

제 2 교시

수학 영역

5 지선 다형

1. 두 다항식

$$A = 3x^2 + 2xy, B = -x^2 + xy$$

에 대하여  $A+2B$ 를 간단히 하면? [2점]

- ①  $x^2 + 3xy$       ②  $x^2 + 4xy$       ③  $x^2 + 5xy$   
 ④  $2x^2 + 4xy$       ⑤  $2x^2 + 5xy$

$$3x^2 + 2xy - 2x^2 + 2xy$$

$$= x^2 + 4xy$$

2. 등식  $3x + (2+i)y = 1 + 2i$ 를 만족시키는 두 실수  $x, y$ 에 대하여  $x+y$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ ) [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

$$(3x + 2y) + yi = 1 + 2i$$

$$y = 2$$

$$3x + 2y = 1 \rightarrow x = -1$$

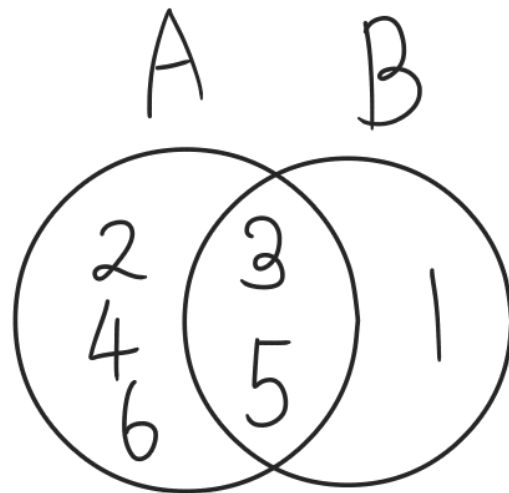
$$x + y = 1$$

3. 두 집합

$$A = \{2, 3, 4, 5, 6\}, B = \{1, 3, a\}$$

에 대하여 집합  $A \cap B$ 의 모든 원소의 합이 8일 때, 자연수  $a$ 의 값은? [2점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8



4. 등식  ${}_{10}P_3 = n \times {}_{10}C_3$ 을 만족시키는  $n$ 의 값은? [3점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

$$10 \times 9 \times 8 = n \times \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1}$$

$$n = 6$$

5. 이차방정식  $x^2+ax+16=0$ 이 허근을 갖도록 하는 자연수  $a$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

$$D = a^2 - 4 \times 16 < 0$$

$$(a - 8)(a + 8) < 0$$

$$-8 < a < 8$$

6.  $a-b=2$ ,  $ab=\frac{1}{3}$  일 때,  $a^3-b^3$ 의 값은? [3점]

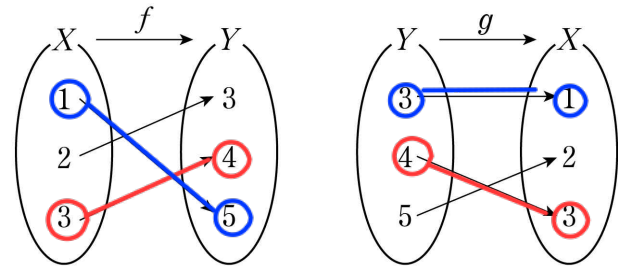
- ① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12

$$a^3 - b^3 = (a-b)^3 + 3ab(a-b)$$

$$= 8 + 2$$

$$= 10$$

7. 그림은 두 함수  $f: X \rightarrow Y$ ,  $g: Y \rightarrow X$ 를 나타낸 것이다.



