

2014~2021학년도  
수학 평가원 기출 모음

미적분 336제



## [목차]

### [1] 수열의 극한

- 수열의 극한 2, 3점
- 수열의 극한 4점
- 평면도형과 등비급수

### [2] 여러 가지 함수의 미분

- 지수함수와 로그함수의 극한과 미분
- 삼각함수의 극한과 미분
  - 도형의 극한

### [3] 여러 가지 미분법

- 미분법 2, 3점
- 미분법 4점(2130 제외)
  - 미분법 2130

### [4] 여러 가지 적분법

- 적분법 2, 3점
- 적분법 4점(2130 제외)
  - 적분법 2130

**# 1** 수열의 극한 / 2, 3점 45제

**1** 2014 6 A 3

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5 \times 7^{n+1} + 3}{7^n}$  의 값은?

- ① 15      ② 20      ③ 25      ④ 30      ⑤ 35

**2** 2014 6 A 10

함수

$$f(x) = \begin{cases} x+a & (x \leq 1) \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2x^{n+1} + 3x^n}{x^n + 1} & (x > 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

**3** 2014 6 A 24

수열  $\{a_n\}$  이 모든 자연수  $n$ 에 대하여 부등식

$$3n^2 + 2n < a_n < 3n^2 + 3n$$

을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5a_n}{n^2 + 2n}$  의 값을 구하시오.

**4** 2014 9 A 22

$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 28n} - n)$  의 값을 구하시오.

**5** 2014 11 A 3

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \times 3^{n+1} + 5}{3^n}$  의 값은?

- ① 10      ② 9      ③ 8      ④ 7      ⑤ 6

**6** 2015 6 A 8

첫째항이 3이고 공비가 3인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^{n+1} - 7}{a_n}$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

**7** 2015 6 A 22

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 5}{n^2 + 2n}$  의 값을 구하시오.

**8** 2015 6 A 25

수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 무한급수  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n - \frac{5n}{n+1}\right)$ 이 수렴할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  의 값을 구하시오.

9 2015 6 B 25

공비가 양수인 등비수열  $\{a_n\}$  이

$$a_1 + a_2 = 20, \quad \sum_{n=3}^{\infty} a_n = \frac{4}{3}$$

를 만족시킬 때,  $a_1$  의 값을 구하시오.

10 2015 9 A 3

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 + 1}{n^3 + 3} \text{의 값은?}$$

- ① 1            ② 2            ③ 3            ④ 4            ⑤ 5

11 2015 9 A 12

자연수  $n$  에 대하여  $3^n \cdot 5^{n+1}$  의 모든 양의 약수의 개수를

$a_n$  이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$  의 값은?

- ①  $\frac{1}{2}$             ②  $\frac{7}{12}$             ③  $\frac{2}{3}$             ④  $\frac{3}{4}$             ⑤  $\frac{5}{6}$

12 2015 11 A 3

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2 + 6}{n^2 + 3n} \text{의 값은?}$$

- ① 1            ② 2            ③ 3            ④ 4            ⑤ 5

13 2015 11 A 11

등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1 = 3, a_2 = 1$ 일 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^2$ 의 값은?

- ①  $\frac{81}{8}$             ②  $\frac{83}{8}$             ③  $\frac{85}{8}$             ④  $\frac{87}{8}$             ⑤  $\frac{89}{8}$

14 2015 11 A 24

두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

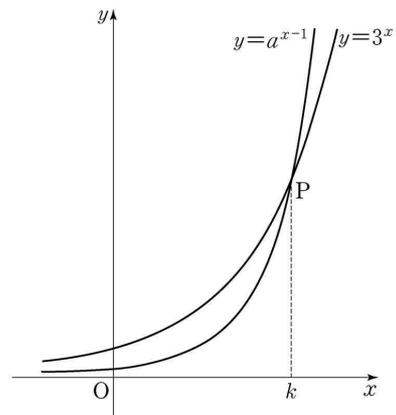
$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 4, \quad \sum_{n=1}^{\infty} b_n = 10$$

일 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} (a_n + 5b_n)$ 의 값을 구하시오.

15 2015 11 B 13

$a > 3$ 인 상수  $a$ 에 대하여 두 곡선  $y = a^{x-1}$ 과  $y = 3^x$ 이 점  $P$ 에서 만난다. 점  $P$ 의  $x$ 좌표를  $k$ 라 할 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{a}{3}\right)^{n+k}}{\left(\frac{a}{3}\right)^{n+1} + 1} \text{의 값은?}$$



- ① 1            ② 2            ③ 3            ④ 4            ⑤ 5

16 2016 6 A 3

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ 6 + \left( \frac{5}{9} \right)^n \right\}$ 의 값은?

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

17 2016 6 A 12

공비가 3인 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합  $S_n$ 이

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{3^n} = 5$$

를 만족시킬 때, 첫째항  $a_1$ 의 값은?

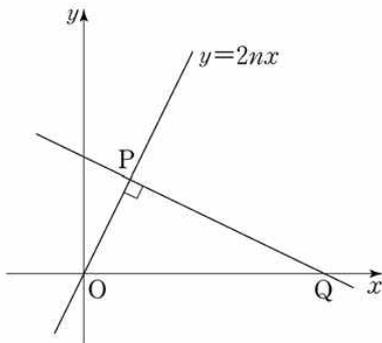
- ① 8      ② 10      ③ 12      ④ 14      ⑤ 16

18 2016 6 B 10

자연수  $n$ 에 대하여 직선  $y = 2nx$  위의 점  $P(n, 2n^2)$ 을 지나고 이 직선과 수직인 직선이  $x$ 축과 만나는 점을  $Q$ 라 할 때, 선분  $OQ$ 의 길이를  $l_n$ 이라 하자.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{l_n}{n^3}$ 의 값은?

(단,  $O$ 는 원점이다.)

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5



19 2016 9 A 3

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \times 2^{n+1} + 1}{2^n}$ 의 값은?

- ① 3      ② 6      ③ 9      ④ 12      ⑤ 15

20 2016 9 A 9

등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_1 = 4$ ,  $a_4 - a_2 = 4$ 일 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{na_n}$ 의 값은?

- ① 1      ②  $\frac{3}{2}$       ③ 2      ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 3

21 2016 9 B 24

자연수  $n$ 에 대하여  $x$ 에 대한 이차방정식

$$x^2 + 2nx - 4n = 0$$

의 양의 실근을  $a_n$ 이라 하자.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값을 구하시오.

22 2016 11 A 10

수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 곡선  $y = x^2 - (n+1)x + a_n$ 은  $x$ 축과 만나고, 곡선  $y = x^2 - nx + a_n$ 은  $x$ 축과 만나지 않는다.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{20}$       ②  $\frac{1}{10}$       ③  $\frac{3}{20}$       ④  $\frac{1}{5}$       ⑤  $\frac{1}{4}$

23 2016 11 A 23

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \times 9^n - 13}{9^n}$ 의 값을 구하시오.

24 2016 11 B 25

첫째항이 1이고 공비가  $r (r > 1)$ 인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{S_n} = \frac{3}{4}$ 이다.  $r$ 의 값을 구하시오.

25 2017 6 나 3

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n^2 - n}{2n^2 + 3}$ 의 값은?

- ①  $\frac{5}{2}$       ② 3      ③  $\frac{7}{2}$       ④ 4      ⑤  $\frac{9}{2}$

26 2017 6 나 8

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 + \frac{1}{3^n}\right) \left(a + \frac{1}{2^n}\right) = 10$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

27 2017 9 나 3

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8n^2 + 1}{3n^2 - 2}$ 의 값은?

- ① 2      ②  $\frac{8}{3}$       ③  $\frac{10}{3}$       ④ 4      ⑤  $\frac{14}{3}$

28 2018 6 나 3

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8^{n+1} - 4^n}{8^n + 3}$ 의 값은?

- ① 6      ② 8      ③ 10      ④ 12      ⑤ 14

29 2018 9 나 4

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 \times 3^{n+1} + 1}{3^n}$ 의 값은?

- ① 8      ② 9      ③ 10      ④ 11      ⑤ 12

30 2018 11 나 3

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5^n - 3}{5^{n+1}}$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{5}$       ②  $\frac{1}{4}$       ③  $\frac{1}{3}$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤ 1

**31** 2019 6 나 2

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + n + 1}{2n^2 + 1}$  의 값은?

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④ 2      ⑤  $\frac{5}{2}$

**32** 2019 6 나 11

급수  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{x}{5}\right)^n$  이 수렴하도록 하는 모든 정수  $x$  의 개수는?

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

**33** 2019 9 나 3

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \times 4^n + 2^n}{4^n + 3}$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

**34** 2019 11 나 3

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{6n^2 - 3}{2n^2 + 5n}$  의 값은?

- ① 5      ② 4      ③ 3      ④ 2      ⑤ 1

**35** 2020 6 나 2

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9n^2 + 4n + 1}}{2n + 5}$  의 값은?

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④ 2      ⑤  $\frac{5}{2}$

**36** 2020 6 나 11

수열  $\{a_n\}$  이  $\sum_{n=1}^{\infty} (2a_n - 3) = 2$  를 만족시킨다.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = r$  일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{r^{n+2} - 1}{r^n + 1}$  의 값은?

- ①  $\frac{7}{4}$       ② 2      ③  $\frac{9}{4}$       ④  $\frac{5}{2}$       ⑤  $\frac{11}{4}$

**37** 2020 9 나 10

모든 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$  이 모든 자연수  $n$  에 대하여 부등식

$$\sqrt{9n^2 + 4} < \sqrt{na_n} < 3n + 2$$

를 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$  의 값은?

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

**38** 2020 11 나 3

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9n^2 + 4}}{5n - 2}$  의 값은?

- ①  $\frac{1}{5}$       ②  $\frac{2}{5}$       ③  $\frac{3}{5}$       ④  $\frac{4}{5}$       ⑤ 1

**39** 2021 6 가 2

$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{9n^2 + 12n} - 3n)$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

**40** 2021 6 가 5

수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k}{n} = 10$ 일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 2a_n^2 + 3n^2}{a_n^2 + n^2}$ 의 값은?

- ① 3      ②  $\frac{7}{2}$       ③ 4      ④  $\frac{9}{2}$       ⑤ 5

**41** 2021 6 가 7

함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \times \left(\frac{x}{4}\right)^{2n+1} - 1}{\left(\frac{x}{4}\right)^{2n} + 3}$$

에 대하여  $f(k) = -\frac{1}{3}$ 을 만족시키는 정수  $k$ 의 개수는?

- ① 5      ② 7      ③ 9      ④ 11      ⑤ 13

**42** 2021 9 가 2

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+1)^2 - (2n-1)^2}{2n+5}$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

**43** 2021 9 가 4

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n(n+2)}$ 의 값은?

- ① 1      ②  $\frac{3}{2}$       ③ 2      ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 3

**44** 2021 9 가 8

등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n}{a_n + 2^n} = 6$ 일 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n}$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

**45** 2021 12 가 2

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{4n^2 + 2n + 1} - 2n}$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

## #2 수열의 극한 / 4점 14제

46 2014 6 A 14

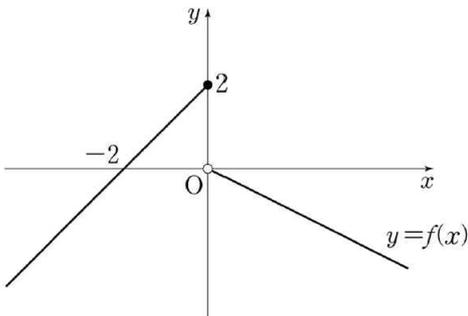
함수

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & (x \leq 0) \\ -\frac{1}{2}x & (x > 0) \end{cases}$$

의 그래프가 그림과 같다. 수열  $\{a_n\}$  은  $a_1 = 1$ 이고

$$a_{n+1} = f(f(a_n)) \quad (n \geq 1)$$

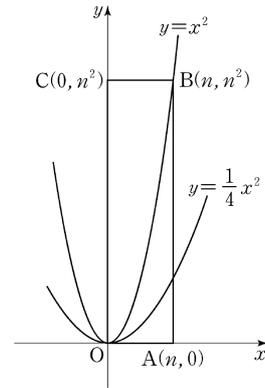
을 만족시킬 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?



- ①  $\frac{1}{3}$     ②  $\frac{2}{3}$     ③ 1    ④  $\frac{4}{3}$     ⑤  $\frac{5}{3}$

47 2014 9 A 14

그림은 두 곡선  $y=x^2$ ,  $y=\frac{1}{4}x^2$  과 꼭짓점의 좌표가  $O(0, 0)$ ,  $A(n, 0)$ ,  $B(n, n^2)$ ,  $C(0, n^2)$  인 직사각형  $OABC$ 를 나타낸 것이다. 자연수  $n$ 에 대하여,  $x$  좌표와  $y$  좌표가 모두 정수인 점 중에서 직사각형  $OABC$  또는 그 내부에 있고 부등식  $y \geq x^2$  을 만족시키는 모든 점의 개수를  $a_n$  이라 하자.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^3}$  의 값은?



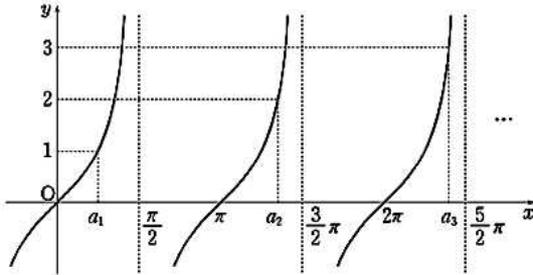
- ①  $\frac{1}{2}$     ②  $\frac{7}{12}$     ③  $\frac{2}{3}$     ④  $\frac{3}{4}$     ⑤  $\frac{5}{6}$

**48** 2014 11 B 18

자연수  $n$ 에 대하여 직선  $y = n$ 과 함수  $y = \tan x$ 의 그래프가 제 1사분면에서 만나는 점의  $x$ 좌표를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때,

$n$ 번째 수를  $a_n$ 이라 하자.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n}$ 의 값은?

- ①  $\frac{\pi}{4}$       ②  $\frac{\pi}{2}$       ③  $\frac{3}{4}\pi$       ④  $\pi$       ⑤  $\frac{5}{4}\pi$



**49** 2015 9 A 28

자연수  $n$ 에 대하여 점  $(3n, 4n)$ 을 중심으로 하고  $y$ 축에 접하는 원  $O_n$ 이 있다. 원  $O_n$  위를 움직이는 점과 점  $(0, -1)$  사이의 거리의 최댓값을  $a_n$ , 최솟값을  $b_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$ 의 값을 구하시오.

**50** 2015 9 B 21

양수  $t$ 에 대하여  $\log t$ 의 정수부분과 소수부분을 각각  $f(t), g(t)$ 라 하자. 자연수  $n$ 에 대하여

$$f(t) = 9n \left\{ g(t) - \frac{1}{3} \right\}^2 - n$$

을 만족시키는 서로 다른 모든  $f(t)$ 의 합을  $a_n$ 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$ 의 값은?

- ① 4      ②  $\frac{9}{2}$       ③ 5      ④  $\frac{11}{2}$       ⑤ 6

**51** 2015 11 A 28

자연수  $k$ 에 대하여

$$a_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{6}{k}\right)^{n+1}}{\left(\frac{6}{k}\right)^n + 1}$$

이라 할 때,  $\sum_{k=1}^{10} ka_k$ 의 값을 구하시오.

**52** 2016 6 A 14

함수  $f(x) = (x-3)^2$ 와 자연수  $n$ 에 대하여 방정식  $f(x) = n$ 의 두 근이  $\alpha, \beta$ 일 때  
 $h(n) = |\alpha - \beta|$ 라 하자.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} \{h(n+1) - h(n)\}$$

의 값은?

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④ 2      ⑤  $\frac{5}{2}$

**53** 2016 6 A 26

수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 급수  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n}$ 이 수렴할 때,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 9n}{n}$$

의 값을 구하시오.

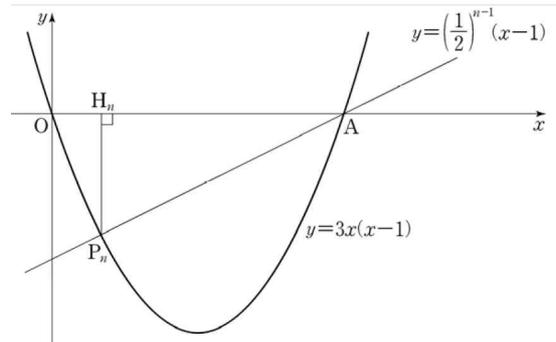
**54** 2016 9 A 20

자연수  $n$ 에 대하여 직선  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}(x-1)$ 과 이차함수  $y = 3x(x-1)$ 의 그래프가 만나는 두 점을  $A(1, 0)$ 과  $P_n$ 이라 하자. 점  $P_n$ 에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을  $H_n$ 이라 할 때,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \overline{P_n H_n}$$

의 값은?

- ①  $\frac{3}{2}$       ②  $\frac{14}{9}$       ③  $\frac{29}{18}$       ④  $\frac{5}{3}$       ⑤  $\frac{31}{18}$



**55** 2016 9 A 27

양수  $a$ 와 실수  $b$ 에 대하여

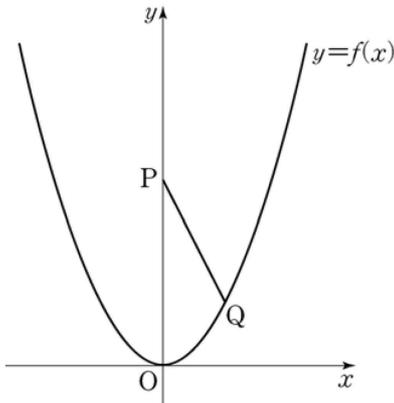
$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{an^2 + 4n} - bn) = \frac{1}{5}$$

일 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오.

**56** 2016 11 A 14

자연수  $n$ 에 대하여 좌표가  $(0, 2n+1)$ 인 점을  $P$ 라 하고, 함수  $f(x) = nx^2$ 의 그래프 위의 점 중  $y$ 좌표가 1이고 제1사분면에 있는 점을  $Q$ 라 하자.

점  $R(0, 1)$ 에 대하여 삼각형  $PRQ$ 의 넓이를  $S_n$ , 선분  $PQ$ 의 길이를  $l_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n^2}{l_n}$ 의 값은?

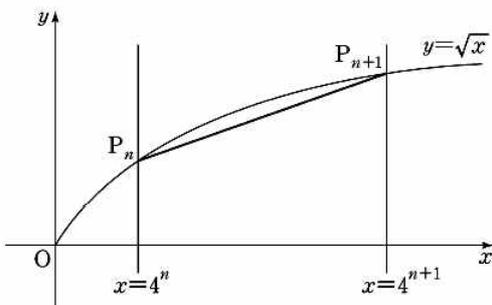


- ①  $\frac{3}{2}$     ②  $\frac{5}{4}$     ③ 1    ④  $\frac{3}{4}$     ⑤  $\frac{1}{2}$

**57** 2017 11 나 28

자연수  $n$ 에 대하여 직선  $x=4^n$ 이 곡선  $y=\sqrt{x}$ 와 만나는 점을  $P_n$ 이라 하자. 선분  $P_nP_{n+1}$ 의 길이를  $L_n$ 이라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{L_{n+1}}{L_n} \right)^2$ 의 값을 구하시오.



**58** 2018 11 나 30

이차함수  $f(x) = \frac{3x-x^2}{2}$ 에 대하여 구간  $[0, \infty)$ 에서 정의된 함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $0 \leq x < 1$ 일 때,  $g(x) = f(x)$ 이다.

(나)  $n \leq x < n+1$ 일 때,

$$g(x) = \frac{1}{2^n} \{f(x-n) - (x-n)\} + x$$

이다. (단,  $n$ 은 자연수이다.)

어떤 자연수  $k (k \geq 6)$ 에 대하여 함수  $h(x)$ 는

$$h(x) = \begin{cases} g(x) & (0 \leq x < 5 \text{ 또는 } x \geq k) \\ 2x - g(x) & (5 \leq x < k) \end{cases}$$

이다. 수열  $\{a_n\}$ 을  $a_n = \int_0^n h(x) dx$ 라 할 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} (2a_n - n^2) = \frac{241}{768}$ 이다.  $k$ 의 값을 구하시오.

**59** 2021 12 가 18

실수  $a$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a-2)x^{2n+1} + 2x}{3x^{2n} + 1}$$

라 하자.  $(f \circ f)(1) = \frac{5}{4}$ 가 되도록 하는 모든  $a$ 의 값의 합은?

- ①  $\frac{11}{2}$     ②  $\frac{13}{2}$     ③  $\frac{15}{2}$     ④  $\frac{17}{2}$     ⑤  $\frac{19}{2}$

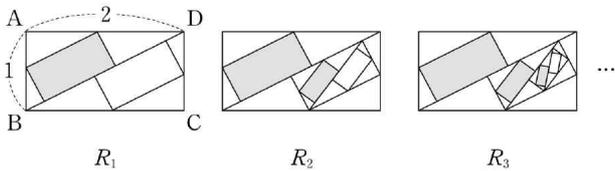
#3 수열의 극한 / 평면도형과 등비급수 23제

60 2014 6 A 18

직사각형  $ABCD$ 에서  $\overline{AB} = 1$ ,  $\overline{AD} = 2$  이다. 그림과 같이 직사각형  $ABCD$ 의 한 대각선에 의하여 만들어지는 두 직각삼각형의 내부에 두 변의 길이의 비가 1 : 2인 두 직사각형을 긴 변이 대각선 위에 놓이면서 두 직각삼각형에 각각 내접하도록 그리고 새로 그려진 두 직사각형 중 하나에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 새로 그려진 두 직사각형 중 색칠되어 있지 않은 직사각형에 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 두 직사각형 중 하나에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?



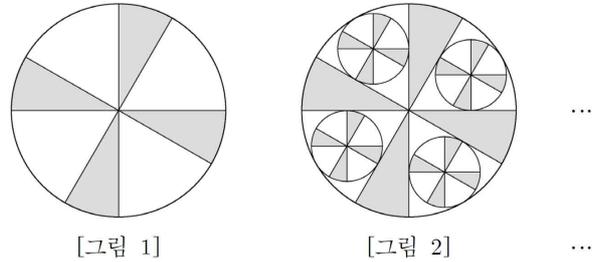
- ①  $\frac{37}{61}$
- ②  $\frac{38}{61}$
- ③  $\frac{39}{61}$
- ④  $\frac{40}{61}$
- ⑤  $\frac{41}{61}$

61 2014 9 A 16

그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원에 중심각의 크기가  $60^\circ$ 이고 반지름의 길이가 1인 부채꼴을 서로 겹치지 않게 4개 그린 후 원의 내부와 새로 그린 부채꼴의 외부에 공통으로 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을 [그림 1]이라 하자.

