

2021학년도 두뇌 (가) 미적분 + 두뇌교

2021.03.03

실상범.

7. 함수  $f(x) = (x^2 - 2x - 7)e^x$  의 극댓값과 극솟값을 각각  $a, b$  라 할 때,  $a \times b$  의 값은? [3점]

- ① -32      ② -30      ③ -28      ④ -26      ⑤ -24

8. 곡선  $y = e^{2x}$  과  $x$  축 및 두 직선  $x = \ln \frac{1}{2}$ ,  $x = \ln 2$  로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ①  $\frac{5}{3}$       ②  $\frac{15}{8}$       ③  $\frac{15}{7}$       ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 3

11.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt{\frac{3n}{3n+k}}$  의 값은? [3점]

①  $4\sqrt{3}-6$

②  $\sqrt{3}-1$

③  $5\sqrt{3}-8$

④  $2\sqrt{3}-3$

⑤  $3\sqrt{3}-5$

14. 그림과 같이  $AB_1 = 2$ ,  $AD_1 = 4$ 인 직사각형  $AB_1C_1D_1$ 이 있다. 선분  $AD_1$ 을 3:1로 내분하는 점을  $E_1$ 이라 하고, 직사각형  $AB_1C_1D_1$ 의 내부에 점  $F_1$ 을  $\overline{F_1E_1} = \overline{F_1C_1}$ ,

$\angle E_1F_1C_1 = \frac{\pi}{2}$ 가 되도록 잡고 삼각형  $E_1F_1C_1$ 을 그린다.

사각형  $E_1F_1C_1D_1$ 을 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 선분  $AB_1$  위의 점  $B_2$ , 선분  $E_1F_1$  위의 점  $C_2$ ,

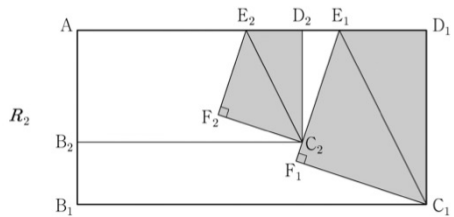
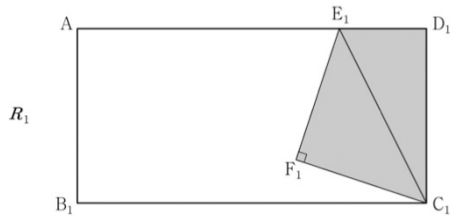
선분  $AE_1$  위의 점  $D_2$ 와 점  $A$ 를 꼭짓점으로 하고

$\overline{AB_2} : \overline{AD_2} = 1:2$ 인 직사각형  $AB_2C_2D_2$ 를 그린다. 그림  $R_1$ 을

얻은 것과 같은 방법으로 직사각형  $AB_2C_2D_2$ 에

삼각형  $E_2F_2C_2$ 를 그리고 사각형  $E_2F_2C_2D_2$ 를 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ①  $\frac{441}{103}$     ②  $\frac{441}{109}$     ③  $\frac{441}{115}$     ④  $\frac{441}{121}$     ⑤  $\frac{441}{127}$

15.  $x > 0$ 에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 에 대하여

$$f'(x) = 2 - \frac{3}{x^2}, \quad f(1) = 5$$

이다.  $x < 0$ 에서 미분가능한 함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $g(-3)$ 의 값은? [4점]

(가)  $x < 0$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  $g'(x) = f'(-x)$ 이다.

(나)  $f(2) + g(-2) = 9$

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

18. 실수  $a$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a-2)x^{2n+1} + 2x}{3x^{2n} + 1}$$

라 하자.  $(f \circ f)(1) = \frac{5}{4}$ 가 되도록 하는 모든  $a$ 의 값의 합은?

[4점]

- ①  $\frac{11}{2}$       ②  $\frac{13}{2}$       ③  $\frac{15}{2}$       ④  $\frac{17}{2}$       ⑤  $\frac{19}{2}$

20. 함수  $f(x) = \pi \sin 2\pi x$ 에 대하여 정의역이 실수 전체의 집합이고 치역이 집합  $\{0, 1\}$ 인 함수  $g(x)$ 와 자연수  $n$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,  $n$ 의 값은? [4점]

함수  $h(x) = f(nx)g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이고

$$\int_{-1}^1 h(x) dx = 2, \quad \int_{-1}^1 x h(x) dx = -\frac{1}{32}$$

이다.

- ① 8      ② 10      ③ 12      ④ 14      ⑤ 16

24. 그림과 같이  $\overline{AB} = 2$ ,  $\angle B = \frac{\pi}{2}$  인 직각삼각형 ABC에서

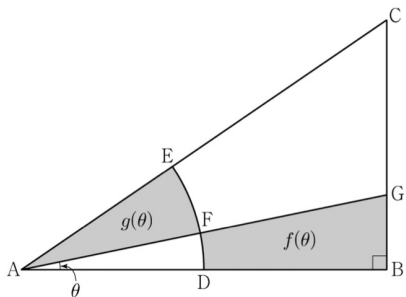
중심이 A, 반지름의 길이가 1인 원이 두 선분 AB, AC와 만나는 점을 각각 D, E라 하자.

호 DE의 삼등분점 중 점 D에 가까운 점을 F라 하고,

직선 AF가 선분 BC와 만나는 점을 G라 하자.

$\angle BAG = \theta$ 라 할 때, 삼각형 ABG의 내부와 부채꼴 ADF의 외부의 공통부분의 넓이를  $f(\theta)$ , 부채꼴 AFE의 넓이를  $g(\theta)$ 라

하자.  $40 \times \lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{g(\theta)}$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ ) [3점]





28. 두 상수  $a, b (a < b)$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = (x-a)(x-b)^2$$

이라 하자. 함수  $g(x) = x^3 + x + 1$ 의 역함수  $g^{-1}(x)$ 에 대하여  
합성함수  $h(x) = (f \circ g^{-1})(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  
 $f(8)$ 의 값을 구하십시오. [4점]

(가) 함수  $(x-1)|h(x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

(나)  $h'(3) = 2$

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여

실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $g(x) = f(\sin^2 \pi x)$ 가

다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $0 < x < 1$ 에서 함수  $g(x)$ 가 극대가 되는  $x$ 의 개수가  
3이고, 이때 극댓값이 모두 동일하다.

(나) 함수  $g(x)$ 의 최댓값은  $\frac{1}{2}$ 이고 최솟값은 0이다.

$f(2) = a + b\sqrt{2}$  일 때,  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. (단,  $a$ 와  $b$ 는  
유리수이다.) [4점]