$(g \circ f)(3) - (f \circ g)(3)$ 의 값은? [3점]

- ① -4      ② -3      ③ -2      ④ -1      ⑤ 0

$$g(f(3)) = g(5) = 3$$

$$f(g(3)) = f(1) = 5$$

8. 원  $x^2 + (y+4)^2 = 10$  을  $x$  축의 방향으로  $-4$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $2$  만큼 평행이동하였더니 원  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  과 일치하였다.  $a+b+c$  의 값은? (단,  $a, b, c$  는 상수이다.) [3점]  
 ① 14    ② 16    ③ 18    ④ 20    ⑤ 22

$x$  대신  $x+4$ ,  $y$  대신  $y-2$  대입  
 $(x+4)^2 + (y+2)^2 = 10$   
 $x^2 + y^2 + 8x + 4y + 10 = 0$   
 $a=8, b=4, c=10$

9. 연립방정식  

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ 4x^2 - x - y^2 = 5 \end{cases}$$
 $y = 2x - 1$   
 의 해가  $x = \alpha, y = \beta$  일 때,  $\alpha\beta$  의 값은? [3점]  
 ① 6    ② 7    ③ 8    ④ 9    ⑤ 10

$4x^2 - x - (2x-1)^2 = 5$   
 $4x^2 - x - (4x^2 - 4x + 1) = 5$   
 $3x = 6$   
 $x = 2, y = 3$

10. 직선  $x+2y+5=0$  이 원  $(x-1)^2 + y^2 = r^2$  에 접할 때, 양수  $r$  의 값은? [3점]  
 ①  $\frac{7\sqrt{5}}{5}$     ②  $\frac{6\sqrt{5}}{5}$     ③  $\sqrt{5}$     ④  $\frac{4\sqrt{5}}{5}$     ⑤  $\frac{3\sqrt{5}}{5}$

중심  $(1, 0)$  에서  $x+2y+5=0$  까지의 거리  
 $d = \frac{|1+0+5|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \frac{6}{\sqrt{5}} = r$   
 $r = \frac{6\sqrt{5}}{5}$

11. 전체집합  $U = \{x | x \text{는 } 100 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합

$$A = \{x | x \text{는 홀수}\}, B = \{x | x \text{는 } 7 \text{의 배수}\}$$

에 대하여  $n(A \cup B)$ 의 값은? [3점]

- ① 53    ② 54    ③ 55    ④ 56    ⑤ 57

A: 2x1-1 부터

$$2 \times 2 - 1$$

$$2 \times 3 - 1$$

⋮

2x50-1 까지 50개  $n(A) = 50$

B: 7x1 부터

$$7 \times 2$$

⋮

7x14 까지 14개  $n(B) = 14$

$A \cap B$ : 홀수인 7의 배수

$$7 \times 1$$

$$7 \times 3$$

$$7 \times 5$$

$$7 \times 7$$

$$7 \times 9$$

$$7 \times 11$$

$$7 \times 13$$

7개  $n(A \cap B) = 7$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 50 + 14 - 7$$

$$= 57$$

12. 좌표평면에 세 점  $A(-2, 0)$ ,  $B(0, 4)$ ,  $C(a, b)$ 를 꼭짓점으로

하는 삼각형 ABC가 있다.  $\overline{AC} = \overline{BC}$ 이고 삼각형 ABC의 무게중심이  $y$ 축 위에 있을 때,  $a+b$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$     ② 1    ③  $\frac{3}{2}$     ④ 2    ⑤  $\frac{5}{2}$