[그림 1]에서 색칠되지 않은 각 부채꼴에 두 반지름과 호에 모두 접하도록 원을 그린다. 새로 그린 각 원에 중심각의 크기가  $60^\circ$ 이고 반지름의 길이가 새로 그린 원의 반지름의 길이와 같은 부채꼴을 서로 겹치지 않게 4개씩 그린 후 새로 그린 원의 내부와 새로 그린 부채꼴의 외부에 공통으로 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을 [그림 2]라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림에서 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?



- ①  $\frac{7}{15}\pi$
- ②  $\frac{8}{15}\pi$
- ③  $\frac{3}{5}\pi$
- ④  $\frac{2}{3}\pi$
- ⑤  $\frac{11}{15}\pi$

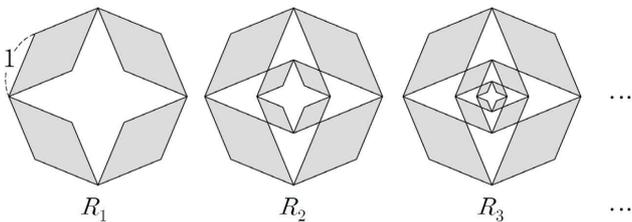
62 2014 9 B 18

그림과 같이 한 변의 길이가 1 인 정팔각형의 이웃한 두 변을 변으로 하는 4 개의 평행사변형을 서로 겹치지 않게 그리고, 이 평행사변형 4 개를 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$  이라 하자.

그림  $R_1$  에 정팔각형의 내부에 있는 평행사변형의 꼭짓점 4 개를 꼭짓점으로 포함하는 정팔각형을 그린 후, 새로 그려진 정팔각형에 그림  $R_1$  을 얻는 것과 같은 방법으로 4 개의 평행사변형을 그리고 색칠하여 얻는 그림을  $R_2$  라 하자.

그림  $R_2$  에 가장 작은 정팔각형의 내부에 있는 평행사변형의 꼭짓점 4 개를 꼭짓점으로 포함하는 정팔각형을 그린 후, 새로 그려진 정팔각형에 그림  $R_1$  을 얻는 것과 같은 방법으로 4 개의 평행사변형을 그리고 색칠하여 얻는 그림을  $R_3$  이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$  번째 얻은 그림  $R_n$  에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$  이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  의 값은?



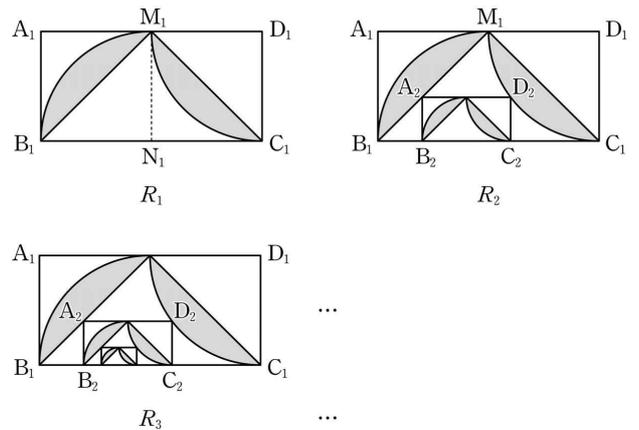
- ①  $2 + \sqrt{2}$
- ②  $1 + 2\sqrt{2}$
- ③  $3 + \sqrt{2}$
- ④  $1 + 3\sqrt{2}$
- ⑤  $4 + \sqrt{2}$

63 2014 11 A 17

직사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 에서  $\overline{A_1B_1} = 1$ ,  $\overline{A_1D_1} = 2$ 이다. 그림과 같이 선분  $A_1D_1$ 과 선분  $B_1C_1$ 의 중점을 각각  $M_1, N_1$ 이라 하자. 중심이  $N_1$ , 반지름의 길이가  $\overline{B_1N_1}$ 이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴  $N_1M_1B_1$ 을 그리고, 중심이  $D_1$ , 반지름의 길이가  $\overline{C_1D_1}$ 이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴  $D_1M_1C_1$ 을 그린다. 부채꼴  $N_1M_1B_1$ 의 호  $M_1B_1$ 과 선분  $M_1B_1$ 로 둘러싸인 부분과 부채꼴  $D_1M_1C_1$ 의 호  $M_1C_1$ 과 선분  $M_1C_1$ 로 둘러싸인 부분인 모양에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$  이라 하자.

그림  $R_1$ 에 선분  $M_1B_1$  위의 점  $A_2$ , 호  $M_1C_1$  위의 점  $D_2$ 와 변  $B_1C_1$  위의 두 점  $B_2, C_2$ 를 꼭짓점으로 하고  $\overline{A_2B_2} : \overline{A_2D_2} = 1:2$ 인 직사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 직사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 에서 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 모양에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$  번째 얻은 그림  $R_n$  에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$  라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  의 값은?

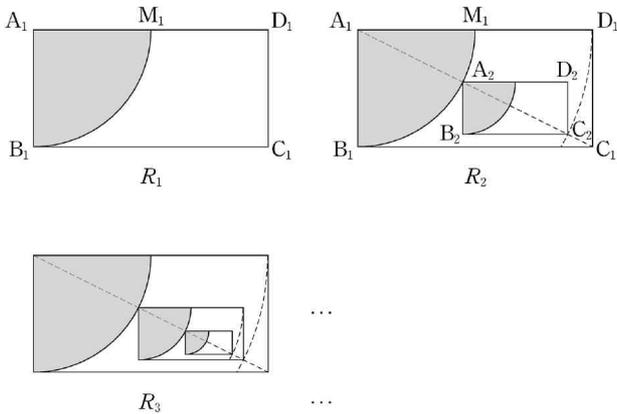


- ①  $\frac{25}{19}(\frac{\pi}{2} - 1)$
- ②  $\frac{5}{4}(\frac{\pi}{2} - 1)$
- ③  $\frac{25}{21}(\frac{\pi}{2} - 1)$
- ④  $\frac{25}{22}(\frac{\pi}{2} - 1)$
- ⑤  $\frac{25}{23}(\frac{\pi}{2} - 1)$

64 2015 6 A 18

그림과 같이  $\overline{A_1D_1} = 2$ ,  $\overline{A_1B_1} = 1$ 인 직사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 에서 선분  $A_1D_1$ 의 중점을  $M_1$ 이라 하자. 중심이  $A_1$ , 반지름의 길이가  $\overline{A_1B_1}$ 이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴  $A_1B_1M_1$ 을 그리고, 부채꼴  $A_1B_1M_1$ 에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자. 그림  $R_1$ 에서 부채꼴  $A_1B_1M_1$ 의 호  $B_1M_1$ 이 선분  $A_1C_1$ 과 만나는 점을  $A_2$ 라 하고, 중심이  $A_1$ , 반지름의 길이가  $\overline{A_1D_1}$ 인 원이 선분  $A_1C_1$ 과 만나는 점을  $C_2$ 라 하자. 가로와 세로의 길이의 비가 2 : 1이고 가로가 선분  $A_1D_1$ 과 평행한 직사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 직사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 에서 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 만들어지는 부채꼴에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?



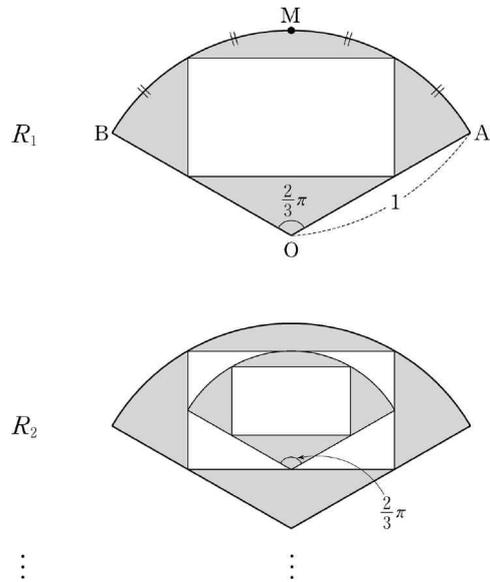
- ①  $\frac{5}{16}\pi$                       ②  $\frac{11}{32}\pi$                       ③  $\frac{3}{8}\pi$
- ④  $\frac{13}{32}\pi$                       ⑤  $\frac{7}{16}\pi$

65 2015 9 A 18

중심이  $O$ , 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가  $\frac{2}{3}\pi$ 인 부채꼴  $OAB$ 가 있다. 그림과 같이 호  $AB$ 를 이등분하는 점을  $M$ 이라 하고 호  $AM$ 과 호  $MB$ 를 각각 이등분하는 점을 두 꼭짓점으로 하는 직사각형을 부채꼴  $OAB$ 에 내접하도록 그리고, 부채꼴의 내부와 직사각형의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자. 그림  $R_1$ 에 직사각형의 네 변의 중점을 모두 지나도록 중심각의 크기가  $\frac{2}{3}\pi$ 인 부채꼴을 그리고, 이 부채꼴에 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

그림  $R_2$ 에 새로 그려진 직사각형의 네 변의 중점을 모두 지나도록 중심각의 크기가  $\frac{2}{3}\pi$ 인 부채꼴을 그리고 이 부채꼴에 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_3$ 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?



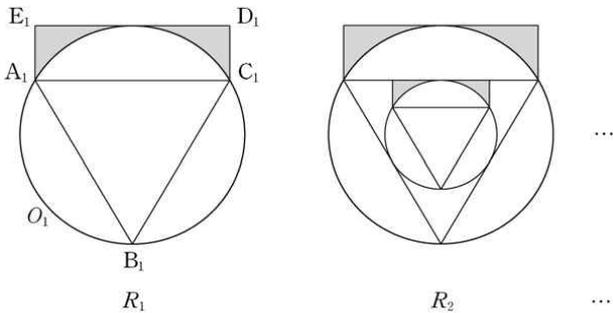
- ①  $\frac{2\pi - 3\sqrt{3}}{2}$                       ②  $\frac{\pi - \sqrt{2}}{3}$                       ③  $\frac{2\pi - 3\sqrt{2}}{3}$
- ④  $\frac{\pi - \sqrt{3}}{2}$                       ⑤  $\frac{2\pi - 2\sqrt{3}}{3}$

66 2016 6 A 18

반지름의 길이가 2인 원  $O_1$ 에 내접하는 정삼각형  $A_1B_1C_1$ 이 있다. 그림과 같이 직선  $A_1C_1$ 과 평행하고 점  $B_1$ 을 지나지 않는 원  $O_1$ 의 접선 위에 두 점  $D_1, E_1$ 을 사각형  $A_1C_1D_1E_1$ 이 직사각형이 되도록 잡고, 직사각형  $A_1C_1D_1E_1$ 의 내부와 원  $O_1$ 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에 정삼각형  $A_1B_1C_1$ 에 내접하는  $O_2$ 와 원  $O_2$ 에 내접하는 정삼각형  $A_2B_2C_2$ 를 그리고, 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형  $A_2C_2D_2E_2$ 를 그리고 직사각형  $A_2C_2D_2E_2$ 의 내부와 원  $O_2$ 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?



- ①  $4\sqrt{3} - \frac{16}{9}\pi$
- ②  $4\sqrt{3} - \frac{5}{3}\pi$
- ③  $4\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi$
- ④  $5\sqrt{3} - \frac{16}{9}\pi$
- ⑤  $5\sqrt{3} - \frac{5}{3}\pi$

67 2016 9 B 20

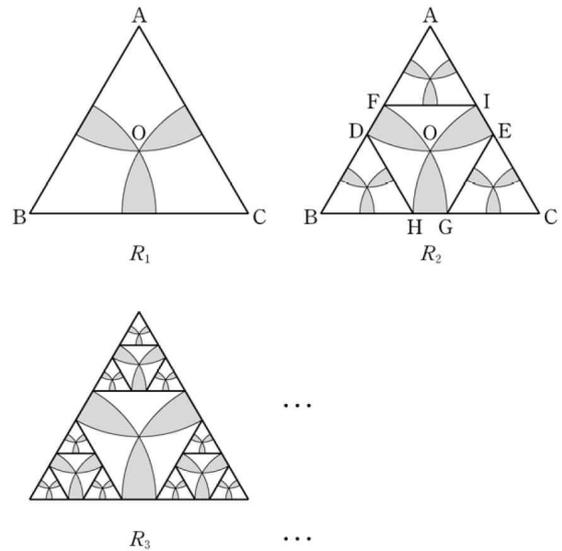
그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정삼각형 ABC가 있다. 정삼각형 ABC의 외심을 O라 할 때, 중심이 A이고 반지름의 길이가  $\overline{AO}$ 인 원을  $O_A$ , 중심이 B이고 반지름의 길이가  $\overline{BO}$ 인 원을  $O_B$ , 중심이 C이고 반지름의 길이가  $\overline{CO}$ 인 원을  $O_C$ 라 하자.

원  $O_A$ 와 원  $O_B$ 의 내부의 공통부분, 원  $O_A$ 와 원  $O_C$ 의 내부의 공통부분, 원  $O_B$ 와 원  $O_C$ 의 내부의 공통부분 중 삼각형 ABC 내부에 있는  $\text{☞}$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에 원  $O_A$ 가 두 선분 AB, AC와 만나는 점을 각각 D, E, 원  $O_B$ 가 두 선분 AB, BC와 만나는 점을 각각 F, G,  $O_C$ 가 두 선분 BC, AC와 만나는 점을 각각 H, I라 하고, 세 정삼각형 AFI, BHD, CEG에서  $R_1$ 을 얻는 과정과 같은 방법으로 각각 만들어지는  $\text{☞}$  모양의 도형 3개에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

그림  $R_2$ 에 새로 만들어진 세 개의 정삼각형에 각각  $R_1$ 에서  $R_2$ 를 얻는 과정과 같은 방법으로 만들어지는  $\text{☞}$  모양의 도형 9개에 색칠하여 얻은 그림을  $R_3$ 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?



- ①  $(2\pi - 3\sqrt{3})(\sqrt{3} + 3)$
- ②  $(\pi - \sqrt{3})(\sqrt{3} + 3)$
- ③  $(2\pi - 3\sqrt{3})(2\sqrt{3} + 3)$
- ④  $(\pi - \sqrt{3})(2\sqrt{3} + 3)$
- ⑤  $(2\pi - 2\sqrt{3})(\sqrt{3} + 3)$

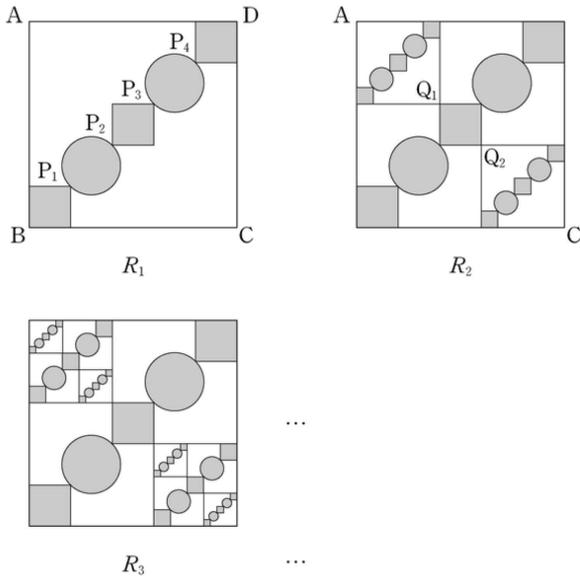
68 2016 11 A 15

그림과 같이 한 변의 길이가 5인 정사각형 ABCD의 대각선 BD의 5등분점을 점 B에서 가까운 순서대로 각각  $P_1, P_2, P_3, P_4$ 라 하고, 선분  $BP_1, P_2P_3, P_4D$ 를 각각 대각선으로 하는 정사각형과 선분  $P_1P_2, P_2P_3$ 를 각각 지름으로 하는 원을 그린 후,  $\square$ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 선분  $P_2P_3$ 을 대각선으로 하는 정사각형의 꼭짓점 중 점 A와 가장 가까운 점을  $Q_1$ , 점 C와 가장 가까운 점을  $Q_2$ 라 하자. 선분  $AQ_1$ 을 대각선으로 하는 정사각형과 선분  $CQ_2$ 를 대각선으로 하는 정사각형을 그리고, 새로 그려진 2개의 정사각형 안에 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로  $\square$ 모양의 도형을 각각 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

그림  $R_2$ 에서 선분  $AQ_1$ 을 대각선으로 하는 정사각형과 선분  $CQ_2$ 를 대각선으로 하는 정사각형에 그림  $R_1$ 에서 그림  $R_2$ 를 얻는 것과 같은 방법으로  $\square$ 모양의 도형을 각각 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_3$ 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?



- ①  $\frac{24}{17}(\pi+3)$       ②  $\frac{25}{17}(\pi+3)$       ③  $\frac{26}{17}(\pi+3)$
- ④  $\frac{24}{17}(2\pi+1)$       ⑤  $\frac{27}{17}(2\pi+1)$

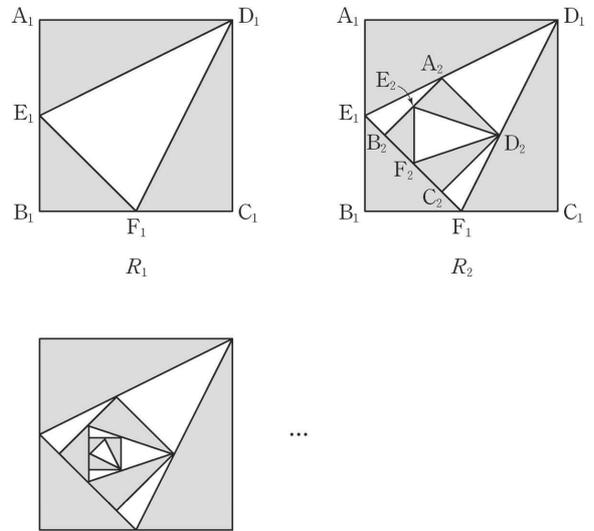
69 2017 6 나 17

그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 에서 선분  $A_1B_1$ 과 선분  $B_1C_1$ 의 중점을 각각  $E_1, F_1$ 이라 하자.

정사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 의 내부와 삼각형  $E_1F_1D_1$ 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에 선분  $D_1E_1$  위의 점  $A_2$ , 선분  $D_1F_1$  위의 점  $D_2$ 와 선분  $E_1F_1$  위의 두 점  $B_2, C_2$ 를 꼭짓점으로 하는 정사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 정사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 에 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 삼각형  $E_2F_2D_2$ 를 그리고 정사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 의 내부와 삼각형  $E_2F_2D_2$ 의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?



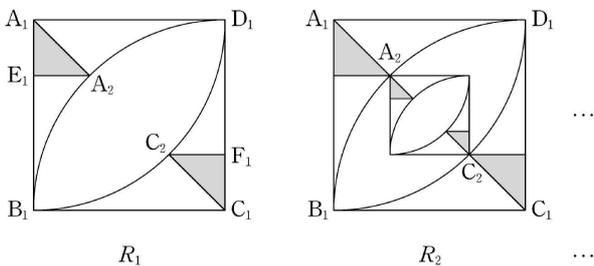
- ①  $\frac{125}{37}$       ②  $\frac{125}{38}$       ③  $\frac{125}{39}$
- ④  $\frac{25}{8}$       ⑤  $\frac{125}{41}$

70 2017 9 나 16

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형  $A_1B_1C_1D_1$  안에 꼭짓점  $A_1, C_1$ 을 중심으로 하고 선분  $A_1B_1, C_1D_1$ 을 반지름으로 하는 사분원을 각각 그린다. 선분  $A_1C_1$ 이 두 사분원과 만나는 점 중 점  $A_1$ 과 가까운 점을  $A_2$ , 점  $C_1$ 과 가까운 점을  $C_2$ 라 하자. 선분  $A_1D_1$ 에 평행하고 점  $A_2$ 를 지나는 직선이 선분  $A_1B_1$ 과 만나는 점을  $E_1$ , 선분  $B_1C_1$ 에 평행하고 점  $C_2$ 를 지나는 직선이 선분  $C_1D_1$ 과 만나는 점을  $F_1$ 이라 하자. 삼각형  $A_1E_1A_2$ 와 삼각형  $C_1F_1C_2$ 를 그린 후 두 삼각형의 내부에 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에 선분  $A_2C_2$ 를 대각선으로 하는 정사각형을 그리고, 새로 그려진 정사각형 안에 그림  $R_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로 두 개의 사분원과 두 개의 삼각형을 그리고 두 삼각형의 내부에 속하는 영역을 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?



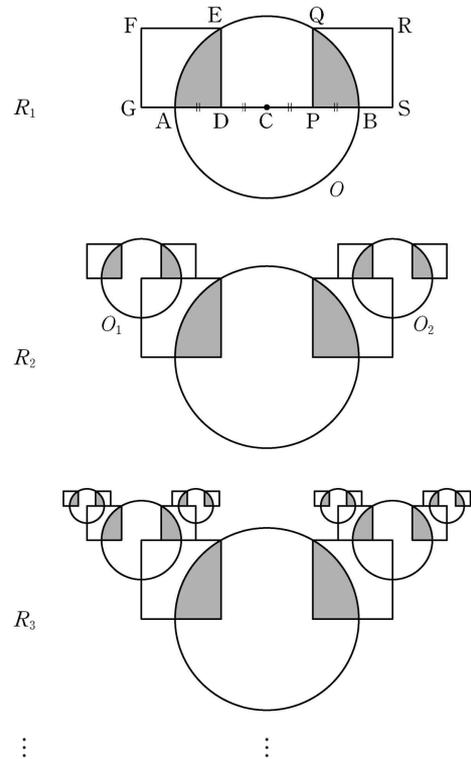
- ①  $\frac{1}{12}(\sqrt{2}-1)$       ②  $\frac{1}{6}(\sqrt{2}-1)$       ③  $\frac{1}{4}(\sqrt{2}-1)$
- ④  $\frac{1}{3}(\sqrt{2}-1)$       ⑤  $\frac{5}{12}(\sqrt{2}-1)$

71 2017 11 나 17

그림과 같이 길이가 4인 선분  $AB$ 를 지름으로 하는 원  $O$ 가 있다. 원의 중심을  $C$ 라 하고, 선분  $AC$ 의 중점과 선분  $BC$ 의 중점을 각각  $D, P$ 라 하자. 선분  $AC$ 의 수직이등분선과 선분  $BC$ 의 수직이등분선이 원  $O$ 의 위쪽 반원과 만나는 점을 각각  $E, Q$ 라 하자. 선분  $DE$ 를 한 변으로 하고 원  $O$ 와 점  $A$ 에서 만나며 선분  $DF$ 가 대각선인 정사각형  $DEFG$ 를 그리고, 선분  $PQ$ 를 한 변으로 하고 원  $O$ 와 점  $B$ 에서 만나며 선분  $PR$ 가 대각선인 정사각형  $PQRS$ 를 그린다. 원  $O$ 의 내부와 정사각형  $DEFG$ 의 내부의 공통부분인  $\triangle$ 모양의 도형과 원  $O$ 의 내부와 정사각형  $PQRS$ 의 내부의 공통부분인  $\triangle$ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 점  $F$ 를 중심으로 하고 반지름의 길이가  $\frac{1}{2}DE$ 인 원  $O_1$ , 점  $R$ 를 중심으로 하고 반지름의 길이가  $\frac{1}{2}PQ$ 인 원  $O_2$ 를 그린다. 두 원  $O_1, O_2$ 에 각각 그림  $R_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는  $\triangle$ 모양의 2개의 도형과  $\triangle$ 모양의 2개의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?



