

챙길 것이 있는 문제

- #30p Level1 5번 로그 나오면 진수, 밑 조건부터 확인
- #33p Level3 2번 지수함수와 로그함수 Γ 문제의 기본
- #31p Level2 3번 그래프 2개 이상이면 관계부터 확인
+ 사선 공식 넓이 구하기
- #33p Level3 1번 그래프 2개 이상이면 관계부터 확인
+ 직선이 평행이동 보조선인 경우
- #33p Level3 3번 $\log(\text{등비수열}) = \text{등차수열}$

#30p Level1 5번 로그 나오면 **진수, 밑 조건부터 확인**

부등식 $\log_2(x^2 - 3x) > \log_2(8 - x)$ 를 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오.

$$\textcircled{1} \quad x^2 - 3x > 0, \quad 8 - x > 0$$

$$= x(x - 3)$$

$$x < 0 \quad \text{또는} \quad 3 < x < 8$$

$$\textcircled{2} \quad x^2 - 3x > 8 - x$$

$$x^2 - 2x - 8 = (x - 4)(x + 2) > 0$$

$$x < -2 \quad \text{또는} \quad x > 4$$

$$\therefore 4 < x < 8$$

$$5, 6, 7$$

$$\boxed{18}$$

#33p Level3 2번 **지수함수와 로그함수 기하 문제**의 기본

그림과 같이 함수 $y = \log_3(x+1)$ 의 그래프와 함수 $y = |\log_{\frac{1}{2}} x|$ 의 그래프가 만나는

두 점을 각각 $P(x_1, y_1), Q(x_2, y_2)$ ($x_1 < x_2$)라 하자. 보기에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

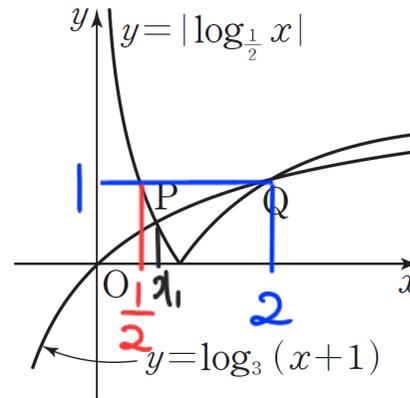
$\boxed{\text{ㄱ, ㄷ}}$

< 보기 >

ㄱ. $x_1 > \frac{1}{2}$

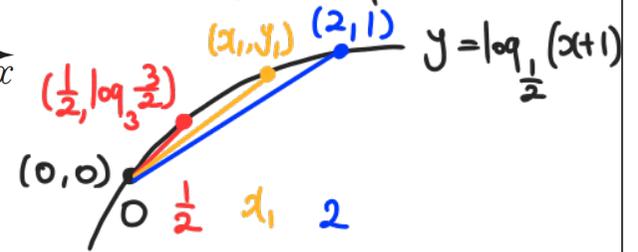
ㄴ. $y_2 < 1$

ㄷ. $y_1 < x_1 < 2y_1$



$$\textcircled{\text{C}} \quad y_1 < x_1 < 2y_1$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} < \frac{y_1}{x_1} < 1$$



$$1 > \log_3\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{\log_3 \frac{3}{2}}{\frac{1}{2}} > \frac{y_1}{x_1} > \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{2} < \frac{y_1}{x_1} < 1$$

$$\textcircled{1} \quad \left| \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} \right| > \log_3 \left(\frac{1}{2} + 1 \right) \quad \times \quad \left| \log_{\frac{1}{2}} 2 \right| = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}, \quad \textcircled{2}$$

이므로 $x_1 > \frac{1}{2}$

$$\log_3(x+1) = 1 \Leftrightarrow x = \textcircled{2}$$

$$Q(2, \textcircled{1}) = y_2$$

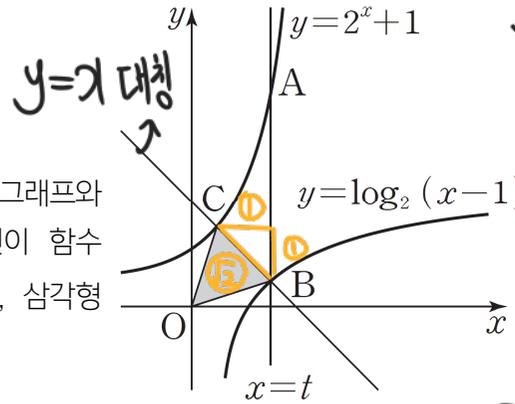
수능특강 핵심정리

2. 지수함수와 로그함수

모수_모두의수학
모수 | 모두의수학

#31p Level2 3번 **그래프 2개 이상이면 관계부터 확인**
+ **사선 공식 넓이 구하기**

그림과 같이 직선 $x=t(t>2)$ 가 두 함수 $y=2^x+1$, $y=\log_2(x-1)$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 B를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 함수 $y=2^x+1$ 의 그래프와 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB}=8$, $\overline{BC}=2\sqrt{2}$ 일 때, 삼각형 OBC의 넓이는? (단, O는 원점이다.)