$$\text{무게중심} \left( \frac{-2+0+a}{3}, \frac{0+4+b}{3} \right)$$

$$= 0$$

$$\therefore a = 2$$

$$\overline{AC}^2 = (a+2)^2 + b^2 = b^2 + 16$$

$$\overline{BC}^2 = a^2 + (b-4)^2 = (b-4)^2 + 4$$

$$(b-4)^2 - b^2 = 16 - 4$$

$$(2b-4) \times (-4) = 12$$

$$2b - 4 = -3$$

$$b = \frac{1}{2}$$

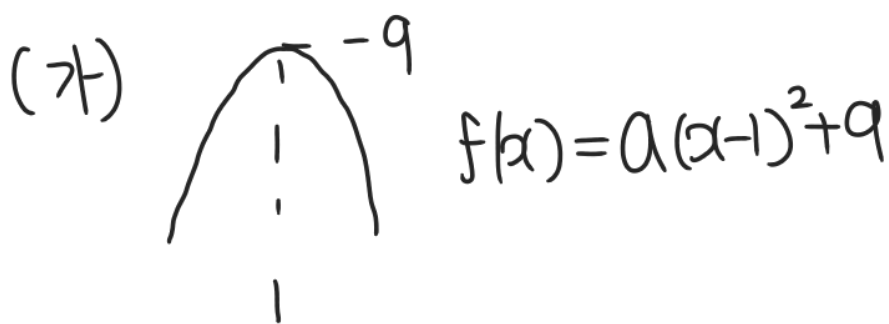
$$a + b = \frac{5}{2}$$

13. 이차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(2)$ 의 값은?

[3점]

(가) 함수  $f(x)$ 는  $x=1$ 에서 최댓값 9를 갖는다.  
 (나) 곡선  $y=f(x)$ 에 접하고 직선  $2x-y+1=0$ 과 평행한 직선의  $y$ 절편은 9이다.

- ①  $\frac{9}{2}$     ②  $\frac{11}{2}$     ③  $\frac{13}{2}$     ④  $\frac{15}{2}$     ⑤  $\frac{17}{2}$



(나)  $y = 2x+1$  과 평행,  $y$ 절편 9

$l : y = 2x+9$

$y = f(x)$  와  $l$  이 접한다  $\rightarrow D=0$

$a(x-1)^2 + 9 = 2x+9$

$ax^2 - 2(a+1)x + a = 0$

$D/4 = (a+1)^2 - a^2 = 0$

$2a+1 = 0$   
 $a = -\frac{1}{2}$

$f(2) = a+9 = \frac{17}{2}$

14. 실수  $x$ 에 대한 두 조건  $p, q$ 가 다음과 같다.

$p: x^2 - 4x - 12 = 0,$

$q: |x-3| > k$

$p$ 가  $\sim q$ 이기 위한 충분조건이 되도록 하는 자연수  $k$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 3    ② 4    ③ 5    ④ 6    ⑤ 7

$p: (x-6)(x+2) = 0$

충분  $\downarrow$   $x=6$  또는  $x=-2$   $\rightarrow$  대입하여 성립

$\sim q: |x-3| \leq k$

$x=6$  대입  $3 \leq k$   
 $x=-2$  대입  $5 \leq k$   $\therefore k \geq 5$

15. 좌표평면에서 세 점 A(1, 3), B(a, 5), C(b, c)가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 두 직선 OA, OB는 서로 수직이다.
- (나) 두 점 B, C는 직선  $y=x$ 에 대하여 서로 대칭이다.

직선 AC의  $y$ 절편은? (단, O는 원점이다.) [4점]

- ①  $\frac{9}{2}$     ②  $\frac{11}{2}$     ③  $\frac{13}{2}$     ④  $\frac{15}{2}$     ⑤  $\frac{17}{2}$

(가)  $\frac{3-0}{1-0} \times \frac{5-0}{a-0} = -1, a = -15$

(나) B(a, 5)  $y=x$  대칭 B'(5, a)

$b=5, c=a=-15$

A(1, 3), C(5, -15)