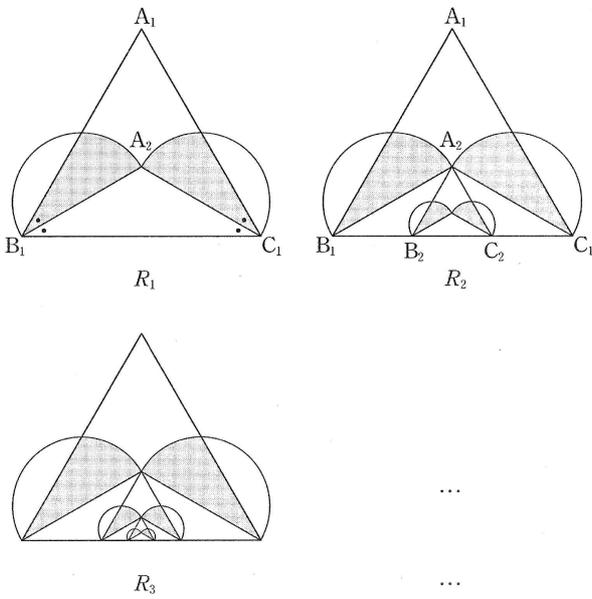
- ①  $\frac{12\pi - 9\sqrt{3}}{10}$       ②  $\frac{8\pi - 6\sqrt{3}}{5}$
- ③  $\frac{32\pi - 24\sqrt{3}}{15}$       ④  $\frac{28\pi - 21\sqrt{3}}{10}$
- ⑤  $\frac{16\pi - 12\sqrt{3}}{5}$

72 2018 6 나 18

한 변의 길이가  $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형  $A_1B_1C_1$ 이 있다. 그림과 같이  $\angle A_1B_1C_1$ 의 이등분선과  $\angle A_1C_1B_1$ 의 이등분선이 만나는 점을  $A_2$ 라 하자. 두 선분  $B_1A_2$ ,  $C_1A_2$ 를 각각 지름으로 하는 반원의 내부와 정삼각형  $A_1B_1C_1$ 의 내부의 공통부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 점  $A_2$ 를 지나고 선분  $A_1B_1$ 에 평행한 직선이 선분  $B_1C_1$ 과 만나는 점을  $B_2$ , 점  $A_2$ 를 지나고 선분  $A_1C_1$ 에 평행한 직선이 선분  $B_1C_1$ 과 만나는 점을  $C_2$ 라 하자. 그림  $R_1$ 에 정삼각형  $A_2B_2C_2$ 를 그리고, 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 정삼각형  $A_2B_2C_2$ 의 내부에  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

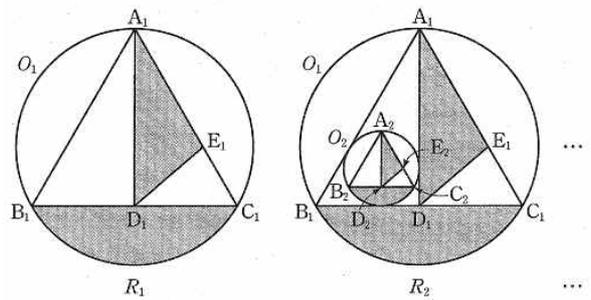


- ①  $\frac{9\sqrt{3}+6\pi}{16}$
- ②  $\frac{3\sqrt{3}+4\pi}{8}$
- ③  $\frac{9\sqrt{3}+8\pi}{16}$
- ④  $\frac{3\sqrt{3}+2\pi}{4}$
- ⑤  $\frac{3\sqrt{3}+6\pi}{8}$

73 2018 9 나 18

그림과 같이 반지름의 길이가 2인 원  $O_1$ 에 내접하는 정삼각형  $A_1B_1C_1$ 이 있다. 점  $A_1$ 에서 선분  $B_1C_1$ 에 내린 수선의 발을  $D_1$ 이라 하고, 선분  $A_1C_1$ 을 2:1로 내분하는 점을  $E_1$ 이라 하자. 점  $A_1$ 을 포함하지 않는 호  $B_1C_1$ 과 선분  $B_1C_1$ 로 둘러싸인 도형의 내부와 삼각형  $A_1D_1E_1$ 의 내부를 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자. 그림  $R_1$ 에 삼각형  $A_1B_1D_1$ 에 내접하는 원  $O_2$ 와 원  $O_2$ 에 내접하는 정삼각형  $A_2B_2C_2$ 를 그리고, 점  $A_2$ 에서 선분  $B_2C_2$ 에 내린 수선의 발을  $D_2$ , 선분  $A_2C_2$ 를 2:1로 내분하는 점을  $E_2$ 라 하자. 점  $A_2$ 를 포함하지 않는 호  $B_2C_2$ 와 선분  $B_2C_2$ 로 둘러싸인 도형의 내부와 삼각형  $A_2D_2E_2$ 의 내부를 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?



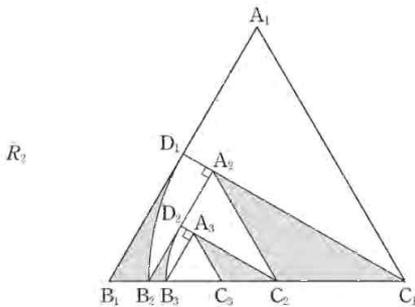
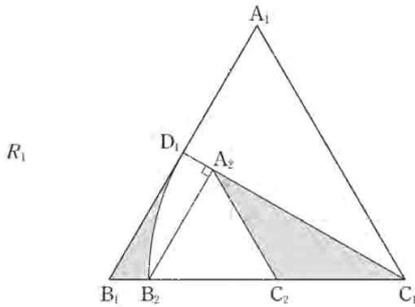
- ①  $\frac{16(3\sqrt{3}-2)\pi}{69}$
- ②  $\frac{16(3\sqrt{3}-1)\pi}{65}$
- ③  $\frac{32(3\sqrt{3}-2)\pi}{69}$
- ④  $\frac{32(3\sqrt{3}-1)\pi}{69}$
- ⑤  $\frac{32(3\sqrt{3}-1)\pi}{65}$

74 2018 11 나 19

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정삼각형  $A_1B_1C_1$ 이 있다. 선분  $A_1B_1$ 의 중점을  $D_1$ 이라 하고, 선분  $B_1C_1$  위의  $\overline{C_1D_1} = \overline{C_1B_2}$ 인 점  $B_2$ 에 대하여 중심이  $C_1$ 인 부채꼴  $C_1D_1B_2$ 를 그린다. 점  $B_2$ 에서 선분  $C_1D_1$ 에 내린 수선의 발을  $A_2$ , 선분  $C_1B_2$ 의 중점을  $C_2$ 라 하자. 두 선분  $B_1B_2$ ,  $B_1D_1$ 과 호  $D_1B_2$ 로 둘러싸인 영역과 삼각형  $C_1A_2C_2$ 의 내부에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 선분  $A_2B_2$ 의 중점을  $D_2$ 라 하고, 선분  $B_2C_2$  위의  $\overline{C_2D_2} = \overline{C_2B_3}$ 인 점  $B_3$ 에 대하여 중심이  $C_2$ 인 부채꼴  $C_2D_2B_3$ 을 그린다. 점  $B_3$ 에서 선분  $C_2D_2$ 에 내린 수선의 발을  $A_3$ , 선분  $C_2B_3$ 의 중점을  $C_3$ 이라 하자. 두 선분  $B_2B_3$ ,  $B_2D_2$ 와 호  $D_2B_3$ 으로 둘러싸인 영역과 삼각형  $C_2A_3C_3$ 의 내부에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?



- ①  $\frac{11\sqrt{3}-4\pi}{56}$
- ②  $\frac{11\sqrt{3}-4\pi}{52}$
- ③  $\frac{15\sqrt{3}-6\pi}{56}$
- ④  $\frac{15\sqrt{3}-6\pi}{52}$
- ⑤  $\frac{15\sqrt{3}-4\pi}{52}$

75 2019 6 나 18

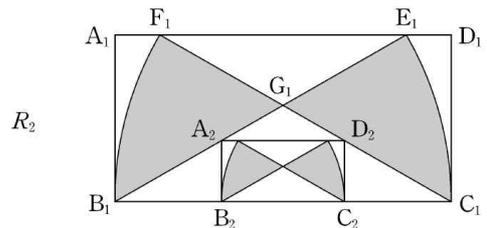
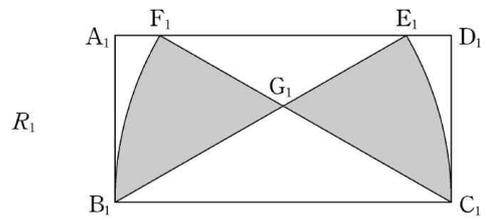
그림과 같이  $\overline{A_1B_1} = 1$ ,  $\overline{A_1D_1} = 2$ 인 직사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 선분  $A_1D_1$  위의  $\overline{B_1C_1} = \overline{B_1E_1}$ ,  $\overline{C_1B_1} = \overline{C_1F_1}$ 인 두 점  $E_1$ ,  $F_1$ 에 대하여 중심이  $B_1$ 인 부채꼴  $B_1E_1C_1$ 과 중심이  $C_1$ 인 부채꼴  $C_1F_1B_1$ 을 각각 직사각형  $A_1B_1C_1D_1$  내부에 그리고, 선분  $B_1E_1$ 과  $C_1F_1$ 의 교점을  $G_1$ 이라 하자.

두 선분  $G_1F_1$ ,  $G_1B_1$ 과 호  $F_1B_1$ 로 둘러싸인 부분과 두 선분  $G_1E_1$ ,  $G_1C_1$ 과 호  $E_1C_1$ 로 둘러싸인 부분인  $\bowtie$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 선분  $B_1G_1$  위의 점  $A_2$ , 선분  $C_1G_1$  위의 점  $D_2$ 와 선분  $B_1C_1$  위의 두 점  $B_2$ ,  $C_2$ 를 꼭짓점으로 하고,

$\overline{A_2B_2} : \overline{A_2D_2} = 1:2$ 인 직사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 직사각형  $A_2B_2C_2D_2$  내부에  $\bowtie$  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?



⋮

- ①  $\frac{3\sqrt{3}\pi-7}{9}$
- ②  $\frac{4\sqrt{3}\pi-12}{9}$
- ③  $\frac{3\sqrt{3}\pi-5}{9}$
- ④  $\frac{4\sqrt{3}\pi-10}{9}$
- ⑤  $\frac{4\sqrt{3}\pi-8}{9}$

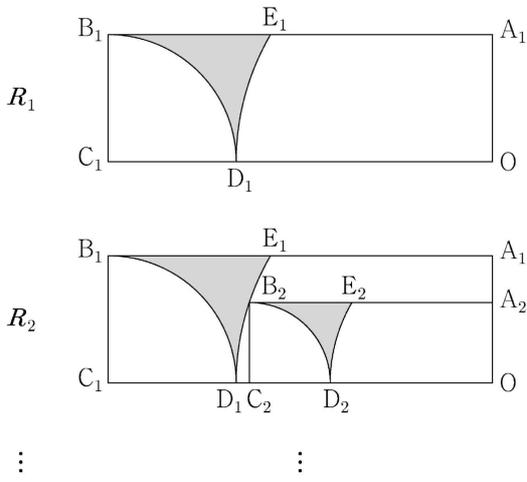
76 2019 9 나 19

그림과 같이  $\overline{A_1B_1}=3$ ,  $\overline{B_1C_1}=1$  인 직사각형  $OA_1B_1C_1$  이 있다. 중심이  $C_1$  이고 반지름의 길이가  $\overline{B_1C_1}$  인 원과 선분  $OC_1$  의 교점을  $D_1$ , 중심이  $O$  이고 반지름의 길이가  $\overline{OD_1}$  인 원과 선분  $A_1B_1$  의 교점을  $E_1$  이라 하자. 직사각형  $OA_1B_1C_1$  에 호  $B_1D_1$ , 호  $D_1E_1$ , 선분  $B_1E_1$  로 둘러싸인  $\nabla$  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$  이라 하자.

그림  $R_1$  에 선분  $OA_1$  위의 점  $A_2$  와 호  $D_1E_1$  위의 점  $B_2$ , 선분  $OD_1$  위의 점  $C_2$  와 점  $O$  를 꼭짓점으로 하고

$\overline{A_2B_2} : \overline{B_2C_2} = 3 : 1$  인 직사각형  $OA_2B_2C_2$  를 그리고, 그림  $R_1$  을 얻은 것과 같은 방법으로 직사각형  $OA_2B_2C_2$  에  $\nabla$  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$  라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$  번째 얻은 그림  $R_n$  에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$  이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  의 값은?



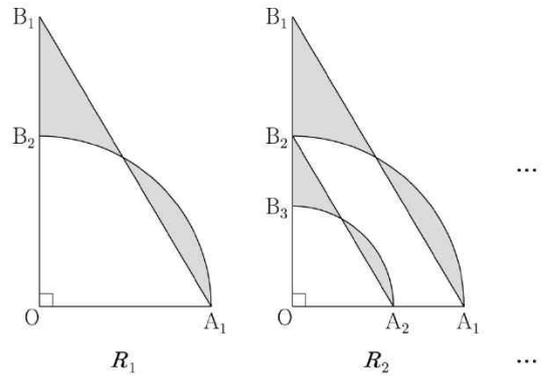
- ①  $4 - \frac{2\sqrt{3}}{3} - \frac{7}{9}\pi$
- ②  $5 - \frac{5\sqrt{3}}{6} - \frac{35}{36}\pi$
- ③  $6 - \sqrt{3} - \frac{7}{6}\pi$
- ④  $7 - \frac{7\sqrt{3}}{6} - \frac{49}{36}\pi$
- ⑤  $8 - \frac{4\sqrt{3}}{3} - \frac{14}{9}\pi$

77 2019 11 나 16

그림과 같이  $\overline{OA_1} = 4$ ,  $\overline{OB_1} = 4\sqrt{3}$  인 직각삼각형  $OA_1B_1$  이 있다. 중심이  $O$  이고 반지름의 길이가  $\overline{OA_1}$  인 원이 선분  $OB_1$  과 만나는 점을  $B_2$  라 하자. 삼각형  $OA_1B_1$  의 내부와 부채꼴  $OA_1B_2$  의 내부에서 공통된 부분을 제외한  $\nabla$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$  이라 하자.

그림  $R_1$  에서 점  $B_2$  를 지나고 선분  $A_1B_1$  에 평행한 직선이 선분  $OA_1$  과 만나는 점을  $A_2$ , 중심이  $O$  이고 반지름의 길이가  $\overline{OA_2}$  인 원이 선분  $OB_2$  와 만나는 점을  $B_3$  이라 하자. 삼각형  $OA_2B_2$  의 내부와 부채꼴  $OA_2B_3$  의 내부에서 공통된 부분을 제외한  $\nabla$  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$  라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$  번째 얻은 그림  $R_n$  에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$  이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  의 값은?

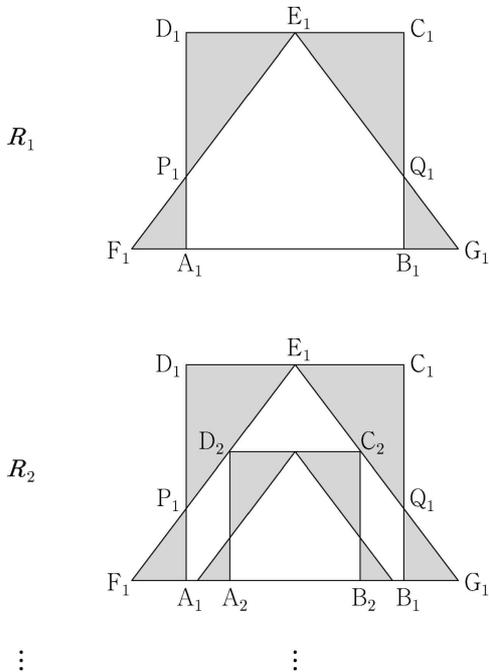


- ①  $\frac{3}{2}\pi$
- ②  $\frac{5}{3}\pi$
- ③  $\frac{11}{6}\pi$
- ④  $2\pi$
- ⑤  $\frac{13}{6}\pi$

78 2020 6 나 17

그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 선분  $C_1D_1$ 의 중점을  $E_1$ 이라 하고, 직선  $A_1B_1$  위에 두 점  $F_1, G_1$ 을  $\overline{E_1F_1} = \overline{E_1G_1}$ ,  $\overline{E_1F_1} : \overline{F_1G_1} = 5 : 6$ 이 되도록 잡고 이등변삼각형  $E_1F_1G_1$ 을 그린다. 선분  $D_1A_1$ 과 선분  $E_1F_1$ 의 교점을  $P_1$ , 선분  $B_1C_1$ 과 선분  $G_1E_1$ 의 교점을  $Q_1$ 이라 할 때, 네 삼각형  $E_1D_1P_1, P_1F_1A_1, Q_1B_1G_1, E_1Q_1C_1$ 로 만들어진  $\nabla$ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자. 그림  $R_1$ 에 선분  $F_1G_1$  위의 두 점  $A_2, B_2$ 와 선분  $G_1E_1$  위의 점  $C_2$ , 선분  $E_1F_1$  위의 점  $D_2$ 를 꼭짓점으로 하는 정사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 정사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 에  $\nabla$ 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?



- ①  $\frac{61}{6}$
- ②  $\frac{125}{12}$
- ③  $\frac{32}{3}$
- ④  $\frac{131}{12}$
- ⑤  $\frac{67}{6}$

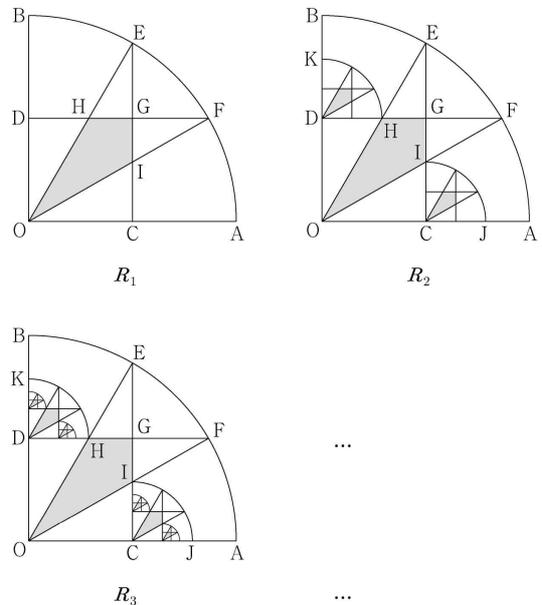
79 2020 9 나 18

그림과 같이 중심이  $O$ , 반지름의 길이가 2이고 중심각의 크기가  $90^\circ$ 인 부채꼴  $OAB$ 가 있다. 선분  $OA$ 의 중점을  $C$ , 선분  $OB$ 의 중점을  $D$ 라 하자. 점  $C$ 를 지나고 선분  $OB$ 와 평행한 직선이 호  $AB$ 와 만나는 점을  $E$ , 점  $D$ 를 지나고 선분  $OA$ 와 평행한 직선이 호  $AB$ 와 만나는 점을  $F$ 라 하자.

선분  $CE$ 와 선분  $DF$ 가 만나는 점을  $G$ , 선분  $OE$ 와 선분  $DG$ 가 만나는 점을  $H$ , 선분  $OF$ 와 선분  $CG$ 가 만나는 점을  $I$ 라 하자. 사각형  $OIGH$ 를 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에 중심이  $C$ , 반지름의 길이가  $\overline{CI}$ , 중심각의 크기가  $90^\circ$ 인 부채꼴  $CJI$ 와 중심이  $D$ , 반지름의 길이가  $\overline{DH}$ , 중심각의 크기가  $90^\circ$ 인 부채꼴  $DHK$ 를 그린다. 두 부채꼴  $CJI, DHK$ 에 그림  $R_1$ 을 얻는 것과 같은 방법으로 두 개의 사각형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?



- ①  $\frac{2(3-\sqrt{3})}{5}$
- ②  $\frac{7(3-\sqrt{3})}{15}$
- ③  $\frac{8(3-\sqrt{3})}{15}$
- ④  $\frac{3(3-\sqrt{3})}{5}$
- ⑤  $\frac{2(3-\sqrt{3})}{3}$

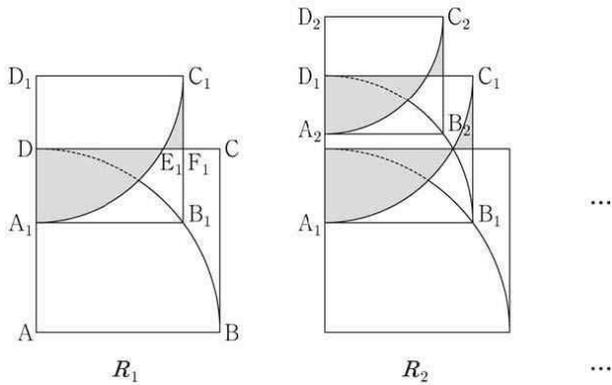
80 2020 11 나 18

그림과 같이 한 변의 길이가 5인 정사각형 ABCD에 중심이 A이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴 ABD를 그린다. 선분 AD를 3 : 2로 내분하는 점을 A<sub>1</sub>, 점 A<sub>1</sub>을 지나고 선분 AB에 평행한 직선이 호 BD와 만나는 점을 B<sub>1</sub>이라 하자.