역함수, B, C는 $y=x$ 대칭

$A(t, 2^t+1)$ $\overline{BC}=2\sqrt{2}$, $2 = t - \log_2(t-1)$
 $B(t, \log_2(t-1))$ $\hookrightarrow \log_2(t-1) = t-2$, $t-1 = 2^{t-2}$, $4(t-1) = 2^t$
 $C(\log_2(t-1), t)$ $\overline{AB}=8 = 2^t+1 - \log_2(t-1)$ 대입

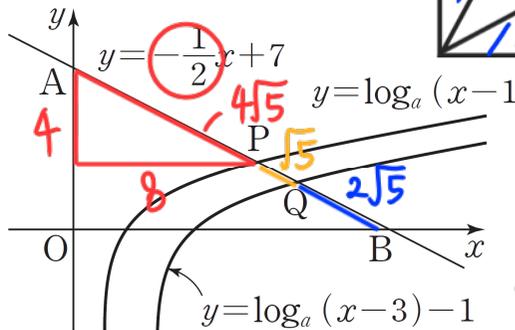
$8 = 4(t-1)+1 - (t-2)$
 $9 = 3t, t=3$
 $B(3, 1), C(1, 3)$

① $\Delta OBC = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{2} |9-1| = 4$

② $3^2 - 2 - 2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 1 = 4$

#33p Level3 1번 **그래프 2개 이상이면 관계부터 확인**
+ **직선이 평행이동 보조선인 경우**

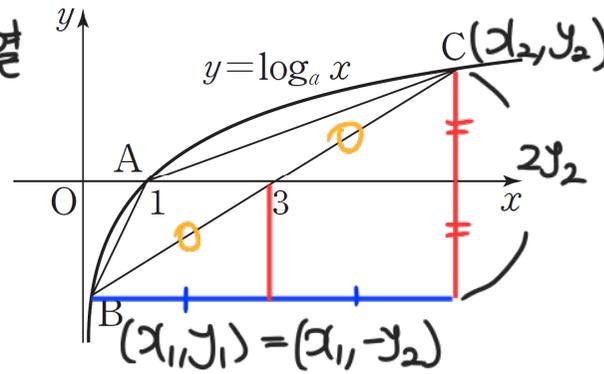
그림과 같이 직선 $y=-\frac{1}{2}x+7$ 이 y 축, x 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y=-\frac{1}{2}x+7$ 이 두 함수 $y=\log_a(x-1)$, $y=\log_a(x-3)-1$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. $\overline{AP}=2\overline{QB}$ 일 때, 상수 a 의 값은? (단, $a>1$)



$P \begin{matrix} \textcircled{1}+2 \\ \textcircled{2}-1 \end{matrix} \rightarrow Q$, $\overline{PQ} = \sqrt{5}$,
 $A(0, 7), B(14, 0)$ $\overline{AB} = 7\sqrt{5}$.
 $\overline{AP} + \overline{QB} = 6\sqrt{5}$

$A(0, 7) \begin{matrix} \textcircled{2}+8 \\ \textcircled{1}-4 \end{matrix} \rightarrow P(8, 3)$ 를 $y=\log_a(x-1)$ 대입
 $3 = \log_a 7, 7 = a^3, a = 7^{\frac{1}{3}}$

#33p Level3 3번 $\log(\text{등비수열}) = \text{등차수열}$, $a^{\text{등차수열}} = \text{등비수열}$
 그림과 같이 곡선 $y = \log_a x$ ($a > 1$) 위에 서로 다른 세 점 $A(1, 0)$, $B(x_1, y_1)$, $C(x_2, y_2)$ 가 있다. $x_1 < 1 < x_2$ 를 만족시키는 세 수 $x_1, 1, x_2$ 는 이 순서대로 등비수열을 이룬다. 직선 BC의 x 절편이 3이고 삼각형 ABC의 넓이가 4일 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 의 값을 구하시오.



$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \times 2 \times 2y_2 = 4$$

$$y_2 = 2$$

$$C(a^2, 2), B(a^{-2}, -2)$$

$$\overline{BC} \text{ 중점이 } (3, 0)$$

$$\frac{1}{2}(a^2 + a^{-2}) = 3 \quad \therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = 6 \quad \boxed{6}$$