AC 기울기  $\frac{-15-3}{5-1} = -\frac{9}{2}$

기울기  $-\frac{9}{2}$  이고 (1, 3) 지남

$y = -\frac{9}{2}(x-1) + 3$

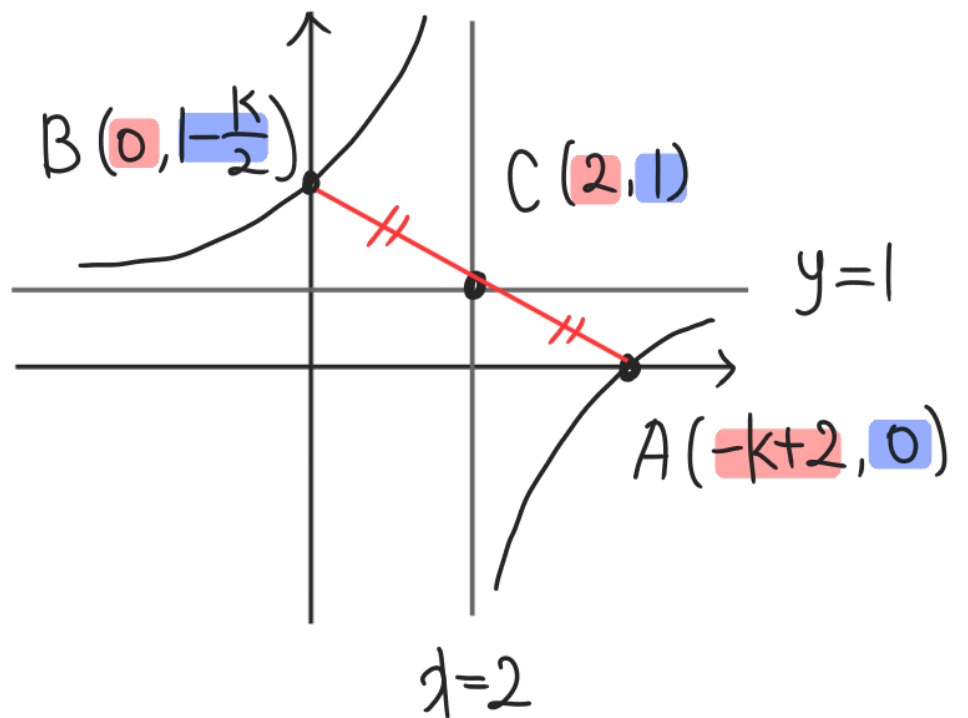
$y = -\frac{9}{2}x + \frac{15}{2}$

16. 좌표평면에서 곡선

$$y = \frac{k}{x-2} + 1 \quad (k < 0)$$

이  $x$ 축,  $y$ 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 이 곡선의 두 점근선의 교점을 C라 하자. 세 점 A, B, C가 한 직선 위에 있도록 하는 상수  $k$ 의 값은? [4점]

- ① -5    ② -4    ③ -3    ④ -2    ⑤ -1



그래프가 C(2, 1)에 대칭  
& A, B, C(2, 1)이 한 직선 위의 점  
C는 AB의 중점

①  $\frac{0 + (-k+2)}{2} = 2 \rightarrow k = -2$

②  $\frac{0 + (1-\frac{k}{2})}{2} = 1$

17.  $a < 0$  일 때,  $x$  에 대한 연립부등식

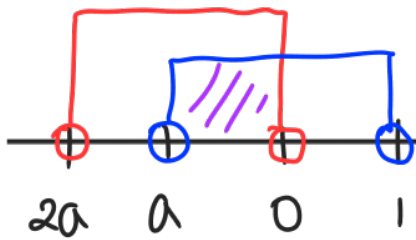
$$\begin{cases} (x-a)^2 < a^2 & \text{--- ①} \\ x^2 + a < (a+1)x & \text{--- ②} \end{cases}$$

의 해가  $b < x < b+1$  이다.  $a+b$  의 값은? (단,  $a, b$  는 상수이다.) [4점]

- ① 2      ② 1      ③ 0      ④ -1      ⑤ -2

①  $(x-a)^2 - a^2 < 0$   
 $(x-2a)x < 0 \quad \therefore \underline{2a < x < 0}$

②  $x^2 - (a+1)x + a < 0$   
 $(x-a)(x-1) < 0 \quad \therefore \underline{a < x < 1}$



$\therefore a < x < 0$   
 $\parallel \quad \parallel$  ) 같다  
 $b < x < b+1$   
 $a = -1 \quad b = -1$

18. 어느 학교에서는 '확률과 통계', '미적분', '기하'의 수학 과목 3개와 '물리학II', '화학II', '생명과학II', '지구과학II'의 과학 과목 4개를 선택 교육 과정으로 운영한다. 두 학생 A, B가 이 7개의 과목 중에서 다음 조건을 만족시키도록 과목을 선택하려고 한다.