선분 A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>을 한 변으로 하고 선분 DC와 만나도록 정사각형 A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>을 그린 후, 중심이 D<sub>1</sub>이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴 D<sub>1</sub>A<sub>1</sub>C<sub>1</sub>을 그린다. 선분 DC가 호 A<sub>1</sub>C<sub>1</sub>, 선분 B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>과 만나는 점을 각각 E<sub>1</sub>, F<sub>1</sub>이라 하고, 두 선분 DA<sub>1</sub>, DE<sub>1</sub>과 호 A<sub>1</sub>E<sub>1</sub>로 둘러싸인 부분과 두 선분 E<sub>1</sub>F<sub>1</sub>, F<sub>1</sub>C<sub>1</sub>과 호 E<sub>1</sub>C<sub>1</sub>로 둘러싸인 부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R<sub>1</sub>이라 하자.

그림 R<sub>1</sub>에서 정사각형 A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>에 중심이 A<sub>1</sub>이고 중심각의 크기가 90°인 부채꼴 A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>D<sub>1</sub>을 그린다. 선분 A<sub>1</sub>D<sub>1</sub>을 3 : 2로 내분하는 점을 A<sub>2</sub>, 점 A<sub>2</sub>를 지나고 선분 A<sub>1</sub>B<sub>1</sub>에 평행한 직선이 호 B<sub>1</sub>D<sub>1</sub>과 만나는 점을 B<sub>2</sub>라 하자. 선분 A<sub>2</sub>B<sub>2</sub>를 한 변으로 하고 선분 D<sub>1</sub>C<sub>1</sub>과 만나도록 정사각형 A<sub>2</sub>B<sub>2</sub>C<sub>2</sub>D<sub>2</sub>를 그린 후, 그림 R<sub>1</sub>을 얻은 것과 같은 방법으로 정사각형 A<sub>2</sub>B<sub>2</sub>C<sub>2</sub>D<sub>2</sub>에  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R<sub>2</sub>라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R<sub>n</sub>에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S<sub>n</sub>이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?



- ①  $\frac{50}{3} \left( 3 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{6} \right)$
- ②  $\frac{100}{9} \left( 3 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{3} \right)$
- ③  $\frac{50}{3} \left( 2 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{3} \right)$
- ④  $\frac{100}{9} \left( 3 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{6} \right)$
- ⑤  $\frac{100}{9} \left( 2 - \sqrt{3} + \frac{\pi}{3} \right)$

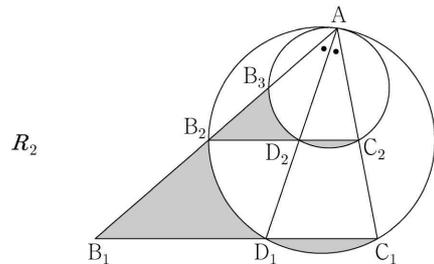
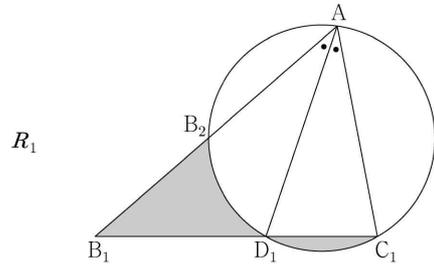
81 2021 6 가 20

그림과 같이  $\overline{AB_1}=3$ ,  $\overline{AC_1}=2$ 이고  $\angle B_1AC_1 = \frac{\pi}{3}$ 인 삼각형 AB<sub>1</sub>C<sub>1</sub>이 있다.  $\angle B_1AC_1$ 의 이등분선이 선분 B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>과 만나는 점을 D<sub>1</sub>, 세 점 A, D<sub>1</sub>, C<sub>1</sub>을 지나는 원이 선분 AB<sub>1</sub>과 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B<sub>2</sub>라 할 때, 두 선분 B<sub>1</sub>B<sub>2</sub>, B<sub>1</sub>D<sub>1</sub>과 호 B<sub>2</sub>D<sub>1</sub>로 둘러싸인 부분과 선분 C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>과 호 C<sub>1</sub>D<sub>1</sub>로 둘러싸인 부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R<sub>1</sub>이라 하자.

그림 R<sub>1</sub>에서 점 B<sub>2</sub>를 지나고 직선 B<sub>1</sub>C<sub>1</sub>에 평행한 직선이 두 선분 AD<sub>1</sub>, AC<sub>1</sub>과 만나는 점을 각각 D<sub>2</sub>, C<sub>2</sub>라 하자.

세 점 A, D<sub>2</sub>, C<sub>2</sub>를 지나는 원이 선분 AB<sub>2</sub>와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B<sub>3</sub>이라 할 때, 두 선분 B<sub>2</sub>B<sub>3</sub>, B<sub>2</sub>D<sub>2</sub>와 호 B<sub>3</sub>D<sub>2</sub>로 둘러싸인 부분과 선분 C<sub>2</sub>D<sub>2</sub>와 호 C<sub>2</sub>D<sub>2</sub>로 둘러싸인 부분인  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R<sub>2</sub>라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R<sub>n</sub>에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S<sub>n</sub>이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?



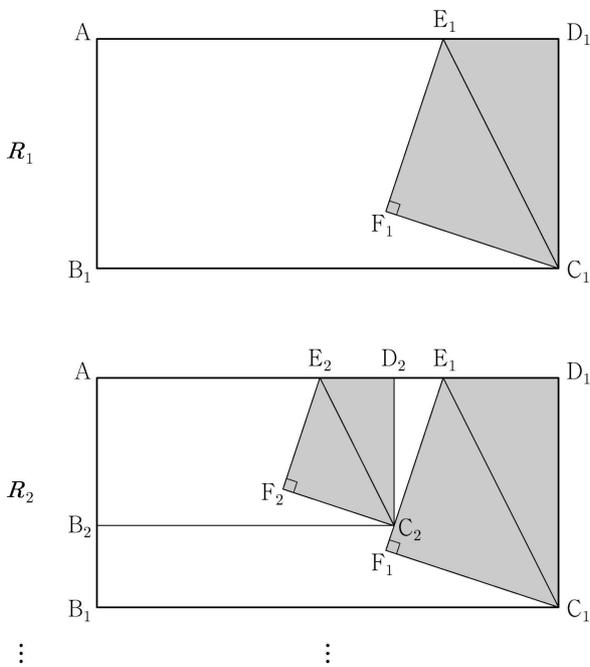
- ①  $\frac{27\sqrt{3}}{46}$
- ②  $\frac{15\sqrt{3}}{23}$
- ③  $\frac{33\sqrt{3}}{46}$
- ④  $\frac{18\sqrt{3}}{23}$
- ⑤  $\frac{39\sqrt{3}}{46}$

82 2021 12 가 14

그림과 같이  $\overline{AB_1}=2$ ,  $\overline{AD_1}=4$ 인 직사각형  $AB_1C_1D_1$ 이 있다. 선분  $AD_1$ 을 3:1로 내분하는 점을  $E_1$ 이라 하고, 직사각형  $AB_1C_1D_1$ 의 내부에 점  $F_1$ 을  $\overline{F_1E_1}=\overline{F_1C_1}$ ,  $\angle E_1F_1C_1 = \frac{\pi}{2}$ 가 되도록 잡고 삼각형  $E_1F_1C_1$ 을 그린다. 사각형  $E_1F_1C_1D_1$ 을 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 선분  $AB_1$ 위의 점  $B_2$ , 선분  $E_1F_1$  위의 점  $C_2$ , 선분  $AE_1$  위의 점  $D_2$ 와 점  $A$ 를 꼭짓점으로 하고  $\overline{AB_2}:\overline{AD_2}=1:2$ 인 직사각형  $AB_2C_2D_2$ 를 그린다. 그림  $R_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로 직사각형  $AB_2C_2D_2$ 에 삼각형  $E_2F_2C_2$ 를 그리고 사각형  $E_2F_2C_2D_2$ 를 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?



- ①  $\frac{441}{103}$     ②  $\frac{441}{109}$     ③  $\frac{441}{115}$     ④  $\frac{441}{121}$     ⑤  $\frac{441}{127}$

**# 1** 지수함수와 로그함수의 극한과 미분 25제

**1** 2014 6 B 23

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} + 10x - 1}{x}$  의 값을 구하시오.

**2** 2014 9 B 22

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x) + 9x}{2x}$  의 값을 구하시오.

**3** 2014 11 B 12

이차항의 계수가 1인 이차함수  $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{\ln(x+1)} & (x \neq 0) \\ 8 & (x = 0) \end{cases}$$

에 대하여 함수  $f(x)g(x)$ 가 구간  $(-1, \infty)$ 에서 연속일 때,  $f(3)$ 의 값은?

- ① 6      ② 9      ③ 12      ④ 15      ⑤ 18

**4** 2015 6 B 4

함수  $f(x) = e^{3x} + 10x$  에 대하여  $f'(0)$  의 값은?

- ① 17      ② 16      ③ 15      ④ 14      ⑤ 13

**5** 2015 6 B 22

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+7x)}{x}$  의 값을 구하시오.

**6** 2015 9 B 2

$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{5}{x}}$  의 값은?

- ①  $\frac{1}{e^5}$       ②  $\frac{1}{e^3}$       ③ 1      ④  $e^3$       ⑤  $e^5$

**7** 2015 11 B 2

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{3x}$  의 값은?

- ① 1      ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{1}{3}$       ④  $\frac{1}{4}$       ⑤  $\frac{1}{5}$

**8** 2016 6 B 3

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+\sqrt{3}x)}{x}$  의 값은?

- ① 1      ②  $\sqrt{2}$       ③  $\sqrt{3}$       ④ 2      ⑤  $\sqrt{5}$

**9** 2017 6 가 4

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 1}{3x} \text{의 값은?}$$

- ①  $\frac{4}{3}$       ②  $\frac{5}{3}$       ③ 2      ④  $\frac{7}{3}$       ⑤  $\frac{8}{3}$

**10** 2017 6 가 5

함수  $f(x) = (2x+7)e^x$ 에 대하여  $f'(0)$ 의 값은?

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

**11** 2017 9 가 11

함수  $f(x) = \log_3 x$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3-h)}{h}$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{2\ln 3}$       ②  $\frac{2}{3\ln 3}$       ③  $\frac{5}{6\ln 3}$   
 ④  $\frac{1}{\ln 3}$       ⑤  $\frac{7}{6\ln 3}$

**12** 2017 11 가 2

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{6x} - 1}{\ln(1+3x)} \text{의 값은?}$$

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

**13** 2018 6 가 3

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{x} \text{의 값은?}$$

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

**14** 2018 6 가 5

함수  $f(x) = e^x(2x+1)$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값은?

- ①  $8e$       ②  $7e$       ③  $6e$       ④  $5e$       ⑤  $4e$

**15** 2018 11 가 2

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{e^{2x} - 1} \text{의 값은?}$$

- ① 1      ②  $\frac{3}{2}$       ③ 2      ④  $\frac{5}{2}$       ⑤ 3

**16** 2019 6 가 2

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+12x)}{3x} \text{의 값은?}$$

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

17 2019 9 가 2

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x(x^2 + 2)}$  의 값은?

- ① 1      ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{1}{3}$       ④  $\frac{1}{4}$       ⑤  $\frac{1}{5}$

18 2020 6 가 2

함수  $f(x) = 7 + 3\ln x$ 에 대하여  $f'(3)$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

19 2020 6 가 3

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} + e^{3x} - 2}{2x}$  의 값은?

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④ 2      ⑤  $\frac{5}{2}$

20 2020 9 가 2

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{6x} - e^{4x}}{2x}$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

21 2020 11 가 2

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6x}{e^{4x} - e^{2x}}$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

22 2020 11 가 22

함수  $f(x) = x^3 \ln x$ 에 대하여  $\frac{f'(e)}{e^2}$ 의 값을 구하시오.

23 2016 6 B 16

두 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax & (x < 1) \\ -3x + 4 & (x \geq 1) \end{cases}, \quad g(x) = 2^x + 2^{-x}$$

에 대하여 합성함수  $(g \circ f)(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수  $a$ 의 값의 곱은?

- ① -5      ② -4      ③ -3      ④ -2      ⑤ -1

**24** 2020 9 가 15

함수  $y = e^x$ 의 그래프 위의  $x$ 좌표가 양수인 점 A와 함수  $y = -\ln x$ 의 그래프 위의 점 B가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $\overline{OA} = 2\overline{OB}$   
 (나)  $\angle AOB = 90^\circ$

직선 OA의 기울기는? (단, O는 원점이다.)

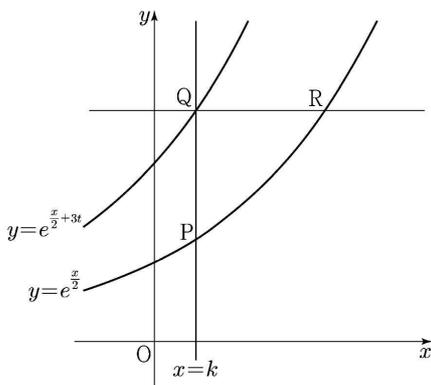
- ①  $e$       ②  $\frac{3}{\ln 3}$       ③  $\frac{2}{\ln 2}$       ④  $\frac{5}{\ln 5}$       ⑤  $\frac{e^2}{2}$

**25** 2021 6 가 16

양수  $t$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 실수  $k$ 의 값을  $f(t)$ 라 하자.

- 직선  $x = k$ 와 두 곡선  $y = e^{\frac{x}{2}}$ ,  $y = e^{\frac{x}{2}+3t}$ 이 만나는 점을 각각 P, Q라 하고, 점 Q를 지나고  $y$ 축에 수직인 직선이 곡선  $y = e^{\frac{x}{2}}$ 과 만나는 점을 R라 할 때,  $\overline{PQ} = \overline{QR}$ 이다.

함수  $f(t)$ 에 대하여  $\lim_{t \rightarrow 0^+} f(t)$ 의 값은?

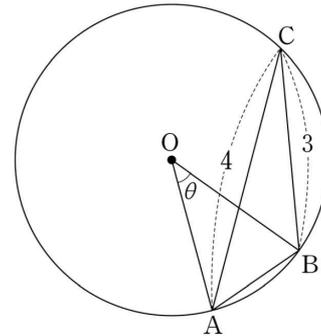


- ①  $\ln 2$       ②  $\ln 3$       ③  $\ln 4$       ④  $\ln 5$       ⑤  $\ln 6$

**#2** 삼각함수의 덧셈정리, 극한과 미분 33제

**26** 2014 6 B 11

그림과 같이 중심이 O인 원 위에 세 점 A, B, C가 있다.  $\overline{AC} = 4$ ,  $\overline{BC} = 3$  이고 삼각형 ABC의 넓이가 2이다.  $\angle AOB = \theta$  일 때,  $\sin \theta$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \pi$ )



- ①  $\frac{2\sqrt{2}}{9}$       ②  $\frac{5\sqrt{2}}{18}$       ③  $\frac{\sqrt{2}}{3}$   
 ④  $\frac{7\sqrt{2}}{18}$       ⑤  $\frac{4\sqrt{2}}{9}$

**27** 2014 6 B 25

삼각방정식  $\sqrt{6} \sin x - \sqrt{2} \cos x - 2 = 0$ 의 모든 실근의 합을  $\frac{q}{p}$ 라 할 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 \leq x \leq 2\pi$  이고,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

**28** 2014 9 B 3

함수  $f(x) = \sqrt{7} \sin x - 3 \cos x$  의 최댓값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

**29** 2014 9 B 5

$0 \leq x \leq 2\pi$  일 때, 방정식  $\sin 2x - \sin x = 4 \cos x - 2$  의 모든 해의 합은?

- ①  $\pi$       ②  $\frac{3}{2}\pi$       ③  $2\pi$       ④  $\frac{5}{2}\pi$       ⑤  $3\pi$

**30** 2014 11 B 2

$\tan \theta = \frac{\sqrt{5}}{5}$  일 때,  $\cos 2\theta$  의 값은?

- ①  $\frac{\sqrt{6}}{3}$       ②  $\frac{\sqrt{5}}{3}$       ③  $\frac{2}{3}$       ④  $\frac{\sqrt{3}}{3}$       ⑤  $\frac{\sqrt{2}}{3}$

**31** 2014 11 B 7

함수  $f(x) = 2\cos^2 x + k \sin 2x - 1$  의 최댓값이  $\sqrt{10}$  일 때, 양수  $k$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

**32** 2015 6 B 3

$\sin \theta = \frac{2}{3}$  일 때,  $\cos 2\theta$  의 값은?

- ①  $\frac{1}{18}$       ②  $\frac{1}{9}$       ③  $\frac{1}{6}$       ④  $\frac{2}{9}$       ⑤  $\frac{5}{18}$

**33** 2015 9 B 3

함수  $f(x) = \sin x - 4x$  에 대하여  $f'(0)$  의 값은?

- ① -5      ② -4      ③ -3      ④ -2      ⑤ -1

**34** 2015 9 B 8

$0 \leq x \leq \pi$  일 때, 삼각방정식

$$\sin x = \sin 2x$$

의 모든 해의 합은?

- ①  $\pi$       ②  $\frac{7}{6}\pi$       ③  $\frac{5}{4}\pi$       ④  $\frac{4}{3}\pi$       ⑤  $\frac{3}{2}\pi$

**35** 2015 11 B 3

함수  $f(x) = \sin x + \sqrt{7} \cos x - \sqrt{2}$  의 최댓값은?

- ①  $\sqrt{2}$       ②  $\sqrt{3}$       ③ 2      ④  $\sqrt{5}$       ⑤  $\sqrt{6}$

**36** 2015 11 B 23

함수  $f(x) = \cos x + 4e^{2x}$ 에 대하여  $f'(0)$ 의 값을 구하시오.

- ①  $\frac{1}{5}$       ②  $\frac{11}{50}$       ③  $\frac{6}{25}$       ④  $\frac{13}{50}$       ⑤  $\frac{7}{25}$

**37** 2016 6 B 4

$\tan\theta = \frac{1}{7}$  일 때,  $\sin 2\theta$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{5}$       ②  $\frac{11}{50}$       ③  $\frac{6}{25}$       ④  $\frac{13}{50}$       ⑤  $\frac{7}{25}$

**38** 2016 6 B 7

함수  $f(x) = a \sin x + \sqrt{11} \cos x$ 의 최댓값이 6일 때, 양수  $a$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

**39** 2016 9 B 2

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{xe^x}$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

**40** 2016 9 B 11

좌표평면에서 두 직선  $x - y - 1 = 0$ ,  $ax - y + 1 = 0$ 이 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 하자.  $\tan\theta = \frac{1}{6}$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은?

(단,  $a > 1$ )

- ①  $\frac{11}{10}$       ②  $\frac{6}{5}$       ③  $\frac{13}{10}$       ④  $\frac{7}{5}$       ⑤  $\frac{3}{2}$

**41** 2016 11 B 2

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+5x)}{\sin 3x}$ 의 값은?

- ① 1      ②  $\frac{4}{3}$       ③  $\frac{5}{3}$       ④ 2      ⑤  $\frac{7}{3}$

**42** 2016 11 B 23

함수  $f(x) = 4 \sin 7x$ 에 대하여  $f'(2\pi)$ 의 값을 구하시오.

**43** 2017 6 가 7

$\tan\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) = 2$ 일 때,  $\tan\alpha$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{4}{9}$       ③  $\frac{5}{9}$       ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{7}{9}$

**44** 2017 6 가 12

좌표평면에서 두 직선

$$\frac{x+1}{4} = \frac{y-1}{3}, \quad \frac{x+2}{-1} = \frac{y+1}{3}$$

이 이루는 예각의 크기를  $\theta$ 라 할 때,  $\cos\theta$ 의 값은?

- ①  $\frac{\sqrt{6}}{10}$     ②  $\frac{\sqrt{7}}{10}$     ③  $\frac{\sqrt{2}}{5}$     ④  $\frac{3}{10}$     ⑤  $\frac{\sqrt{10}}{10}$

**45** 2017 6 가 22

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x \cos x}$ 의 값을 구하시오.

**46** 2017 9 가 5

$\cos(\alpha + \beta) = \frac{5}{7}$ ,  $\cos\alpha \cos\beta = \frac{4}{7}$  일 때,  $\sin\alpha \sin\beta$ 의 값은?

- ①  $-\frac{1}{7}$                       ②  $-\frac{2}{7}$                       ③  $-\frac{3}{7}$   
 ④  $-\frac{4}{7}$                       ⑤  $-\frac{5}{7}$

**47** 2018 9 가 2

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x}{4x}$ 의 값은?

- ①  $\frac{3}{4}$     ② 1    ③  $\frac{5}{4}$     ④  $\frac{3}{2}$     ⑤  $\frac{7}{4}$

**48** 2019 6 가 23

$\cos\theta = \frac{1}{7}$  일 때,  $\sec^2\theta$ 의 값을 구하시오.

**49** 2019 11 가 23

$\tan\theta = 5$ 일 때,  $\sec^2\theta$ 의 값을 구하시오.

**50** 2020 6 가 12

함수  $f(x) = \sin(x + \alpha) + 2\cos(x + \alpha)$ 에 대하여

$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$ 일 때,  $\tan\alpha$ 의 값은? (단,  $\alpha$ 는 상수이다.)

- ①  $-\frac{5}{6}$     ②  $-\frac{2}{3}$     ③  $-\frac{1}{2}$     ④  $-\frac{1}{3}$     ⑤  $-\frac{1}{6}$

**51** 2020 6 가 23

$\cos\theta = \frac{1}{7}$ 일 때,  $\csc\theta \times \tan\theta$ 의 값을 구하시오.

52 2020 9 가 9

$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인  $\theta$ 에 대하여  $\cos \theta = -\frac{3}{5}$ 일 때,  $\csc(\pi + \theta)$ 의 값은?

- ①  $-\frac{5}{2}$     ②  $-\frac{5}{3}$     ③  $-\frac{5}{4}$     ④  $\frac{5}{4}$     ⑤  $\frac{5}{3}$

53 2020 11 가 10

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC에서  $\angle A = \alpha$ ,  $\angle B = \beta$ 라 하자.

