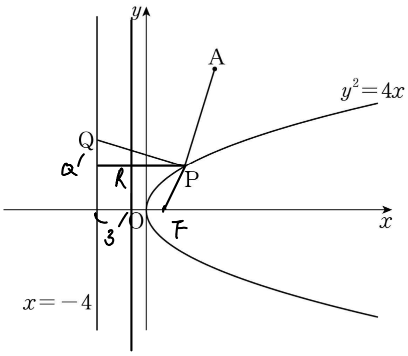
$\sqrt{96}=4\sqrt{6}$

16 6

④

27. 점 A(6, 12)와 포물선 $y^2=4x$ 위의 점 P, 직선 $x=-4$ 위의 점 Q에 대하여 $\overline{AP}+\overline{PQ}$의 최솟값은? [3점]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20



A(6, 12)

F(1, 0)

③

$\overline{AF}=13$

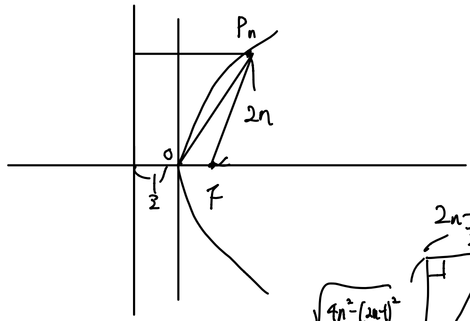
$\overline{PQ} \geq \overline{PQ'} = \overline{PR}+3 = \overline{PF}+3$

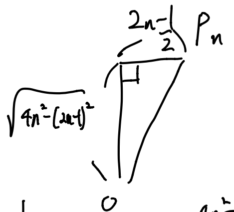
$\overline{AP}+\overline{PQ} \geq \overline{AP}+\overline{PF}+3 \geq \overline{AF}+3$

28. 자연수 n에 대하여 초점이 F인 포물선 $y^2=2x$ 위의 점 P_n이 $\overline{\mathrm{FP}_n}=2n$을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^{8}\overline{\mathrm{OP}_n}^2$의 값은? (단, O는 원점이고, 점 P_n은 제1사분면에 있다.) [4점]

① 874 ② 876 ③ 878 ④ 880 ⑤ 882

$F(\frac{1}{2}, 0)$





⑤

$4n^2-2n+\frac{1}{4}$ $4n^2-4n+1$

$\overline{OP_n}^2 = (2n-\frac{1}{2})^2+4n^2-(2n-1)^2$

$= 4n^2+2n-\frac{3}{4}$

$\sum_{n=1}^{8} 4n^2+2n-\frac{3}{4}$

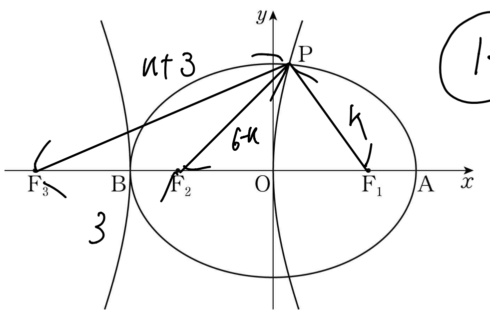
$= 4\times\frac{8\cdot 9\cdot 17}{6}+2\times\frac{8\times 9}{2}-6$

$48 \times 17 = 336 + 480 = 816$

$816+66=882$

단답형

29. 두 초점이 $F_1(c, 0)$, $F_2(-c, 0)$ $(c>0)$인 타원이 x축과 두 점 $A(3, 0)$, $B(-3, 0)$에서 만난다. 선분 BO가 주축이고 점 F_1이 한 초점인 쌍곡선의 초점 중 F_1이 아닌 점을 F_3이라 하자. 쌍곡선이 타원과 제1사분면에서 만나는 점을 P라 할 때, 삼각형 PF_3F_2의 둘레의 길이를 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]



12

3+9=12

$\overline{OF_1} = \overline{OF_2} = \overline{BF_3}$

$\overline{F_3F_2} = \overline{BF_3} + \overline{BF_1} = \overline{OF_2} + \overline{BF_3} = \overline{OB}$

30. 그림과 같이 두 초점이 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ $(c>0)$이고 장축의 길이가 12인 타원이 있다. 점 F가 초점이고 직선 $x=-k$ $(k>0)$이 준선인 포물선이 타원과 제2사분면의 점 P에서 만난다. 점 P에서 직선 $x=-k$에 내린 수선의 발을 Q라 할 때, 두 점 P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\cos(\angle F'FP) = \frac{7}{8}$

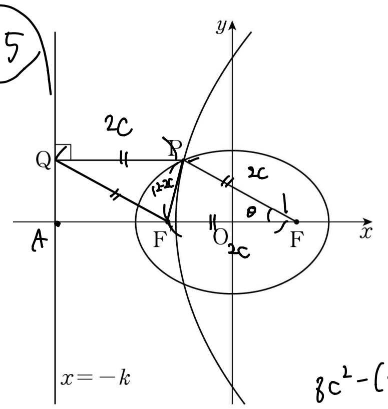
(나) $\overline{FP} - \overline{F'Q} = \overline{PQ} - \overline{FF'}$

$\overline{FP} + \overline{FF'} = \overline{PQ} + \overline{F'Q}$

$c+k$의 값을 구하시오. [4점]

$\overline{FF'} = \overline{F'Q}$

15



$\overline{AF} = 8+7 = 15$

$\overline{OA} = 15-4 = 11 = k$

$c=4$

$k=11$

$8c^2-(4c^2-48c+144)$

$$\frac{7}{8} = \frac{4c^2+4c^2-(12-2c)^2}{2\cdot 2c\cdot 2c} = \frac{4c^2+48c-144}{8c^2}$$

4√144

$$= \frac{c^2+12c-36}{2c^2}$$

$14c^2 = 8c^2+96c-36\times 8$

$6c^2-96c+36\times 8=0$

$c^2-16c+48=0$

$(c-4)(c-12)=0$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.