- A, B는 각자 1개 이상의 수학 과목을 포함한 3개의 과목을 선택한다.
- A가 선택하는 3개의 과목과 B가 선택하는 3개의 과목 중에서 서로 일치하는 과목의 개수는 1이다.

다음은 A, B가 과목을 선택하는 경우의 수를 구하는 과정이다.

A, B가 선택하는 과목 중에서 서로 일치하는 과목이 수학 과목인 경우와 과학 과목인 경우로 나누어 구할 수 있다.

(i) 서로 일치하는 과목이 수학 과목일 때  
 3개의 수학 과목 중에서 1개를 선택하는 경우의 수는  ${}_3C_1 = 3$   
 위의 각 경우에 대하여 나머지 6개의 과목 중에서 A가 2개를 선택하고, 나머지 4개의 과목 중에서 B가 2개를 선택하는 경우의 수는

(가)  $(가) = {}_6C_2 \times {}_4C_2 = 90$   
 이때의 경우의 수는  $3 \times (가) = 270$   
 $= p$

(ii) 서로 일치하는 과목이 과학 과목일 때  
 4개의 과학 과목 중에서 1개를 선택하는 경우의 수는  ${}_4C_1 = 4$   
 위의 각 경우에 대하여 나머지 6개의 과목 중에서 A, B는 수학 과목을 1개 이상 선택해야 하므로 다음 두 가지 경우로 나눌 수 있다.

(ii-1) A, B 모두 수학 과목 1개와 과학 과목 1개를 선택하는 경우의 수는  $({}_3C_1 \times {}_3C_1) \times ({}_2C_1 \times {}_2C_1) = 36$

(ii-2) A, B 중 한 명은 수학 과목 2개를 선택하고, 다른 한 명은 수학 과목 1개와 과학 과목 1개를 선택하는 경우의 수는

(나)  $4 \times (36 + (나))$   
 이때의 경우의 수는  $4 \times (36 + (나))$

(i), (ii)에 의하여 구하는 경우의 수는  $3 \times (가) + 4 \times (36 + (나))$ 이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각  $p, q$ 라 할 때,  $p+q$ 의 값은? [4점]

- ① 102      ② 108      ③ 114      ④ 120      ⑤ 126

(나) 수학 2개 선택할 사람 선정  $\rightarrow 2$   
 수학 3개 중 2개 선택  $\rightarrow {}_3C_2$   
 다른 학생은 [ 남은 수학 1개  $\rightarrow 1$   
 남은 과학 3개  $\rightarrow 3$   
 $q = 2 \times {}_3C_2 \times 1 \times 3 = 18$

19. 자연수  $n$ 에 대한 조건

' $2 \leq x \leq 5$ 인 어떤 실수  $x$ 에 대하여  $x^2 - 8x + n \geq 0$ 이다.'

가 참인 명제가 되도록 하는  $n$ 의 최솟값은? [4점]