$\tan(\alpha + \beta) = -\frac{3}{2}$ 일 때,  $\tan \alpha$ 의 값은?

- ①  $\frac{21}{10}$     ②  $\frac{11}{5}$     ③  $\frac{23}{10}$     ④  $\frac{12}{5}$     ⑤  $\frac{5}{2}$

54 2021 6 가 10

실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$(e^{2x} - 1)^2 f(x) = a - 4 \cos \frac{\pi}{2} x$$

를 만족시킬 때,  $a \times f(0)$ 의 값은? (단,  $a$ 는 상수이다.)

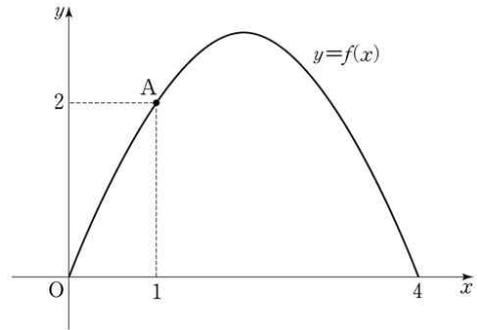
- ①  $\frac{\pi^2}{6}$     ②  $\frac{\pi^2}{5}$     ③  $\frac{\pi^2}{4}$     ④  $\frac{\pi^2}{3}$     ⑤  $\frac{\pi^2}{2}$

55 2016 6 B 14

닫힌 구간  $[0, 4]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = 2\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} x$$

의 그래프가 그림과 같고 직선  $y = g(x)$ 가  $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점  $A(1, 2)$ 를 지난다. 일차함수  $g(x)$ 가 닫힌 구간  $[0, 4]$ 에서  $f(x) \leq g(x)$ 를 만족시킬 때,  $g(3)$ 의 값은?

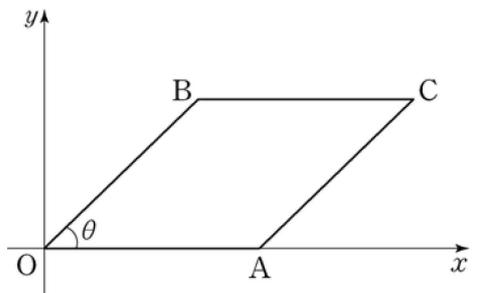


- ①  $\pi$     ②  $\pi + 1$     ③  $\pi + 2$   
 ④  $\pi + 3$     ⑤  $\pi + 4$

56 2016 11 B 15

좌표평면에서 점 A의 좌표는  $(1, 0)$ 이고,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 인  $\theta$ 에 대하여

점 B의 좌표는  $(\cos \theta, \sin \theta)$ 이다. 사각형 OACB가 평행사변형이 되도록 하는 제1사분면 위의 점 C에 대하여 사각형 OACB의 넓이를  $f(\theta)$ , 선분 OC의 길이의 제곱을  $g(\theta)$ 라 하자.  $f(\theta) + g(\theta)$ 의 최댓값은? (단, O는 원점이다.)

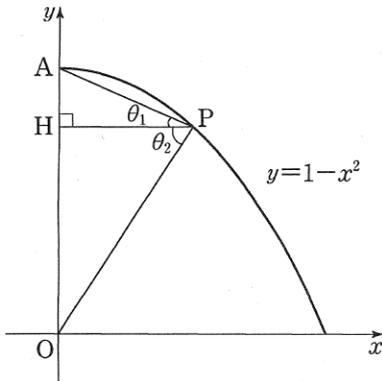


- ①  $2 + \sqrt{5}$     ②  $2 + \sqrt{6}$     ③  $2 + \sqrt{7}$   
 ④  $2 + 2\sqrt{2}$     ⑤ 5

57 2018 9 가 15

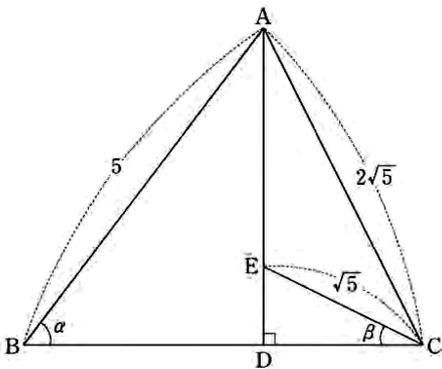
곡선  $y=1-x^2(0 < x < 1)$  위의 점 P에서 y축에 내린 수선의 발을 H라 하고, 원점 O와 점 A(0,1)에 대하여  $\angle APH = \theta_1$ ,  $\angle HPO = \theta_2$ 라 하자.  $\tan \theta_1 = \frac{1}{2}$ 일 때,  $\tan(\theta_1 + \theta_2)$ 의 값은?

- ① 2
- ② 4
- ③ 6
- ④ 8
- ⑤ 10



58 2018 11 가 14

그림과 같이  $\overline{AB} = 5$ ,  $\overline{AC} = 2\sqrt{5}$ 인 삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 D라 하자. 선분 AD를 3:1로 내분하는 점 E에 대하여  $\overline{EC} = \sqrt{5}$ 이다.  $\angle ABD = \alpha$ ,  $\angle DCE = \beta$ 라 할 때,  $\cos(\alpha - \beta)$ 의 값은?



- ①  $\frac{\sqrt{5}}{5}$
- ②  $\frac{\sqrt{5}}{4}$
- ③  $\frac{3\sqrt{5}}{10}$
- ④  $\frac{7\sqrt{5}}{20}$
- ⑤  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

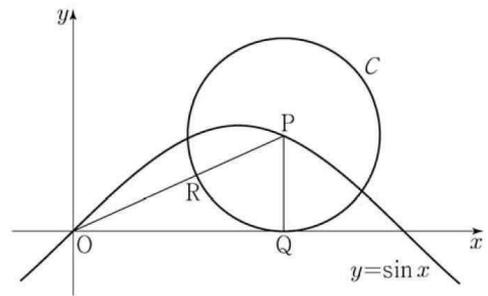
#3 도형의 극한 22제

59 2020 11 가 24

좌표평면에서 곡선  $y = \sin x$  위의 점  $P(t, \sin t)$  ( $0 < t < \pi$ )를 중심으로 하고 x축에 접하는 원을 C라 하자. 원 C가 x축에 접하는 점을 Q, 선분 OP와 만나는 점을 R라 하자.

$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{\overline{OQ}}{\overline{OR}} = a + b\sqrt{2}$ 일 때,  $a + b$ 의 값을 구하시오.

(단, O는 원점이고, a, b는 정수이다.)

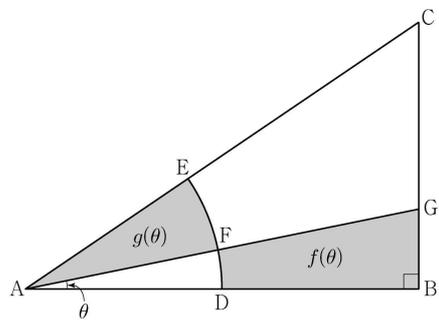


60 2021 12 가 24

그림과 같이  $\overline{AB} = 2$ ,  $\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ABC에서 중심이 A, 반지름의 길이가 1인 원이 두 선분 AB, AC와 만나는 점을 각각 D, E라 하자. 호 DE의 삼등분점 중 점 D에 가까운 점을 F라 하고, 직선 AF가 선분 BC와 만나는 점을 G라 하자.

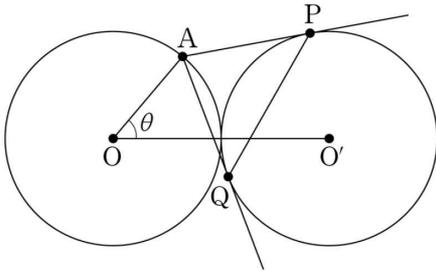
$\angle BAG = \theta$ 라 할 때, 삼각형 ABG의 내부와 부채꼴 ADF의 외부의 공통부분의 넓이를  $f(\theta)$ , 부채꼴 AFE의 넓이를  $g(\theta)$ 라 하자.

$40 \times \lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{g(\theta)}$ 의 값을 구하시오.



61 2014 6 B 21

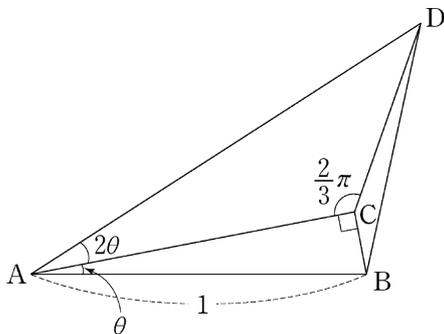
그림과 같이 반지름의 길이가 각각 1 인 두 원  $O, O'$  이 외접하고 있다. 원  $O$  위의 점  $A$  에서 원  $O'$  에 그은 두 접선의 접점을 각각  $P, Q$  라 하자.  $\angle AOO' = \theta$  라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{PQ}{\theta}$  의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ )



- ① 2      ②  $\sqrt{6}$       ③  $2\sqrt{2}$       ④  $\sqrt{10}$       ⑤  $2\sqrt{3}$

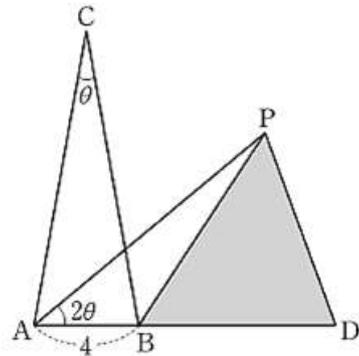
62 2014 9 B 29

그림과 같이 길이가 1 인 선분  $AB$  를 빗변으로 하고  $\angle BAC = \theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ ) 인 직각삼각형  $ABC$  에 대하여 점  $D$  를  $\angle ACD = \frac{2}{3}\pi, \angle CAD = 2\theta$  가 되도록 잡는다. 삼각형  $BCD$  의 넓이를  $S(\theta)$  라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = p$  이다.  $300p^2$  의 값을 구하시오. (단, 네 점  $A, B, C, D$  는 한 평면 위에 있다.)



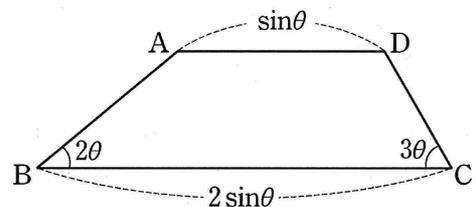
63 2014 11 B 28

그림과 같이 길이가 4 인 선분  $AB$  를 한 변으로 하고,  $\overline{AC} = \overline{BC}, \angle ACB = \theta$  인 이등변삼각형  $ABC$  가 있다. 선분  $AB$  의 연장선 위에  $\overline{AC} = \overline{AD}$  인 점  $D$  를 잡고,  $\overline{AC} = \overline{AP}$  이고  $\angle PAB = 2\theta$  인 점  $P$  를 잡는다. 삼각형  $BDP$  의 넓이를  $S(\theta)$  라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow +0} (\theta \times S(\theta))$  의 값을 구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ )



64 2015 6 B 29

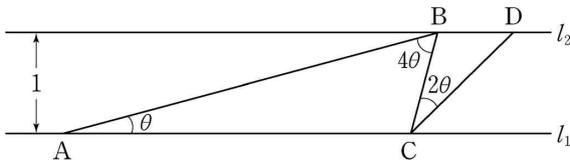
그림과 같이 사다리꼴  $ABCD$  에서 변  $AD$  와 변  $BC$  가 평행하고  $\angle B = 2\theta, \angle C = 3\theta, \overline{BC} = 2\sin\theta, \overline{AD} = \sin\theta$  이다. 사다리꼴  $ABCD$  의 넓이를  $S(\theta)$  라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^3} = \frac{q}{p}$  이다.  $p+q$  의 값을 구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$  이고,  $p$  와  $q$  는 서로소인 자연수이다.)



65 2015 9 B 28

그림과 같이 서로 평행한 두 직선  $l_1$  과  $l_2$  사이의 거리가 1이다. 직선  $l_1$  위의 점  $A$ 에 대하여 직선  $l_2$  위에 점  $B$ 를 선분  $AB$ 와 직선  $l_1$ 이 이루는 각의 크기가  $\theta$ 가 되도록 잡고, 직선  $l_2$  위에 점  $C$ 를  $\angle ABC = 4\theta$ 가 되도록 잡는다. 직선  $l_1$  위에 점  $D$ 를  $\angle BCD = 2\theta$ 이고 선분  $CD$ 가 선분  $AB$ 와 만나지 않도록 잡는다. 삼각형  $ABC$ 의 넓이를  $T_1$ , 삼각형  $BCD$ 의 넓이를  $T_2$ 라 할 때,

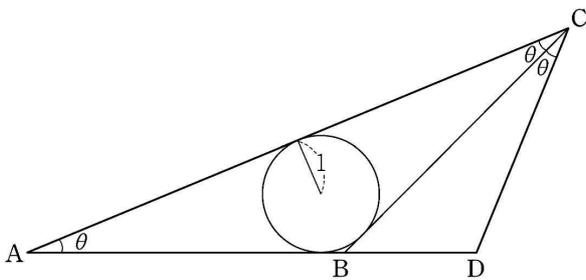
$\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{T_1}{T_2}$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{10}$ )



66 2015 11 B 20

그림과 같이 반지름의 길이가 1인 원에 외접하고  $\angle CAB = \angle BCA = \theta$ 인 이등변삼각형  $ABC$ 가 있다. 선분  $AB$ 의 연장선 위에 점  $A$ 가 아닌 점  $D$ 를  $\angle DCB = \theta$ 가 되도록 잡는다. 삼각형  $BCD$ 의 넓이를  $S(\theta)$ 라 할 때,

$\lim_{\theta \rightarrow +0} \{\theta \times S(\theta)\}$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ )



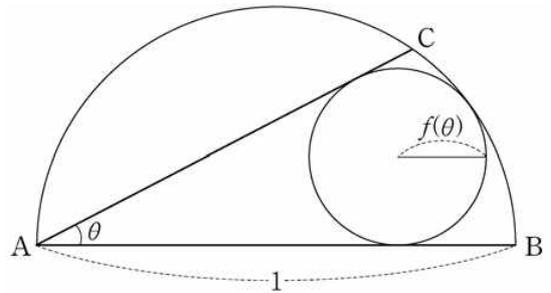
- ①  $\frac{2}{3}$
- ②  $\frac{8}{9}$
- ③  $\frac{10}{9}$
- ④  $\frac{4}{3}$
- ⑤  $\frac{14}{9}$

67 2016 6 B 29

그림과 같이 길이가 1인 선분  $AB$ 를 지름으로 하는 반원 위에 점  $C$ 를 잡고  $\angle BAC = \theta$ 라 하자. 호  $BC$ 와 두 선분  $AB, AC$ 에 동시에 접하는 원의 반지름의 길이를  $f(\theta)$ 라 할 때,

$$\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\tan \frac{\theta}{2} - f(\theta)}{\theta^2} = \alpha$$

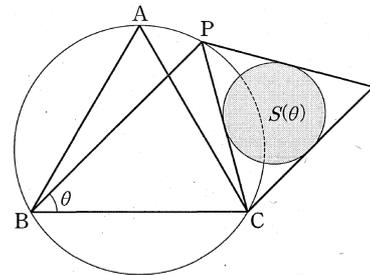
이다.  $100\alpha$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ )



68 2016 9 B 28

그림과 같이 원에 내접하고 한 변의 길이가  $2\sqrt{3}$ 인 정삼각형  $ABC$ 가 있다. 점  $B$ 를 포함하지 않는 호  $AC$  위의 점  $P$ 에 대하여  $\angle PBC = \theta$ 라 하고, 선분  $PC$ 를 한 변으로 하는 정삼각형에 내접하는 원의 넓이를  $S(\theta)$ 라 하자.

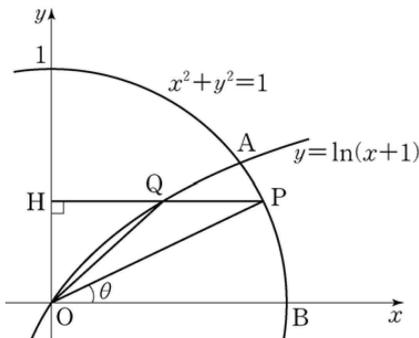
$\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S(\theta)}{\theta^2} = a\pi$ 일 때,  $60a$ 의 값을 구하시오.



69 2016 11 B 28

그림과 같이 좌표평면에서 원  $x^2+y^2=1$ 과 곡선  $y=\ln(x+1)$ 이 제1사분면에서 만나는 점을 A라 하자. 점 B(1, 0)에 대하여 호 AB 위의 점 P에서 y축에 내린 수선의 발을 H, 선분 PH와 곡선  $y=\ln(x+1)$ 이 만나는 점을 Q라 하자.  $\angle POB=\theta$ 라 할 때, 삼각형 OPQ의 넓이를  $S(\theta)$ , 선분 HQ의 길이를  $L(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{L(\theta)}=k$ 일 때,  $60k$ 의 값을 구하시오.

(단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ 이고, O는 원점이다.)

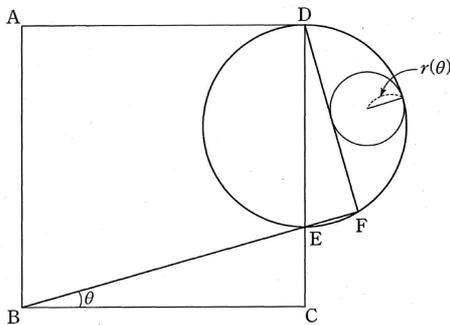


70 2017 9 가 20

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 ABCD가 있다. 변 CD 위의 점 E에 대하여 선분 DE를 지름으로 하는 원과 직선 BE가 만나는 점 중 E가 아닌 점을 F라 하자.

$\angle EBC = \theta$ 라 할 때, 점 E를 포함하지 않는 호 DF를 이등분하는 점과 선분 DF의 중점을 지름의 양 끝점으로 하는 원의 반지름의 길이를  $r(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{4}^-} \frac{r(\theta)}{\frac{\pi}{4} - \theta}$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ )

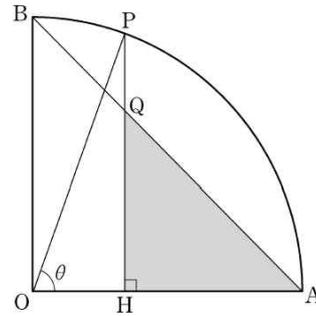


- ①  $\frac{1}{7}(2-\sqrt{2})$
- ②  $\frac{1}{6}(2-\sqrt{2})$
- ③  $\frac{1}{5}(2-\sqrt{2})$
- ④  $\frac{1}{4}(2-\sqrt{2})$
- ⑤  $\frac{1}{3}(2-\sqrt{2})$

71 2017 11 가 14

그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H, 선분 PH와 선분 AB의 교점을 Q라 하자.  $\angle POH = \theta$ 일 때, 삼각형 AQH의 넓이를  $S(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^4}$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ )



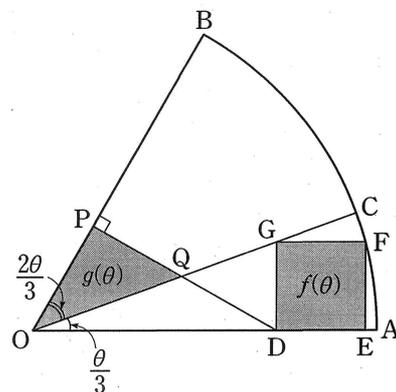
- ①  $\frac{1}{8}$
- ②  $\frac{1}{4}$
- ③  $\frac{3}{8}$
- ④  $\frac{1}{2}$
- ⑤  $\frac{5}{8}$

72 2018 6 가 28

그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가  $\theta$ 인 부채꼴 OAB에서 호 AB의 삼등분점 중 점 A에 가까운 점을 C라 하자. 변 DE가 선분 OA 위에 있고, 꼭짓점 G, F가 각각 선분 OC, 호 AC 위에 있는 정사각형 DEFG의 넓이를  $f(\theta)$ 라 하자. 점 D에서 선분 OB에 내린 수선의 발을 P, 선분 DP와 선분 OC가 만나는 점을 Q라 할 때, 삼각형 OQP의 넓이를  $g(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)}{\theta \times g(\theta)} = k$ 일 때,  $60k$ 의 값을 구하시오.

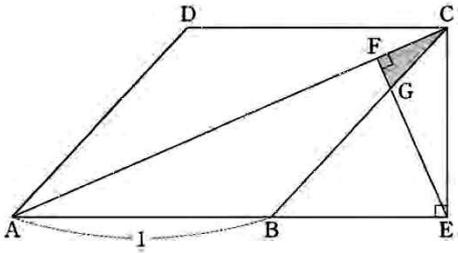
(단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이고,  $\overline{OD} < \overline{OE}$ 이다.)



**73** 2018 11 가 17

그림과 같이 한 변의 길이가 1인 마름모 ABCD가 있다. 점 C에서 선분 AB의 연장선에 내린 수선의 발을 E, 점 E에서 선분 AC에 내린 수선의 발을 F, 선분 EF와 선분 BC의 교점을 G라 하자.  $\angle DAB = \theta$ 일 때, 삼각형 CFG의 넓이를  $S(\theta)$ 라 하자.

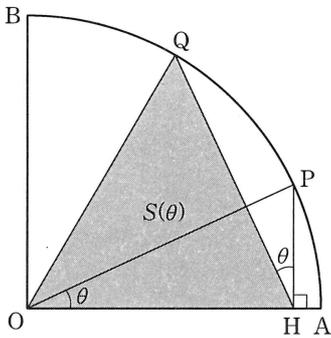
$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^5}$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ )



- ①  $\frac{1}{24}$
- ②  $\frac{1}{20}$
- ③  $\frac{1}{16}$
- ④  $\frac{1}{12}$
- ⑤  $\frac{1}{8}$

**74** 2019 6 가 16

그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H라 하고, 호 BP 위에 점 Q를  $\angle POH = \angle PHQ$ 가 되도록 잡는다.  $\angle POH = \theta$ 일 때, 삼각형 OHQ의 넓이를  $S(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta}$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$ )



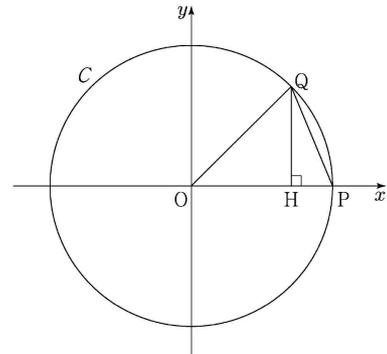
- ①  $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$
- ②  $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$
- ③  $\frac{3+\sqrt{2}}{2}$
- ④  $\frac{4+\sqrt{2}}{2}$
- ⑤  $\frac{5+\sqrt{2}}{2}$

**75** 2019 9 가 19

자연수  $n$ 에 대하여 중심이 원점 O이고 점  $P(2^n, 0)$ 을 지나는 원 C가 있다. 원 C 위에 점 Q를 호 PQ의 길이가  $\pi$ 가 되도록 잡는다. 점 Q에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을 H라 할 때,

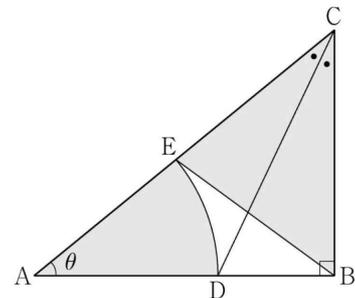
$\lim_{n \rightarrow \infty} (\overline{OQ} \times \overline{HP})$ 의 값은?

