

2021년 2월 27일 평안남도 수성군

2021.02.27

심상범

7. 공차가  $-3$ 인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 a_7 = 64, \quad a_8 > 0$$

일 때,  $a_2$ 의 값은? [3점]

- ① 17      ② 18      ③ 19      ④ 20      ⑤ 21

9.  $\overline{AB} = 8$ 이고  $\angle A = 45^\circ$ ,  $\angle B = 15^\circ$ 인 삼각형 ABC에서  
선분 BC의 길이는? [3점]

- ①  $2\sqrt{6}$       ②  $\frac{7\sqrt{6}}{3}$       ③  $\frac{8\sqrt{6}}{3}$       ④  $3\sqrt{6}$       ⑤  $\frac{10\sqrt{6}}{3}$

11.  $n$ 이 자연수일 때,  $x$ 에 대한 이차방정식

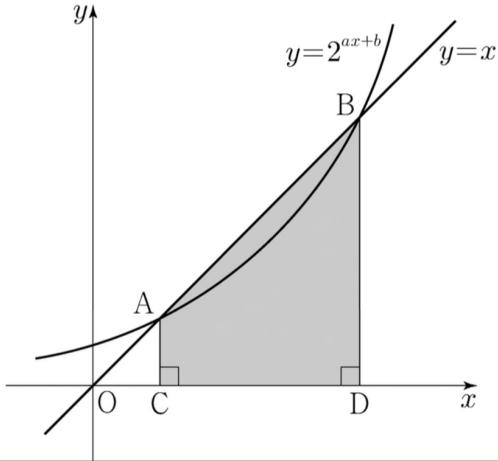
$$(n^2 + 6n + 5)x^2 - (n + 5)x - 1 = 0$$

의 두 근의 합을  $a_n$ 이라 하자.  $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k}$ 의 값은? [3점]

- ① 65      ② 70      ③ 75      ④ 80      ⑤ 85

15. 곡선  $y=2^{ax+b}$  과 직선  $y=x$ 가 서로 다른 두 점 A, B에서 만날 때, 두 점 A, B에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자.  $\overline{AB}=6\sqrt{2}$  이고 사각형 ACDB의 넓이가 30일 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [4점]

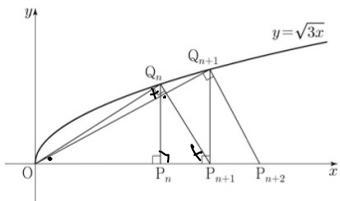
- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{5}{6}$



16. 모든 자연수  $n$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는  $x$ 축 위의 점  $P_n$ 과 곡선  $y = \sqrt{3x}$  위의 점  $Q_n$ 이 있다.

- 선분  $OP_n$ 과 선분  $P_nQ_n$ 이 서로 수직이다.
- 선분  $OQ_n$ 과 선분  $Q_nP_{n+1}$ 이 서로 수직이다.

다음은 점  $P_1$ 의 좌표가  $(1, 0)$ 일 때, 삼각형  $OP_{n+1}Q_n$ 의 넓이  $A_n$ 을 구하는 과정이다. (단,  $O$ 는 원점이다.)



모든 자연수  $n$ 에 대하여 점  $P_n$ 의 좌표를  $(a_n, 0)$ 이라 하자.

$\overline{OP_{n+1}} = \overline{OP_n} + \overline{P_nP_{n+1}}$ 이므로

$$a_{n+1} = a_n + \overline{P_nP_{n+1}}$$

이다. 삼각형  $OP_nQ_n$ 과 삼각형  $Q_nP_nP_{n+1}$ 이 닮음이므로

$$\overline{OP_n} : \overline{P_nQ_n} = \overline{P_nQ_n} : \overline{P_nP_{n+1}}$$

이고, 점  $Q_n$ 의 좌표는  $(a_n, \sqrt{3a_n})$ 이므로

$$\overline{P_nP_{n+1}} = \boxed{(\text{가})}$$

이다. 따라서 삼각형  $OP_{n+1}Q_n$ 의 넓이  $A_n$ 은

$$A_n = \frac{1}{2} \times \left( \boxed{(\text{나})} \right) \times \sqrt{9n-6}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를  $p$ , (나)에 알맞은 식을  $f(n)$ 이라 할 때,  $p+f(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 20    ② 22    ③ 24    ④ 26    ⑤ 28

17.  $\angle A = 90^\circ$  이고  $\overline{AB} = 2\log_2 x$ ,  $\overline{AC} = \log_4 \frac{16}{x}$  인 삼각형

ABC의 넓이를  $S(x)$ 라 하자.  $S(x)$ 가  $x=a$ 에서 최댓값  $M$ 을  
가질 때,  $a+M$ 의 값은? (단,  $1 < x < 16$ ) [4점]

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

21. 수열  $\{a_n\}$ 은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} 2a_n + a_{n+1} & (a_n \leq a_{n+1}) \\ a_n + a_{n+1} & (a_n > a_{n+1}) \end{cases}$$

을 만족시킨다.  $a_3 = 2$ ,  $a_6 = 19$ 가 되도록 하는 모든  $a_1$ 의 값의 합은? [4점]

- ①  $-\frac{1}{2}$     ②  $-\frac{1}{4}$     ③ 0    ④  $\frac{1}{4}$     ⑤  $\frac{1}{2}$

25.  $\overline{AB} = 6$ ,  $\overline{AC} = 10$  인 삼각형  $ABC$ 가 있다. 선분  $AC$  위에 점  $D$ 를  $\overline{AB} = \overline{AD}$ 가 되도록 잡는다.  $\overline{BD} = \sqrt{15}$  일 때, 선분  $BC$ 의 길이를  $k$ 라 하자.  $k^2$ 의 값을 구하시오. [3점]