- ① 12      ② 13      ③ 14      ④ 15      ⑤ 16

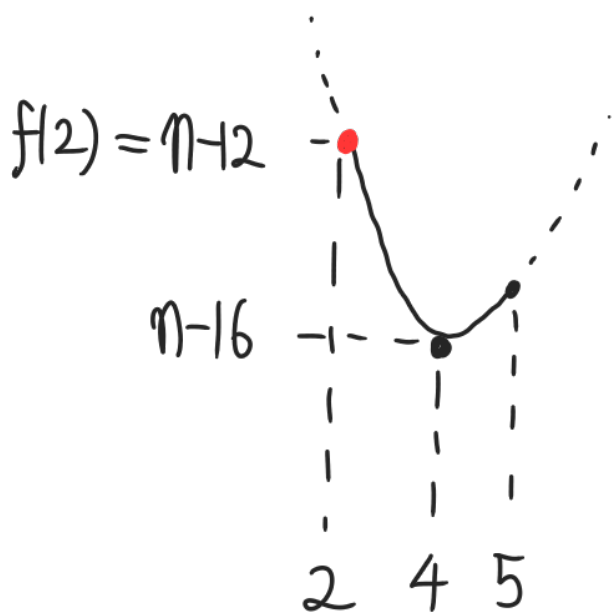
\* 우리 반 어떤 학생 키 180 이상이다.

⇔ 우리 반 한명이라도 키 180 이상이다.

⇔ 우리 반 가장 큰 학생 키 180 이상이다.

\*  $2 \leq x \leq 5$ 에서  $f(x) = x^2 - 8x + n$ 의 최댓값이 0 이상이면 된다

$$f(x) = (x-4)^2 + n - 16$$



최댓값  $n-12 \geq 0 \implies n \geq 12$

20. 세 집합

$$X = \{1, 2, 3, 4\}, Y = \{2, 3, 4, 5\}, Z = \{3, 4, 5\}$$

에 대하여 두 함수  $f: X \rightarrow Y, g: Y \rightarrow Z$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수  $f$ 는 일대일 대응이다.
- (나)  $x \in (X \cap Y)$ 이면  $g(x) - f(x) = 1$ 이다. **2, 3, 4**

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

- ㄱ. 함수  $g \circ f$ 의 치역은  $Z$ 이다.
- ㄴ.  $f^{-1}(5) \geq 2$
- ㄷ.  $f(3) < g(2) < f(1)$ 이면  $f(4) + g(2) = 6$ 이다.

- ① ㄱ      ② ㄱ, ㄴ      ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

①  $X \cap Y = \{2, 3, 4\}$ ,  
 $f$  일대일 이므로

$x=2, 3, 4$  일때  $f(x)$  3가지 값 가짐.

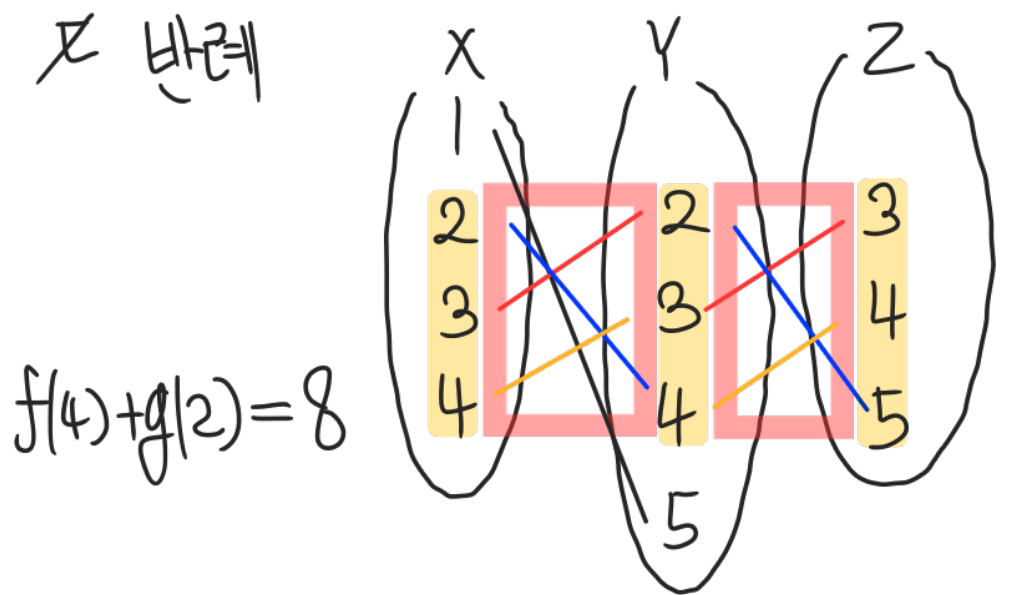
$x=2, 3, 4$  일때  $g(x) = f(x) + 1$ 도 3가지 값.