- ①  $\frac{\pi^2}{2}$
- ②  $\frac{\pi^2}{3}$
- ③  $\pi^2$
- ④  $\frac{5}{4}\pi^2$
- ⑤  $\frac{3}{2}\pi^2$



**76** 2019 11 가 18

그림과 같이  $\overline{AB} = 1$ ,  $\angle B = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형 ABC에서  $\angle C$ 를 이등분하는 직선과 선분 AB의 교점을 D, 중심이 A이고 반지름의 길이가  $\overline{AD}$ 인 원과 선분 AC의 교점을 E라 하자.  $\angle A = \theta$ 일 때, 부채꼴 ADE의 넓이를  $S(\theta)$ , 삼각형 BCE의 넓이를  $T(\theta)$ 라 하자.  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\{S(\theta)\}^2}{T(\theta)}$ 의 값은?



- ①  $\frac{1}{4}$
- ②  $\frac{1}{2}$
- ③  $\frac{3}{4}$
- ④ 1
- ⑤  $\frac{5}{4}$

**77** 2020 6 가 28

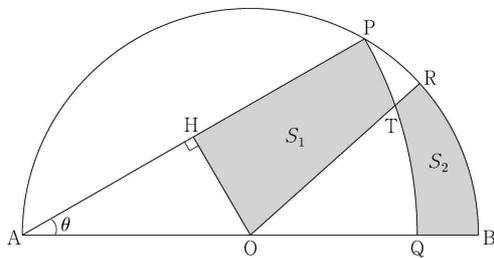
그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P가 있다. 중심이 A이고 반지름의 길이가  $\overline{AP}$ 인 원과 선분 AB의 교점을 Q라 하자.

호 PB 위에 점 R를 호 PR와 호 RB의 길이의 비가 3:7이 되도록 잡는다. 선분 AB의 중점을 O라 할 때, 선분 OR와 호 PQ의 교점을 T, 점 O에서 선분 AP에 내린 수선의 발을 H라 하자.

세 선분 PH, HO, OT와 호 TP로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_1$ , 두 선분 RT, QB와 두 호 TQ, BR로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_2$ 라

하자.  $\angle PAB = \theta$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S_1 - S_2}{OH} = a$ 이다.

$50a$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ )

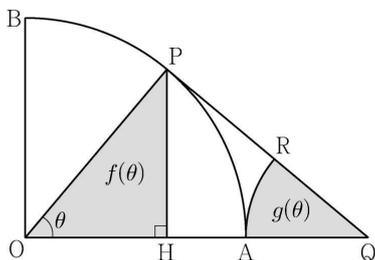


**78** 2020 9 가 20

그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H, 점 P에서 호 AB에 접하는 직선과 직선 OA의 교점을 Q라 하자. 점 Q를 중심으로 하고 반지름의 길이가  $\overline{QA}$ 인 원과 선분 PQ의 교점을 R라 하자.  $\angle POA = \theta$ 일 때, 삼각형 OHP의 넓이를  $f(\theta)$ , 부채꼴 QRA의 넓이를  $g(\theta)$ 라 하자.

$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{g(\theta)}}{\theta \times f(\theta)}$ 의 값은? (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ )

- ①  $\frac{\sqrt{\pi}}{5}$
- ②  $\frac{\sqrt{\pi}}{4}$
- ③  $\frac{\sqrt{\pi}}{3}$
- ④  $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$
- ⑤  $\sqrt{\pi}$

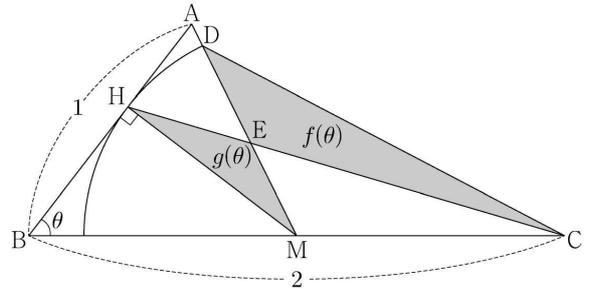


**79** 2021 6 가 28

그림과 같이  $\overline{AB} = 1, \overline{BC} = 2$ 인 두 선분 AB, BC에 대하여 선분 BC의 중점을 M, 점 M에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하자. 중심이 M이고 반지름의 길이가  $\overline{MH}$ 인 원이 선분 AM과 만나는 점을 D, 선분 HC가 선분 DM과 만나는 점을 E라 하자.  $\angle ABC = \theta$ 라 할 때, 삼각형 CDE의 넓이를  $f(\theta)$ , 삼각형 MEH의 넓이를  $g(\theta)$ 라 하자.

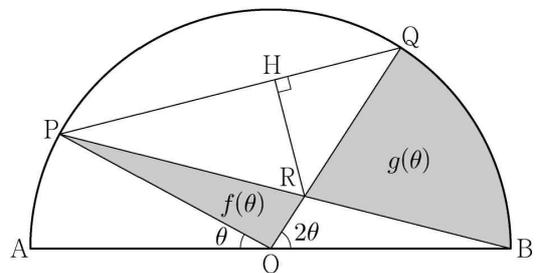
$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta) - g(\theta)}{\theta^3} = a$ 일 때,  $80a$ 의 값을 구하시오.

(단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ )



**80** 2021 9 가 28

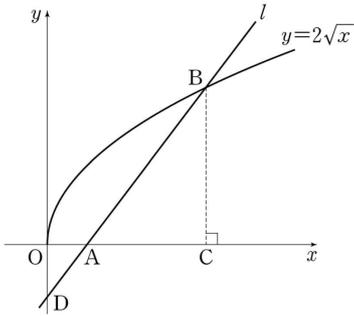
그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB의 중점을 O라 할 때, 호 AB 위에 두 점 P, Q를  $\angle POA = \theta, \angle QOB = 2\theta$ 가 되도록 잡는다. 두 선분 PB, OQ의 교점을 R라 하고, 점 R에서 선분 PQ에 내린 수선의 발을 H라 하자. 삼각형 POR의 넓이를  $f(\theta)$ , 두 선분 RQ, RB와 호 QB로 둘러싸인 부분의 넓이를  $g(\theta)$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta) + g(\theta)}{RH} = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$ 이고,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)



**# 1** 미분법 / 2, 3점 50제

**1** 2014 6 B 8

점  $A(1, 0)$  을 지나고 기울기가 양수인 직선  $l$  이 곡선  $y=2\sqrt{x}$  와 만나는 점을  $B$ , 점  $B$  에서  $x$  축에 내린 수선의 발을  $C$ , 직선  $l$  이  $y$  축과 만나는 점을  $D$  라 하자.



점  $B(t, 2\sqrt{t})$  에 대하여 삼각형  $BAC$  의 넓이를  $f(t)$  라 할 때,  $f'(9)$  의 값은?

- ① 3
- ②  $\frac{10}{3}$
- ③  $\frac{11}{3}$
- ④ 4
- ⑤  $\frac{13}{3}$

**2** 2014 11 B 22

함수  $f(x) = 5e^{3x-3}$  에 대하여  $f'(1)$  의 값을 구하시오.

**3** 2015 6 B 5

함수  $f(x) = \sqrt{5} \sin x + 2\cos x + a$  의 최댓값이 7 일 때, 상수  $a$  의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

**4** 2016 6 B 25

공비가 양수인 등비수열  $\{a_n\}$  이

$$a_1 + a_2 = 20, \quad \sum_{n=3}^{\infty} a_n = \frac{4}{3}$$

를 만족시킬 때,  $a_1$  의 값을 구하시오.

**5** 2016 9 B 5

함수  $f(x) = (2e^x + 1)^3$  에 대하여  $f'(0)$  의 값은?

- ① 48
- ② 51
- ③ 54
- ④ 57
- ⑤ 60

**6** 2016 9 B 10

곡선  $y = \ln 5x$  위의 점  $(\frac{1}{5}, 0)$  에서의 접선의  $y$  절편은?

- ①  $-\frac{5}{2}$
- ② -2
- ③  $-\frac{3}{2}$
- ④ -1
- ⑤  $-\frac{1}{2}$

**7** 2016 11 B 7

곡선  $y = 3e^{x-1}$  위의 점  $A$  에서의 접선이 원점  $O$  를 지날 때, 선분  $OA$  의 길이는?

- ①  $\sqrt{6}$
- ②  $\sqrt{7}$
- ③  $2\sqrt{2}$
- ④ 3
- ⑤  $\sqrt{10}$

**8** 2017 6 가 11

곡선  $y = \ln(x-3)+1$  위의 점  $(4, 1)$ 에서의 접선의 방정식이  $y = ax+b$ 일 때, 두 상수  $a, b$ 의 합  $a+b$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

**9** 2017 6 가 13

함수  $f(x) = (x^2-8)e^{-x+1}$ 은 극솟값  $a$ 와 극댓값  $b$ 를 갖는다. 두 수  $a, b$ 의 곱  $ab$ 의 값은?

- ① -34      ② -32      ③ -30      ④ -28      ⑤ -26

**10** 2017 9 가 9

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$f(2x+1) = (x^2+1)^2$$

을 만족시킬 때,  $f'(3)$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

**11** 2017 11 가 6

함수  $f(x) = x^3 + x + 1$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,  $g'(1)$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{2}{5}$       ③  $\frac{2}{3}$       ④  $\frac{4}{5}$       ⑤ 1

**12** 2017 11 가 10

좌표평면 위를 움직이는 점  $P$ 의 시각  $t(t > 0)$ 에서의 위치  $(x, y)$ 가

$$x = t - \frac{2}{t}, \quad y = 2t + \frac{1}{t}$$

이다. 시각  $t=1$ 에서 점  $P$ 의 속력은?

- ①  $2\sqrt{2}$       ② 3      ③  $\sqrt{10}$       ④  $\sqrt{11}$       ⑤  $2\sqrt{3}$

**13** 2018 6 가 6

매개변수  $t$ 로 나타내어진 곡선

$$x = t^2 + 2, \quad y = t^3 + t - 1$$

에서  $t=1$ 일 때,  $\frac{dy}{dx}$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{2}$       ② 1      ③  $\frac{3}{2}$       ④ 2      ⑤  $\frac{5}{2}$

**14** 2018 6 가 9

함수  $f(x) = \frac{1}{x+3}$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = 2$ 를 만족시키는 실수  $a$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

**15** 2018 6 가 23

함수  $f(x) = \sqrt{x^3+1}$  에 대하여  $f'(2)$  의 값을 구하시오.

**16** 2018 9 가 11

함수  $f(x) = x^3 + 5x + 3$  의 역함수를  $g(x)$  라 할 때,  $g'(3)$  의 값은?

- ①  $\frac{1}{7}$       ②  $\frac{1}{6}$       ③  $\frac{1}{5}$       ④  $\frac{1}{4}$       ⑤  $\frac{1}{3}$

**17** 2018 9 가 23

함수  $f(x) = -\cos^2 x$  에 대하여  $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$  의 값을 구하시오.

**18** 2018 9 가 24

곡선  $5x + xy + y^2 = 5$  위의 점  $(1, -1)$  에서의 접선의 기울기를 구하시오.

**19** 2018 11 가 9

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$  에 대하여 함수  $g(x)$  를

$$g(x) = \frac{f(x)}{e^{x-2}}$$

라 하자.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)-3}{x-2} = 5$  일 때,  $g'(2)$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

**20** 2018 11 가 11

실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수  $f(x), g(x)$  가 있다.  $f(x)$  가  $g(x)$  의 역함수이고  $f(1) = 2, f'(1) = 3$  이다.

함수  $h(x) = xg(x)$  라 할 때,  $h'(2)$  의 값은?

- ① 1      ②  $\frac{4}{3}$       ③  $\frac{5}{3}$       ④ 2      ⑤  $\frac{7}{3}$

**21** 2018 11 가 23

함수  $f(x) = \ln(x^2 + 1)$  에 대하여  $f'(1)$  의 값을 구하시오.

**22** 2018 11 가 24

곡선  $2x + x^2y - y^3 = 2$  위의 점  $(1, 1)$  에서의 접선의 기울기를 구하시오.

**23** 2019 6 가 3

함수  $f(x) = e^{3x-2}$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값은?

- ①  $e$       ②  $2e$       ③  $3e$       ④  $4e$       ⑤  $5e$

**24** 2019 6 가 6

함수  $f(x) = \tan 2x + 3\sin x$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\pi+h) - f(\pi-h)}{h}$ 의 값은?

- ①  $-2$       ②  $-4$       ③  $-6$       ④  $-8$       ⑤  $-10$

**25** 2019 6 가 9

곡선  $e^x - e^y = y$  위의 점  $(a, b)$ 에서의 접선의 기울기가 1일 때,  $a+b$ 의 값은?

- ①  $1 + \ln(e+1)$       ②  $2 + \ln(e^2+2)$       ③  $3 + \ln(e^3+3)$   
 ④  $4 + \ln(e^4+4)$       ⑤  $5 + \ln(e^5+5)$

**26** 2019 6 가 25

함수  $f(x) = 3e^{5x} + x + \sin x$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,

곡선  $y = g(x)$ 는 점  $(3, 0)$ 을 지난다.

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{g(x)-g(3)}$ 의 값을 구하시오.

**27** 2019 9 가 6

$x \geq \frac{1}{e}$ 에서 정의된 함수  $f(x) = 3x \ln x$ 의 그래프가 점  $(e, 3e)$ 를 지난다. 함수  $f(x)$ 의 역함수를  $g(x)$ 라고 할 때,

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(3e+h) - g(3e-h)}{h}$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{2}{3}$       ④  $\frac{5}{6}$       ⑤ 1

**28** 2019 9 가 10

좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시간  $t (t \geq 0)$ 에서의 위치  $(x, y)$ 가

$$x = 3t - \sin t, \quad y = 4 - \cos t$$

이다. 점 P의 속력의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,

$M+m$ 의 값은?

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

**29** 2019 9 가 11

곡선  $e^y \ln x = 2y + 1$  위의 점  $(e, 0)$ 에서의 접선의 방정식을  $y = ax + b$ 라 할 때,  $ab$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.)

- ①  $-2e$       ②  $-e$       ③  $-1$       ④  $-\frac{2}{e}$       ⑤  $-\frac{1}{e}$

**30** 2019 11 가 2

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 5x}{\ln(1+3x)}$ 의 값은?

- ①  $\frac{7}{3}$       ② 2      ③  $\frac{5}{3}$       ④  $\frac{4}{3}$       ⑤ 1

**31** 2019 11 가 7

곡선  $e^x - xe^y = y$  위의 점  $(0, 1)$ 에서의 접선의 기울기는?

- ①  $3-e$     ②  $2-e$     ③  $1-e$     ④  $-e$     ⑤  $-1-e$

**32** 2019 11 가 9

함수  $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,  $g'(f(-1))$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{(1+e)^2}$     ②  $\frac{e}{1+e}$     ③  $\left(\frac{1+e}{e}\right)^2$   
 ④  $\frac{e^2}{1+e}$     ⑤  $\frac{(1+e)^2}{e}$

**33** 2019 11 가 24

좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각  $t (t \geq 0)$ 에서의 위치  $(x, y)$ 가

$$x = 1 - \cos 4t, \quad y = \frac{1}{4} \sin 4t$$

이다. 점 P의 속력이 최대일 때, 점 P의 가속도의 크기를 구하시오.

**34** 2020 6 가 6

곡선  $x^2 + xy + y^3 = 7$  위의 점  $(2, 1)$ 에서의 접선의 기울기는?

- ①  $-5$     ②  $-4$     ③  $-3$     ④  $-2$     ⑤  $-1$

**35** 2020 6 가 9

함수  $f(x) = \frac{2^x}{\ln 2}$ 과 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $g(2)$ 의 값은?

$$(가) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(2+4h) - g(2)}{h} = 8$$

(나) 함수  $(f \circ g)(x)$ 의  $x=2$ 에서의 미분계수는 10이다.

- ① 1    ②  $\log_2 3$     ③ 2    ④  $\log_2 5$     ⑤  $\log_2 6$

**36** 2020 6 가 11

함수  $f(x) = xe^x$ 에 대하여 곡선  $y=f(x)$ 의 변곡점의 좌표가  $(a, b)$ 일 때, 두 수  $a, b$ 의 곱  $ab$ 의 값은?

- ①  $4e^2$     ②  $e$     ③  $\frac{1}{e}$     ④  $\frac{4}{e^2}$     ⑤  $\frac{9}{e^3}$

**37** 2020 9 가 6

곡선  $\pi x = \cos y + x \sin y$  위의 점  $(0, \frac{\pi}{2})$ 에서의 접선의 기울기는?

- ①  $1 - \frac{5}{2}\pi$     ②  $1 - 2\pi$     ③  $1 - \frac{3}{2}\pi$   
 ④  $1 - \pi$     ⑤  $1 - \frac{\pi}{2}$

**38** 2020 9 가 8

함수  $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$ 에 대하여  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(e+h) - f(e-2h)}{h}$ 의 값은?

- ①  $-\frac{2}{e}$     ②  $-\frac{3}{e^2}$     ③  $-\frac{1}{e}$     ④  $-\frac{2}{e^2}$     ⑤  $-\frac{3}{e^3}$

**39** 2020 9 가 11

함수  $f(x) = (x^2 - 3)e^{-x}$ 의 극댓값과 극솟값을 각각  $a, b$ 라 할 때,  $a \times b$ 의 값은?

- ①  $-12e^2$     ②  $-12e$     ③  $-\frac{12}{e}$     ④  $-\frac{12}{e^2}$     ⑤  $-\frac{12}{e^3}$

**40** 2020 9 가 13

양수  $k$ 에 대하여 두 곡선  $y = ke^x + 1, y = x^2 - 3x + 4$ 가 점 P에서 만나고, 점 P에서 두 곡선에 접하는 두 직선이 서로 수직일 때,  $k$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{e}$     ②  $\frac{1}{e^2}$     ③  $\frac{2}{e^2}$     ④  $\frac{2}{e^3}$     ⑤  $\frac{3}{e^3}$

**41** 2020 9 가 24

정의역이  $\left\{x \mid -\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{4}\right\}$ 인 함수  $f(x) = \tan 2x$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때,  $100 \times g'(1)$ 의 값을 구하시오.

**42** 2020 11 가 5

곡선  $x^2 - 3xy + y^2 = x$  위의 점  $(1, 0)$ 에서의 접선의 기울기는?

- ①  $\frac{1}{12}$     ②  $\frac{1}{6}$     ③  $\frac{1}{4}$     ④  $\frac{1}{3}$     ⑤  $\frac{5}{12}$

**43** 2020 11 가 9

좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시간  $t$  ( $0 < t < \frac{\pi}{2}$ )에서의 위치  $(x, y)$ 가

$$x = t + \sin t \cos t, \quad y = \tan t$$

이다.  $0 < t < \frac{\pi}{2}$ 에서 점 P의 속력의 최솟값은?

- ① 1    ②  $\sqrt{3}$     ③ 2    ④  $2\sqrt{2}$     ⑤  $2\sqrt{3}$

**44** 2020 11 가 11

곡선  $y = ax^2 - 2\sin 2x$ 가 변곡점을 갖도록 하는 정수  $a$ 의 개수는?

- ① 4    ② 5    ③ 6    ④ 7    ⑤ 8

**45** 2021 6 가 11

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \frac{f(x)}{(e^x + 1)^2}$$

라 하자.  $f(0) - f(0) = 2$ 일 때,  $g'(0)$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{4}$     ②  $\frac{3}{8}$     ③  $\frac{1}{2}$     ④  $\frac{5}{8}$     ⑤  $\frac{3}{4}$

**46** 2021 6 가 25

곡선  $x^3 - y^3 = e^{xy}$  위의 점  $(a, 0)$ 에서의 접선의 기울기가  $b$ 일 때,  $a+b$ 의 값을 구하시오.



**53** 2015 6 B 26

양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$  에 대하여 함수  $g(x)$  를

$$g(x) = f(x) \ln x^4$$

이라 하자. 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(e, -e)$  에서의 접선과 곡선  $y=g(x)$  위의 점  $(e, -4e)$  에서의 접선이 서로 수직일 때,  $100f'(e)$  의 값을 구하시오.

**54** 2015 9 B 20

3 이상의 자연수  $n$  에 대하여 함수  $f(x)$  가

$$f(x) = x^n e^{-x}$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

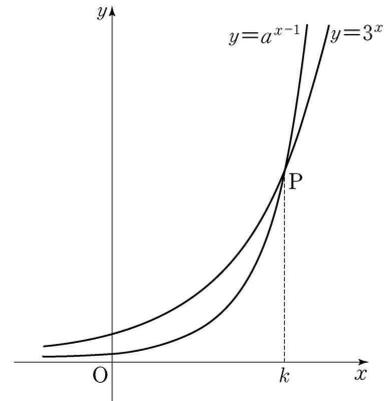
<보기>

ㄱ.  $f\left(\frac{n}{2}\right) = f'\left(\frac{n}{2}\right)$   
 ㄴ. 함수  $f(x)$  는  $x=n$  에서 극댓값을 갖는다.  
 ㄷ. 점  $(0, 0)$  은 곡선  $y=f(x)$  의 변곡점이다.

- ① ㄴ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**55** 2015 11 B 14

$a > 3$  인 상수  $a$  에 대하여 두 곡선  $y = a^{x-1}$  과  $y = 3^x$  이 점  $P$  에서 만난다. 점  $P$  의  $x$  좌표를  $k$  라 할 때, 점  $P$  에서 곡선  $y = 3^x$  에 접하는 직선이  $x$  축과 만나는 점을  $A$ , 점  $P$  에서 곡선  $y = a^{x-1}$  에 접하는 직선이  $x$  축과 만나는 점을  $B$  라 하자. 점  $H(k, 0)$  에 대하여  $\overline{AH} = 2\overline{BH}$  일 때,  $a$  의 값은?



- ① 6                      ② 7                      ③ 8                      ④ 9                      ⑤ 10

**56** 2017 6 가 15

두 함수  $f(x) = \sin^2 x$ ,  $g(x) = e^x$  에 대하여  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{g(f(x)) - \sqrt{e}}{x - \frac{\pi}{4}}$  의

값은?

- ①  $\frac{1}{e}$                       ②  $\frac{1}{\sqrt{e}}$                 ③ 1                      ④  $\sqrt{e}$                       ⑤  $e$

**57** 2017 6 가 29

양의 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수  $f(t)$ 에 대하여 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각  $t (t \geq 1)$ 에서의 위치  $(x, y)$ 가

$$\begin{cases} x = 2\ln t \\ y = f(t) \end{cases}$$

이다. 점 P가 점  $(0, f(1))$ 로부터 움직인 거리가  $s$ 가 될 때

시각  $t$ 는  $t = \frac{s + \sqrt{s^2 + 4}}{2}$  이고,  $t=2$ 일 때 점 P의 속도는

$(1, \frac{3}{4})$ 이다. 시각  $t=2$ 일 때, 점 P의 가속도를  $(-\frac{1}{2}, a)$ 라 할

때,  $60a$ 의 값을 구하시오.

**58** 2017 9 가 14

매개변수  $t (t > 0)$ 으로 나타내어진 함수

$$x = t - \frac{2}{t}, \quad y = t^2 + \frac{2}{t^2}$$

에서  $t=1$ 일 때,  $\frac{dy}{dx}$ 의 값은?

- ①  $-\frac{2}{3}$                       ②  $-1$                       ③  $-\frac{4}{3}$   
 ④  $-\frac{5}{3}$                       ⑤  $-2$

**59** 2017 9 가 26

함수  $f(x) = 2x + \sin x$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때, 곡선

$y = g(x)$  위의 점  $(4\pi, 2\pi)$ 에서의 접선의 기울기는  $\frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

**60** 2018 6 가 16

실수  $k$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + k & (x \leq 2) \\ \ln(x-2) & (x > 2) \end{cases}$$

이다. 실수  $t$ 에 대하여 직선  $y = x + t$ 와 함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 만나는 점의 개수를  $g(t)$ 라 하자. 함수  $g(t)$ 가  $t=a$ 에서 불연속인  $a$ 의 값이 한 개일 때,  $k$ 의 값은?

- ①  $-2$                       ②  $-\frac{9}{4}$                       ③  $-\frac{5}{2}$                       ④  $-\frac{11}{4}$                       ⑤  $-3$

**61** 2018 6 가 20

양수  $a$ 와 실수  $b$ 에 대하여 함수  $f(x)=ae^{3x}+be^x$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(0)$ 의 값은?

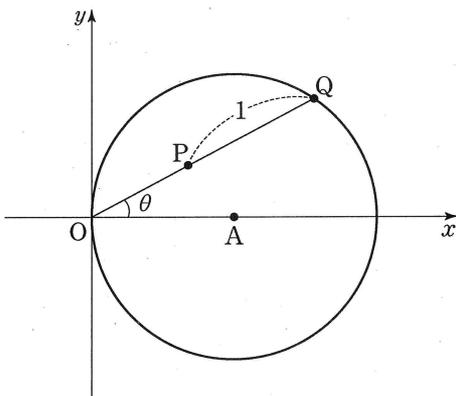
(가)  $x_1 < \ln \frac{2}{3} < x_2$ 를 만족시키는 모든 실수  $x_1, x_2$ 에 대하여  $f''(x_1)f''(x_2) < 0$ 이다.

(나) 구간  $[k, \infty)$ 에서 함수  $f(x)$ 의 역함수가 존재하도록 하는 실수  $k$ 의 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $f(2m) = -\frac{80}{9}$ 이다.

- ① -15    ② -12    ③ -9    ④ -6    ⑤ -3

**62** 2018 6 가 26

그림과 같이 좌표평면에 점  $A(1, 0)$ 을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원이 있다. 원 위의 점  $Q$ 에 대하여  $\angle AOQ = \theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$ )라 할 때, 선분  $OQ$  위에  $\overline{PQ} = 1$ 인 점  $P$ 를 정한다. 점  $P$ 의  $y$ 좌표가 최대가 될 때  $\cos \theta = \frac{a + \sqrt{b}}{8}$ 이다.  $a+b$ 의 값을 구하시오. (단,  $O$ 는 원점이고,  $a$ 와  $b$ 는 자연수이다.)



**63** 2019 6 가 26

좌표평면에서 점  $(2, a)$ 가 곡선  $y = \frac{2}{x^2 + b}$  ( $b > 0$ )의 변곡점일 때,  $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 상수이다.)

**64** 2019 9 가 20

열린 구간  $(0, 2\pi)$ 에서 정의된 함수  $f(x) = \cos x + 2x \sin x$ 가  $x = \alpha$ 와  $x = \beta$ 에서 극값을 가진다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단,  $\alpha < \beta$ )

<보기>

ㄱ.  $\tan(\alpha + \pi) = -2\alpha$

ㄴ.  $g(x) = \tan x$ 라 할 때,  $g'(\alpha + \pi) < g'(\beta)$ 이다.

ㄷ.  $\frac{2(\beta - \alpha)}{\alpha + \pi - \beta} < \sec^2 \alpha$

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**65** 2019 9 가 26

미분 가능한 함수  $f(x)$ 와 함수  $g(x) = \sin x$ 에 대하여 합성함수  $y = (g \circ f)(x)$ 의 그래프 위의 점  $(1, (g \circ f)(1))$ 에서의 접선이 원점을 지난다.

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - \frac{\pi}{6}}{x - 1} = k$$

일 때, 상수  $k$ 에 대하여  $30k^2$ 의 값을 구하시오.

**66** 2019 11 가 20

점  $(-\frac{\pi}{2}, 0)$ 에서 곡선  $y = \sin x$  ( $x > 0$ )에 접선을 그어 접점의  $x$ 좌표를 작은 수부터 크기순으로 모두 나열할 때,  $n$ 번째 수를  $a_n$ 이라 하자. 모든 자연수  $n$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. $\tan a_n = a_n + \frac{\pi}{2}$ ㄴ. $\tan a_{n+2} - \tan a_n > 2\pi$ ㄷ. $a_{n+1} + a_{n+2} > a_n + a_{n+3}$
--

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**67** 2020 6 가 15

좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각  $t$  ( $t > 0$ )에서의 위치  $(x, y)$ 가

$$x = 2\sqrt{t+1}, y = t - \ln(t+1)$$

이다. 점 P의 속력의 최솟값은?

- ①  $\frac{\sqrt{3}}{8}$       ②  $\frac{\sqrt{6}}{8}$       ③  $\frac{\sqrt{3}}{4}$       ④  $\frac{\sqrt{6}}{4}$       ⑤  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

**68** 2020 6 가 16

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \frac{f(x)\cos x}{e^x}$$

라 하자.  $g'(\pi) = e^\pi g(\pi)$ 일 때,  $\frac{f'(\pi)}{f(\pi)}$ 의 값은? (단,  $f(\pi) \neq 0$ )

- ①  $e^{-2\pi}$                       ② 1                      ③  $e^{-\pi} + 1$   
 ④  $e^\pi + 1$                       ⑤  $e^{2\pi}$

**69** 2020 9 가 26

함수  $f(x) = 3 \sin kx + 4x^3$ 의 그래프가 오직 하나의 변곡점을 가지도록 하는 실수  $k$ 의 최댓값을 구하시오.

**70** 2020 11 가 15

지수함수  $y = a^x$  ( $a > 1$ )의 그래프와 직선  $y = \sqrt{3}$ 이 만나는 점을 A라 하자. 점 B(4, 0)에 대하여 직선 OA와 직선 AB가 서로 수직이 되도록 하는 모든  $a$ 의 값의 곱은? (단, 0는 원점이다.)

- ①  $3^{\frac{1}{3}}$     ②  $3^{\frac{2}{3}}$     ③ 3    ④  $3^{\frac{4}{3}}$     ⑤  $3^{\frac{5}{3}}$

(수1기출인데 분류 실수로 여기 들어갔네요 죄송합니다,,)

**71** 2020 11 가 26

함수  $f(x) = (x^2 + 2)e^{-x}$ 에 대하여 함수  $g(x)$ 가 미분가능하고

$$g\left(\frac{x+8}{10}\right) = f^{-1}(x), \quad g(1) = 0$$

을 만족시킬 때,  $|g'(1)|$ 의 값을 구하시오.

**72** 2021 9 가 15

열린구간  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \ln\left(\frac{\sec x + \tan x}{a}\right)$$

의 역함수를  $g(x)$ 라 하자.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{g(x)}{x+2} = b$ 일 때, 두 상수  $a, b$ 의 곱  $ab$ 의 값은? (단,  $a > 0$ )

- ①  $\frac{e^2}{4}$     ②  $\frac{e^2}{2}$     ③  $e^2$     ④  $2e^2$     ⑤  $4e^2$

**73** 2021 12 가 28

두 상수  $a, b(a < b)$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를

$f(x) = (x-a)(x-b)^2$  이라 하자. 함수  $g(x) = x^3 + x + 1$ 의 역함수  $g^{-1}(x)$ 에 대하여 합성함수  $h(x) = (f \circ g^{-1})(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(8)$ 의 값을 구하시오.

- (가) 함수  $(x-1)|h(x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.  
 (나)  $h'(3) = 2$

**#3** 미분법 / 2130 22제

**74** 2014 9 B 21

자연수  $n$ 에 대하여 함수  $y = f(x)$ 를 매개변수  $t$ 로 나타내면

$$\begin{cases} x = e^t \\ y = (2t^2 + nt + n)e^t \end{cases}$$

이고,  $x \geq e^{-\frac{n}{2}}$ 일 때 함수  $y = f(x)$ 는  $x = a_n$ 에서 최솟값  $b_n$ 을 갖는다.  $\frac{b_3}{a_3} + \frac{b_4}{a_4} + \frac{b_5}{a_5} + \frac{b_6}{a_6}$ 의 값은?

- ①  $\frac{23}{2}$       ② 12      ③  $\frac{25}{2}$       ④ 13      ⑤  $\frac{27}{2}$

**75** 2014 11 B 30

이차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $g(x) = f(x)e^{-x}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 점  $(1, g(1))$ 과 점  $(4, g(4))$ 는 곡선  $y = g(x)$ 의 변곡점이다.  
 (나) 점  $(0, k)$ 에서 곡선  $y = g(x)$ 에 그은 접선의 개수가 3인  $k$ 의 값의 범위는  $-1 < k < 0$ 이다.

$g(-2) \times g(4)$ 의 값을 구하시오.

**76** 2015 6 B 21

양의 실수  $t$  에 대하여 좌표평면에서  $x, y$  에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} x^2 + (y-1)^2 \leq 1 \\ y \leq tx \end{cases}$$

가 나타내는 영역의 넓이를  $f(t)$  라 하자. 다음은  $f(2)$  의 값을 구하는 과정이다.

원  $C: x^2 + (y-1)^2 = 1$ 의 중심을 A, 원 C와 직선  $l: y = tx$  가 만나는 두 점을 각각 O, B라 하자.

직선  $l$  이  $x$  축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를  $\theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) 라 하면  $\angle OAB = 2\theta$  이다. 주어진 연립부등식이 나타내는 영역의 넓이를  $g(\theta)$  라 하면

$g(\theta) = \theta - \boxed{\text{㉠}}$  이다.  $t = \tan\theta$  이므로  $g(\theta) = f(t) = f(\tan\theta)$  이고, 합성함수의 미분법에 의하여

$g'(\theta) = f'(t) \times \boxed{\text{㉡}}$  이다.

$t = 2$  일 때,  $\tan\theta = 2$  이므로  $f'(2) = \boxed{\text{㉢}}$  이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각  $h_1(\theta), h_2(\theta)$  라 하고 (다)에 알맞은 수를  $a$  라 할 때,  $a \times h_1\left(\frac{\pi}{4}\right) \times h_2\left(\frac{\pi}{4}\right)$  의 값은?

- ①  $\frac{8}{25}$
- ②  $\frac{2}{5}$
- ③  $\frac{12}{25}$
- ④  $\frac{14}{25}$
- ⑤  $\frac{16}{25}$

**77** 2015 6 B 30

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$  가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수  $x$  에 대하여  $1 \leq f'(x) \leq 3$  이다.
- (나) 모든 정수  $n$  에 대하여 함수  $y = f(x)$  의 그래프는 점  $(4n, 8n)$ , 점  $(4n+1, 8n+2)$ , 점  $(4n+2, 8n+5)$ , 점  $(4n+3, 8n+7)$  을 모두 지난다.
- (다) 모든 정수  $k$  에 대하여 닫힌구간  $[2k, 2k+1]$  에서 함수  $f(x)$  의 그래프는 각각 이차함수의 그래프의 일부이다.

$\int_3^6 f(x)dx = a$  라 할 때,  $6a$  의 값을 구하시오.

**78** 2015 11 B 30

함수  $f(x) = e^{x+1} - 1$  과 자연수  $n$  에 대하여 함수  $g(x)$  를

$$g(x) = 100 |f(x)| - \sum_{k=1}^n |f(x^k)|$$

이라 하자.  $g(x)$  가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 모든 자연수  $n$  의 값의 합을 구하시오.

**79** 2016 6 B 21

2 이상의 자연수  $n$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = e^{x+1}\{x^2 + (n-2)x - n + 3\} + ax$$

가 역함수를 갖도록 하는 실수  $a$ 의 최솟값을  $g(n)$ 이라 하자.

$1 \leq g(n) \leq 8$ 을 만족시키는 모든  $n$ 의 값의 합은?

- ① 43      ② 46      ③ 49      ④ 52      ⑤ 55

**80** 2016 9 B 30

양수  $a$ 와 두 실수  $b, c$ 에 대하여 함수

$$f(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$$

은 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f(x)$ 는  $x = -\sqrt{3}$ 과  $x = \sqrt{3}$ 에서 극값을 갖는다.  
 (나)  $0 \leq x_1 < x_2$ 인 임의의 두 실수  $x_1, x_2$ 에 대하여  
 $f(x_2) - f(x_1) + x_2 - x_1 \geq 0$ 이다.

세 수  $a, b, c$ 의 곱  $abc$ 의 최댓값을  $\frac{k}{e^3}$ 라 할 때,  $60k$ 의 값을 구하시오.

**81** 2016 11 B 21

$0 < t < 41$ 인 실수  $t$ 에 대하여 곡선  $y = x^3 + 2x^2 - 15x + 5$ 와 직선

$y = t$ 가 만나는 세 점 중에서  $x$ 좌표가 가장 큰 점의 좌표를

$(f(t), t)$ ,  $x$ 좌표가 가장 작은 점의 좌표를  $(g(t), t)$ 라 하자.

$h(t) = t \times \{f(t) - g(t)\}$ 라 할 때,  $h'(5)$ 의 값은?

- ①  $\frac{79}{12}$       ②  $\frac{85}{12}$       ③  $\frac{91}{12}$   
 ④  $\frac{97}{12}$       ⑤  $\frac{103}{12}$

**82** 2017 6 가 21

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f(x) \neq 1$   
 (나)  $f(x) + f(-x) = 0$   
 (다)  $f'(x) = \{1 + f(x)\}\{1 + f(-x)\}$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

— <보기> —

ㄱ. 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) \neq -1$ 이다.  
 ㄴ. 함수  $f(x)$ 는 어떤 열린 구간에서 감소한다.  
 ㄷ. 곡선  $y = f(x)$ 는 세 개의 변곡점을 갖는다.

- ① ㄱ      ② ㄴ      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**83** 2017 9 가 30

최고차항의 계수가 1인 사차함수  $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = |2\sin(x+2|x|)+1|$$

에 대하여 함수  $h(x) = f(g(x))$ 는 실수 전체의 집합에서 이계도함수  $h''(x)$ 를 갖고,  $h''(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이다.  $f'(3)$ 의 값을 구하시오.

**84** 2018 6 가 21

최고차항의 계수가 1인 사차함수  $f(x)$ 에 대하여

$$F(x) = \ln|f(x)|$$

라 하고, 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $g(x)$ 에 대하여

$$G(x) = \ln|g(x) \sin x|$$

라 하자.

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x-1)F'(x) = 3, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{F'(x)}{G'(x)} = \frac{1}{4}$$

일 때,  $f(3) + g(3)$ 의 값은?

- ① 57      ② 55      ③ 53      ④ 51      ⑤ 49

**85** 2018 9 가 30

함수  $f(x) = \ln(e^x + 1) + 2e^x$ 에 대하여 이차함수  $g(x)$ 와 실수  $k$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

함수  $h(x) = |g(x) - f(x-k)|$ 는  $x = k$ 에서 최솟값  $g(k)$ 를 갖고, 닫힌구간  $[k-1, k+1]$ 에서 최댓값  $2e + \ln\left(\frac{1+e}{\sqrt{2}}\right)$ 를 갖는다.

$g'\left(k - \frac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하시오. (단,  $\frac{5}{2} < e < 3$ 이다.)

**86** 2018 11 가 21

양수  $t$ 에 대하여 구간  $[1, \infty)$ 에서 정의된 함수  $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \ln x & (1 \leq x < e) \\ -t + \ln x & (x \geq e) \end{cases}$$

일 때, 다음 조건을 만족시키는 일차함수  $g(x)$  중에서 직선  $y = g(x)$ 의 기울기의 최솟값을  $h(t)$ 라 하자.

1 이상의 모든 실수  $x$ 에 대하여  $(x-e)\{g(x) - f(x)\} \geq 0$ 이다.

미분가능한 함수  $h(t)$ 에 대하여 양수  $a$ 가  $h(a) = \frac{1}{e+2}$ 을 만족시킨

다.  $h'\left(\frac{1}{2e}\right) \times h'(a)$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{(e+1)^2}$       ②  $\frac{1}{e(e+1)}$       ③  $\frac{1}{e^2}$   
 ④  $\frac{1}{(e-1)(e+1)}$       ⑤  $\frac{1}{e(e-1)}$

**87** 2019 6 가 21

열린 구간  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2\sin^3 x & \left(-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{4}\right) \\ \cos x & \left(\frac{\pi}{4} \leq x < \frac{3\pi}{2}\right) \end{cases}$$

가 있다. 실수  $t$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 실수  $k$ 의 개수를  $g(t)$ 라 하자.

- (가)  $-\frac{\pi}{2} < k < \frac{3\pi}{2}$   
 (나) 함수  $\sqrt{|f(x)-t|}$ 는  $x=k$ 에서 미분가능하지 않다.

함수  $g(t)$ 에 대하여 합성함수  $(h \circ g)(t)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 최고차항의 계수가 1인 사차함수  $h(x)$ 가 있

다.  $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = a, g(0) = b, g(-1) = c$ 라 할 때,

$h(a+5) - h(b+3) + c$ 의 값은?

- ① 96      ② 97      ③ 98      ④ 99      ⑤ 100

**88** 2019 9 가 30

최고차항의 계수가  $\frac{1}{2}$ 이고 최솟값이 0인 사차함수  $f(x)$ 와 함수  $g(x) = 2x^4 e^{-x}$ 에 대하여 합성함수  $h(x) = (f \circ g)(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

- (가) 방정식  $h(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.  
 (나) 함수  $h(x)$ 는  $x=0$ 에서 극소이다.  
 (다) 방정식  $h(x) = 8$ 의 서로 다른 실근의 개수는 6이다.

$f'(5)$ 의 값을 구하시오. (단,  $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = 0$ )

**89** 2019 11 가 30

최고차항의 계수가  $6\pi$ 인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여

함수  $g(x) = \frac{1}{2 + \sin(f(x))}$ 이  $x = \alpha$ 에서 극대 또는 극소이고,

$\alpha \geq 0$ 인 모든  $\alpha$ 를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을

$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4, \alpha_5, \dots$ 라 할 때,  $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $\alpha_1 = 0$ 이고  $g(\alpha_1) = \frac{2}{5}$ 이다.  
 (나)  $\frac{1}{g(\alpha_5)} = \frac{1}{g(\alpha_2)} + \frac{1}{2}$

$g'\left(-\frac{1}{2}\right) = a\pi$ 라 할 때,  $a^2$ 의 값을 구하시오.

(단,  $0 < f(0) < \frac{\pi}{2}$ )

**90** 2020 6 가 21

함수  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ 와 양의 실수  $t$ 에 대하여 기울기가  $t$ 인 직선이 곡

선  $y = f(x)$ 에 접할 때 접점의  $x$ 좌표를  $g(t)$ 라 하자. 원점에서 곡

선  $y = f(x)$ 에 그은 접선의 기울기가  $a$ 일 때, 미분가능한 함수

$g(t)$ 에 대하여  $a \times g'(a)$ 의 값은?

- ①  $-\frac{\sqrt{e}}{3}$       ②  $-\frac{\sqrt{e}}{4}$       ③  $-\frac{\sqrt{e}}{5}$   
 ④  $-\frac{\sqrt{e}}{6}$       ⑤  $-\frac{\sqrt{e}}{7}$

91 2020 11 가 21

실수  $t$ 에 대하여 곡선  $y=e^x$  위의 점  $(t, e^t)$ 에서의 접선의 방정식을  $y=f(x)$ 라 할 때, 함수  $y=|f(x)+k-\ln x|$ 가 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 실수  $k$ 의 최솟값을  $g(t)$ 라 하자.

두 실수  $a, b$  ( $a < b$ )에 대하여  $\int_a^b g(t)dt = m$ 이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ.  $m < 0$  이 되도록 하는 두 실수  $a, b$  ( $a < b$ )가 존재한다.  
 ㄴ. 실수  $c$  에 대하여  $g(c) = 0$  이면  $g(-c) = 0$ 이다.  
 ㄷ.  $a = \alpha, b = \beta$  ( $\alpha < \beta$ )일 때  $m$ 의 값이 최소이면  $\frac{1+g'(\beta)}{1+g'(\alpha)} < -e^2$ 이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

92 2020 11 가 30

양의 실수  $t$ 에 대하여 곡선  $y=t^3 \ln(x-t)$ 가 곡선  $y=2e^{x-a}$ 과 오직 한 점에서 만나도록 하는 실수  $a$ 의 값을  $f(t)$ 라 하자.