따라서  $g(x)$ 는  $Z = \{3, 4, 5\}$  모든 값 가능

$\times f(2) = 5 \implies g(2) = f(2) + 1 = 6 \notin Z$  모순

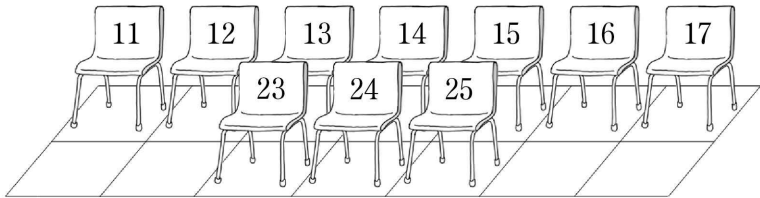
$\therefore f(2) \neq 5$ . 마찬가지로  $f(3) \neq 5, f(4) \neq 5$   
 따라서  $f(1) = 5, f^{-1}(5) = 1$

또 반례



$g(x) = f(x) + 1$  ( $x=2, 3, 4$ ) 이므로    는 같은 구조

21. 그림과 같이 좌석 번호가 적힌 10 개의 의자가 배열되어 있다.

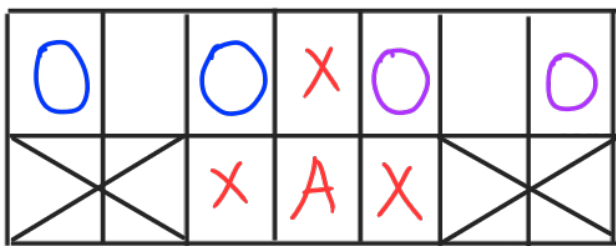


두 학생 A, B를 포함한 5명의 학생이 다음 규칙에 따라 10개의 의자 중에서 서로 다른 5개의 의자에 앉는 경우의 수는? [4점]

- (가) A의 좌석 번호는 24 이상이고, B의 좌석 번호는 14 이하이다.
- (나) 5명의 학생 중에서 어느 두 학생도 좌석 번호의 차가 1이 되도록 앉지 않는다.
- (다) 5명의 학생 중에서 어느 두 학생도 좌석 번호의 차가 10이 되도록 앉지 않는다.

- ① 54    ② 60    ③ 66    ④ 72    ⑤ 78

① A=24

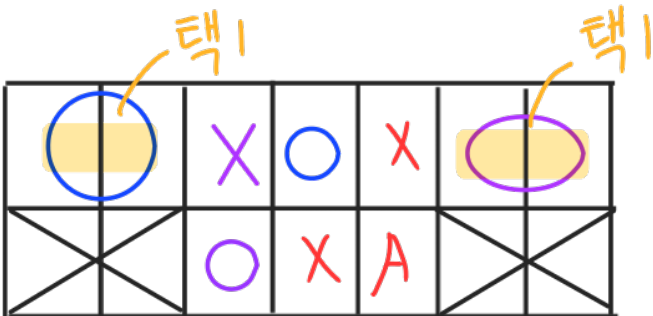


B는 2가지

나머지 3!

→  $2 \times 3! = 12$

② A=25



좌석 배치 2x2

B는 2

나머지 3!

→  $2 \times 2 \times 2 \times 3! = 48$

∴  $12 + 48 = 60$

9 / 12

단답형

22. 다항식  $x^3 + x^2 - 2x$ 를  $x-2$ 로 나눈 나머지를 구하시오. [3점]

☆ 나머지 정리  
0 이 아닌 다항식  $P(x)$ 를  $x-a$ 로 나눈 나머지는  $P(a)$

$x=2$  대입  $8+4-4=8$

8

23. 함수  $f(x) = \sqrt{x-2} + 2$ 에 대하여  $f^{-1}(7)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$f^{-1}(7) = a \Leftrightarrow f(a) = 7$

$\sqrt{a-2} + 2 = 7$

$\sqrt{a-2} = 5$

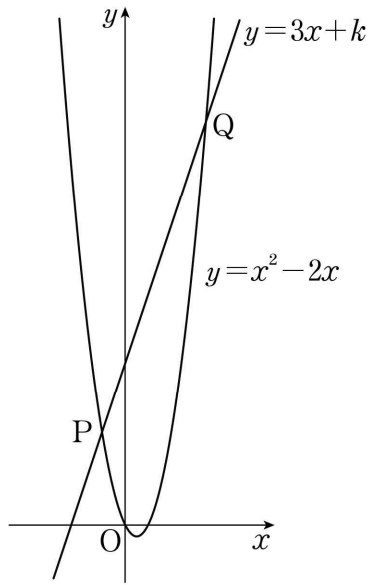
$a-2 = 25$

$a = 27$

27



27. 곡선  $y=x^2-2x$ 와 직선  $y=3x+k(k>0)$ 이 두 점 P, Q에서 만난다. 선분 PQ를 1:2로 내분하는 점의 x좌표가 1일 때, 상수 k의 값을 구하시오. (단, 점 P의 x좌표는 점 Q의 x좌표보다 작다.) [4점]



P의 x좌표  $\alpha$ , Q의 x좌표  $\beta$ .

$$\frac{\beta+2\alpha}{1+2} = 1, \quad 2\alpha+\beta = 3 \quad \text{--- ㉞}$$

$\alpha, \beta$ 는  $x^2-2x=3x+k$ 의 근  
 $x^2-5x-k=0$

두 근의 합  $\alpha+\beta=5$  --- ㉟

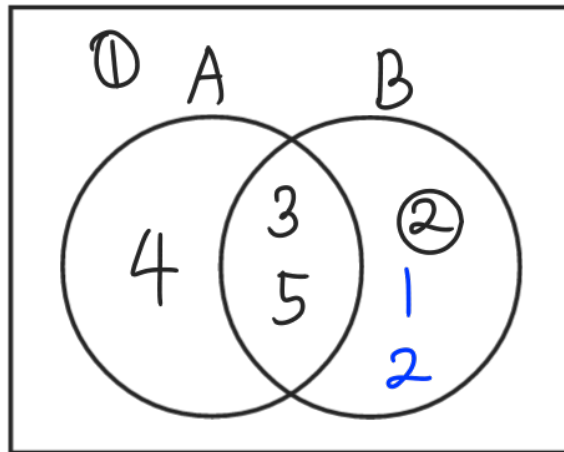
㉞ - ㉟ :  $\alpha = -2, \beta = 7$

두 근의 곱  $\alpha\beta = -k = -14$   
 $k = 14$

14

28. 전체집합 U의 두 부분집합 A, B가 다음 조건을 만족시킬 때, 집합 B의 모든 원소의 합을 구하시오. [4점]

- (가)  $A = \{3, 4, 5\}, A^c \cup B^c = \{1, 2, 4\}$   
 (나)  $X \subset U$ 이고  $n(X)=1$ 인 모든 집합 X에 대하여 집합  $(A \cup X) - B$ 의 원소의 개수는 1이다.



11

$$X = \{a\}$$

$a \in A$  일 때는  $A \cup X = A$  이므로 (나) 성립

$a \notin A$  일 때.

i) a가 ㉠에 있다면  $(A \cup X) - B$ 의 원소로

4와 a가 있어 (나) 성립 x

ii) a가 ㉡에 있다면

a는  $(A \cup X) - B$  원소 아니다.

따라서 1, 2 모두 ㉡에 있다.