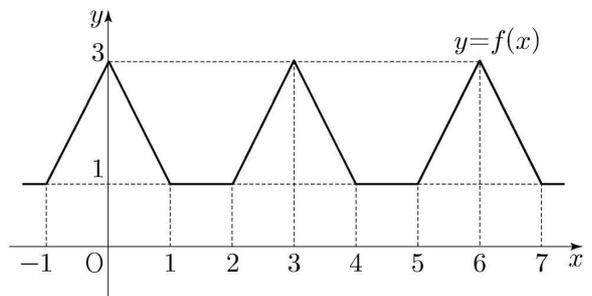
$\left\{f'\left(\frac{1}{3}\right)\right\}^2$ 의 값을 구하시오.

93 2021 6 가 30

실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x)$ 는  $0 \leq x < 3$ 일 때  $f(x) = |x-1| + |x-2|$ 이고, 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x+3) = f(x)$ 를 만족시킨다. 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \left| \frac{f(2^{x+h}) - f(2^x)}{h} \right|$$

이라 하자. 함수  $g(x)$ 가  $x=a$ 에서 불연속인  $a$ 의 값 중에서 열린구간  $(-5, 5)$ 에 속하는 모든 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $n$ 은 자연수)라 할 때,  $n + \sum_{k=1}^n \frac{g(a_k)}{\ln 2}$ 의 값을 구하시오.



94 2021 9 가 30

다음 조건을 만족시키는 실수  $a, b$ 에 대하여  $ab$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 하자.

모든 실수  $x$ 에 대하여 부등식  $-e^{-x+1} \leq ax+b \leq e^{x-2}$ 이 성립한다.

$|M \times m^3| = \frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

95 2021 12 가 30

최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $g(x) = f(\sin^2 \pi x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $0 < x < 1$ 에서 함수  $g(x)$ 가 극대가 되는  $x$ 의 개수가 3이고, 이 때 극댓값이 모두 동일하다.

(나) 함수  $g(x)$ 의 최댓값은  $\frac{1}{2}$ 이고 최솟값은 0이다.

$f(2) = a + b\sqrt{2}$ 일 때,  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.(단,  $a$ 와  $b$ 는 유리수이다.)

[memo]

# 1 적분법 / 2, 3점 36제

1 2014 6 B 9

$\overline{AB} : \overline{AD} = 3 : 1$  일 때, 점  $B$ 의  $x$  좌표를  $a$ 라 하자.  $x$  축, 직선  $x=a$ , 곡선  $y=2\sqrt{x}$ 로 둘러싸인 부분을  $x$  축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피는?

- ①  $32\pi$
- ②  $33\pi$
- ③  $34\pi$
- ④  $35\pi$
- ⑤  $36\pi$

2 2015 6 B 6

$\int_e^{e^3} \frac{\ln x}{x} dx$ 의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

3 2015 6 B 9

함수  $y=e^x$ 의 그래프와  $x$  축,  $y$  축 및 직선  $x=1$ 로 둘러싸인 영역의 넓이가 직선  $y=ax$  ( $0 < a < e$ )에 의하여 이등분될 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ①  $e - \frac{1}{3}$
- ②  $e - \frac{1}{2}$
- ③  $e - 1$
- ④  $e - \frac{4}{3}$
- ⑤  $e - \frac{3}{2}$

4 2015 9 B 4

$\int_0^1 2e^{2x} dx$ 의 값은?

- ①  $e^2 - 1$
- ②  $e^2 + 1$
- ③  $e^2 + 2$
- ④  $2e^2 - 1$
- ⑤  $2e^2 + 1$

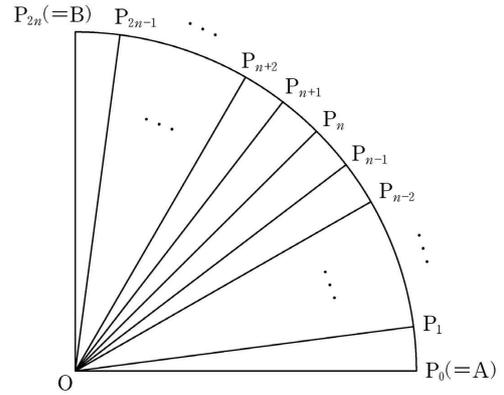
5 2015 9 B 13

그림과 같이 중심이  $O$ , 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가  $\frac{\pi}{2}$ 인 부채꼴  $OAB$ 가 있다.

자연수  $n$ 에 대하여 호  $AB$ 를  $2n$ 등분한 각 분점(양 끝점도 포함)을 차례로  $P_0 (=A), P_1, P_2, \dots, P_{2n-1}, P_{2n} (=B)$ 라 하자.

주어진 자연수  $n$ 에 대하여  $S_k$  ( $1 \leq k \leq n$ )을

삼각형  $OP_{n-k}P_{n+k}$ 의 넓이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n S_k$ 의 값은?



- ①  $\frac{1}{\pi}$
- ②  $\frac{13}{12\pi}$
- ③  $\frac{7}{6\pi}$
- ④  $\frac{5}{4\pi}$
- ⑤  $\frac{4}{3\pi}$

6 2015 11 B 4

$\int_0^1 3\sqrt{x} dx$ 의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

7 2015 11 B 9

함수  $f(x) = \frac{1}{x}$ 에 대하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n f\left(1 + \frac{2k}{n}\right) \frac{2}{n}$ 의 값은?

- ①  $\ln 2$
- ②  $\ln 3$
- ③  $2\ln 2$
- ④  $\ln 5$
- ⑤  $\ln 6$

**8** 2016 6 B 5

$\int_0^1 e^{x+4} dx$  의 값은?

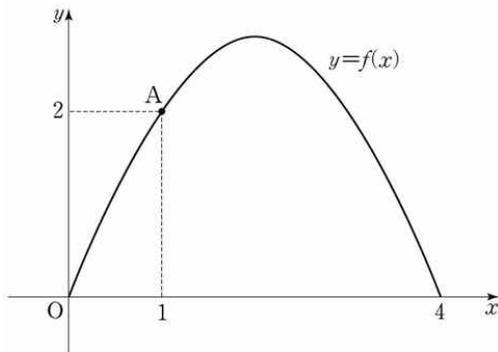
- ①  $e^5 - e^4$                       ②  $e^5$                               ③  $e^5 + e^4$
- ④  $e^5 + 2e^4$                     ⑤  $e^5 + 3e^4$

**9** 2016 6 B 13

닫힌 구간  $[0, 4]$  에서 정의된 함수

$$f(x) = 2\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{4} x$$

의 그래프가 그림과 같고 직선  $y = g(x)$ 가  $y = f(x)$  의 그래프 위의 점  $A(1, 2)$  를 지난다. 직선  $y = g(x)$  가  $x$ 축에 평행할 때, 곡선  $y = f(x)$ 와 직선  $y = g(x)$ 에 둘러싸인 부분의 넓이는?



- ①  $\frac{16}{\pi} - 4$                       ②  $\frac{17}{\pi} - 4$                       ③  $\frac{18}{\pi} - 4$
- ④  $\frac{16}{\pi} - 2$                       ⑤  $\frac{17}{\pi} - 2$

**10** 2016 9 B 22

$\int_1^{16} \frac{1}{\sqrt{x}} dx$  의 값을 구하시오.

**11** 2016 11 B 4

$\int_0^e \frac{5}{x+e} dx$  의 값은?

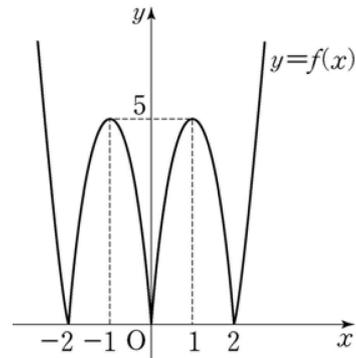
- ①  $\ln 2$                               ②  $2\ln 2$                               ③  $3\ln 2$
- ④  $4\ln 2$                               ⑤  $5\ln 2$

**12** 2016 11 B 11

함수

$$f(x) = \begin{cases} |5x(x+2)| & (x < 0) \\ |5x(x-2)| & (x \geq 0) \end{cases}$$

의 그래프가 그림과 같다. 닫힌구간  $[0, 1]$ 에서 함수  $y = f(x)$  의 그래프와  $x$  축 및 직선  $x = 1$ 로 둘러싸인 부분을  $x$  축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피는?



- ①  $\frac{65}{6}\pi$                               ②  $\frac{35}{3}\pi$                               ③  $\frac{25}{2}\pi$
- ④  $\frac{40}{3}\pi$                               ⑤  $\frac{85}{6}\pi$

**13** 2017 9 가 6

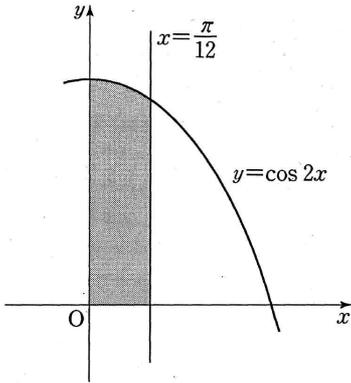
$\int_0^3 \frac{2}{2x+1} dx$  의 값은?

- ①  $\ln 5$                               ②  $\ln 6$                               ③  $\ln 7$
- ④  $3\ln 2$                               ⑤  $2\ln 3$

**14** 2017 9 가 13

함수  $y = \cos 2x$  의 그래프와  $x$  축,  $y$  축 및 직선  $x = \frac{\pi}{12}$  로 둘러싸인 영역의 넓이가 직선  $y = a$  에 의하여 이등분될 때, 상수  $a$  의 값은?

- ①  $\frac{1}{2\pi}$     ②  $\frac{1}{\pi}$     ③  $\frac{3}{2\pi}$     ④  $\frac{2}{\pi}$     ⑤  $\frac{5}{2\pi}$



**15** 2017 11 가 3

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\sin x dx$  의 값은?

- ① 0    ②  $\frac{1}{2}$     ③ 1    ④  $\frac{3}{2}$     ⑤ 2

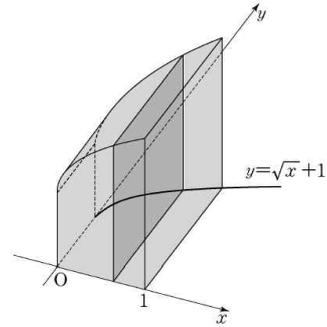
**16** 2017 11 가 9

$\int_1^e \ln \frac{x}{e} dx$  의 값은?

- ①  $\frac{1}{e} - 1$     ②  $2 - e$     ③  $\frac{1}{e} - 2$     ④  $1 - e$     ⑤  $\frac{1}{2} - e$

**17** 2017 11 가 11

그림과 같이 곡선  $y = \sqrt{x} + 1$  과  $x$  축,  $y$  축 및 직선  $x = 1$  로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을  $x$  축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는?



- ①  $\frac{7}{3}$     ②  $\frac{5}{2}$     ③  $\frac{8}{3}$     ④  $\frac{17}{6}$     ⑤ 3

**18** 2018 6 가 12

양의 실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$  가

$$\int_1^x f(t) dt = x^2 - a\sqrt{x} \quad (x > 0)$$

을 만족시킬 때,  $f(1)$  의 값은? (단,  $a$  는 상수이다.)

- ① 1    ②  $\frac{3}{2}$     ③ 2    ④  $\frac{5}{2}$     ⑤ 3

**19** 2019 6 가 24

$\int_2^4 2e^{2x-4} dx = k$  일 때,  $\ln(k+1)$  의 값을 구하시오.

**20** 2018 9 가 8

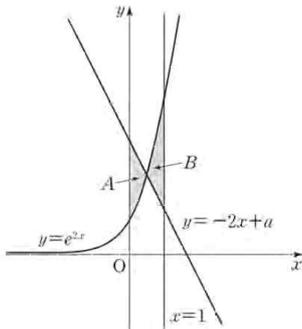
$\int_1^e \frac{3(\ln x)^2}{x} dx$  의 값은?

- ① 1    ②  $\frac{1}{2}$     ③  $\frac{1}{3}$     ④  $\frac{1}{4}$     ⑤  $\frac{1}{5}$

**21** 2018 11 가 12

곡선  $y=e^{2x}$ 과  $y$ 축 및 직선  $y=-2x+a$ 로 둘러싸인 영역을  $A$ ,  
 곡선  $y=e^{2x}$ 과 두 직선  $y=-2x+a$ ,  $x=1$ 로 둘러싸인 영역을  $B$   
 라 하자.  $A$ 의 넓이와  $B$ 의 넓이가 같을 때, 상수  $a$ 의 값은? (단,  
 $1 < a < e^2$ )

- ①  $\frac{e^2+1}{2}$                       ②  $\frac{2e^2+1}{4}$                       ③  $\frac{e^2}{2}$   
 ④  $\frac{2e^2-1}{4}$                       ⑤  $\frac{e^2-1}{2}$



**22** 2019 6 가 8

곡선  $y=|\sin 2x|+1$ 과  $x$ 축 및 두 직선  $x=\frac{\pi}{4}$ ,  $x=\frac{5\pi}{4}$ 로 둘러싸  
 인 부분의 넓이는?

- ①  $\pi+1$                       ②  $\pi+\frac{3}{2}$                       ③  $\pi+2$   
 ④  $\pi+\frac{5}{2}$                       ⑤  $\pi+3$

**23** 2019 6 가 11

$\int_1^{\sqrt{2}} x^3 \sqrt{x^2-1} dx$ 의 값은?

- ①  $\frac{7}{15}$                       ②  $\frac{8}{15}$                       ③  $\frac{3}{5}$                       ④  $\frac{2}{3}$                       ⑤  $\frac{11}{15}$

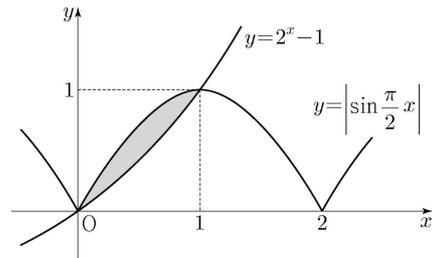
**24** 2019 6 가 12

$x=0$ 에서  $x=\ln 2$ 까지의 곡선  $y=\frac{1}{8}e^{2x}+\frac{1}{2}e^{-2x}$ 의 길이는?

- ①  $\frac{1}{2}$                       ②  $\frac{9}{16}$                       ③  $\frac{5}{8}$                       ④  $\frac{11}{16}$                       ⑤  $\frac{3}{4}$

**25** 2019 9 가 9

그림과 같이 두 곡선  $y=2^x-1$ ,  $y=|\sin \frac{\pi}{2}x|$ 가 원점  $O$ 와 점  
 $(1, 1)$ 에서 만난다. 두 곡선  $y=2^x-1$ ,  $y=|\sin \frac{\pi}{2}x|$ 로 둘러싸인  
 부분의 넓이는?



- ①  $-\frac{1}{\pi}+\frac{1}{\ln 2}-1$                       ②  $\frac{2}{\pi}-\frac{1}{\ln 2}+1$                       ③  $\frac{2}{\pi}+\frac{1}{2\ln 2}-1$   
 ④  $\frac{1}{\pi}-\frac{1}{2\ln 2}+1$                       ⑤  $\frac{1}{\pi}+\frac{1}{\ln 2}-1$

**26** 2019 9 가 25

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos x + 3\cos^3 x) dx$ 의 값을 구하시오.

**27** 2019 11 가 25

$\int_0^{\pi} x \cos(\pi-x) dx$ 의 값을 구하시오.

**28** 2020 6 가 5

$\int_0^{\ln 3} e^{x+3} dx$ 의 값은?

- ①  $\frac{e^3}{2}$                       ②  $e^3$                       ③  $\frac{3}{2}e^3$                       ④  $2e^3$                       ⑤  $\frac{5}{2}e^3$

**29** 2020 6 가 10

$\int_1^e x^3 \ln x \, dx$ 의 값은?

- ①  $\frac{3e^4}{16}$       ②  $\frac{3e^4+1}{16}$       ③  $\frac{3e^4+2}{16}$   
 ④  $\frac{3e^4+3}{16}$       ⑤  $\frac{3e^4+4}{16}$

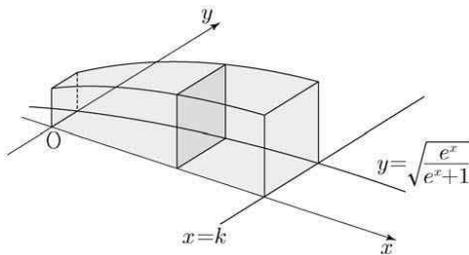
**30** 2020 11 가 8

$\int_e^{e^2} \frac{\ln x - 1}{x^2} \, dx$ 의 값은?

- ①  $\frac{e+2}{e^2}$     ②  $\frac{e+1}{e^2}$     ③  $\frac{1}{e}$     ④  $\frac{e-1}{e^2}$     ⑤  $\frac{e-2}{e^2}$

**31** 2020 11 가 12

그림과 같이 양수  $k$ 에 대하여 곡선  $y = \sqrt{\frac{e^x}{e^x+1}}$ 과  $x$ 축,  $y$ 축 및 직선  $x = k$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고  $x$ 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형인 입체도형의 부피가  $\ln 7$ 일 때,  $k$ 의 값은?



- ①  $\ln 11$     ②  $\ln 13$     ③  $\ln 15$     ④  $\ln 17$     ⑤  $\ln 19$

**32** 2020 11 나 11

함수  $f(x) = 4x^3 + x$ 에 대하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n} f\left(\frac{2k}{n}\right)$ 의 값은?

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

**33** 2021 9 가 6

$\int_1^2 (x-1)e^{-x} \, dx$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{e} - \frac{2}{e^2}$       ②  $\frac{1}{e} - \frac{1}{e^2}$       ③  $\frac{1}{e}$   
 ④  $\frac{2}{e} - \frac{2}{e^2}$       ⑤  $\frac{2}{e} - \frac{1}{e^2}$

**34** 2021 9 가 25

$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{2}{n} \left(1 + \frac{2k}{n}\right)^4 = a$ 일 때,  $5a$ 의 값을 구하시오.

**35** 2021 12 가 8

곡선  $y = e^{2x}$ 과  $x$ 축 및 두 직선  $x = \ln \frac{1}{2}$ ,  $x = \ln 2$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ①  $\frac{5}{3}$     ②  $\frac{15}{8}$     ③  $\frac{15}{7}$     ④  $\frac{5}{2}$     ⑤ 3

**36** 2021 12 가 11

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt{\frac{3n}{3n+k}}$ 의 값은?

- ①  $4\sqrt{3}-6$       ②  $\sqrt{3}-1$       ③  $5\sqrt{3}-8$   
 ④  $2\sqrt{3}-3$       ⑤  $3\sqrt{3}-5$

#2 적분법 / 4점 25제 (2130 제외)

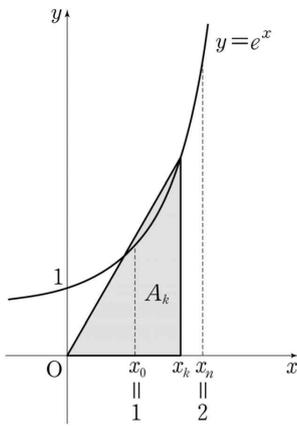
37 2014 6 B 18

함수  $f(x) = e^x$  이 있다. 2 이상인 자연수  $n$  에 대하여 닫힌 구간  $[1, 2]$  를  $n$  등분한 각 분점(양 끝점도 포함)을 차례로

$1 = x_0, x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n = 2$  라 하자.

세 점  $(0, 0), (x_k, 0), (x_k, f(x_k))$  를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓

이를  $A_k (k=1, 2, \dots, n)$  이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n A_k$  의 값은?



- ①  $\frac{1}{2}e^2 - e$
- ②  $\frac{1}{2}(e^2 - e)$
- ③  $\frac{1}{2}e^2$
- ④  $e^2 - e$
- ⑤  $e^2 - \frac{1}{2}e$

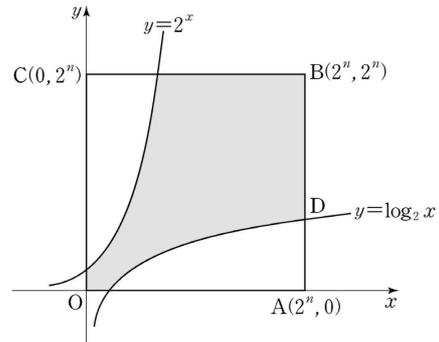
38 2014 6 B 27

함수  $f(x) = \frac{1}{1+x}$  에 대하여  $F(x) = \int_0^x t f(x-t) dt (x \geq 0)$  일

때,  $F'(a) = \ln 10$  을 만족시키는 상수  $a$  의 값을 구하시오.

39 2014 9 B 14

좌표평면에서 꼭짓점의 좌표가  $O(0, 0), A(2^n, 0), B(2^n, 2^n), C(0, 2^n)$  인 정사각형  $OABC$ 와 두 곡선  $y=2^x, y=\log_2 x$  에 대하여 정사각형  $OABC$ 와 그 내부는 두 곡선  $y=2^x, y=\log_2 x$  에 의하여 세 부분으로 나뉜다.  $n=3$  일 때 이 세 부분 중 색칠된 부분의 넓이는?  
(단,  $n$  은 자연수이다.)



- ①  $14 + \frac{12}{\ln 2}$
- ②  $16 + \frac{14}{\ln 2}$
- ③  $18 + \frac{16}{\ln 2}$
- ④  $20 + \frac{18}{\ln 2}$
- ⑤  $22 + \frac{20}{\ln 2}$

40 2014 11 A 29

함수  $f(x) = 3x^2 - ax$  가

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{3k}{n}\right) = f(1)$$

을 만족시킬 때, 상수  $a$  의 값을 구하시오.

**41** 2015 9 A 14

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f\left(\frac{k}{n}\right) = \frac{7}{6}$  일 때,  $f'(0)$ 의 값은?

- ①  $\frac{5}{2}$                       ② 3                              ③  $\frac{7}{2}$
- ④ 4                              ⑤  $\frac{9}{2}$

**42** 2015 11 B 28

양수  $a$ 에 대하여 함수  $f(x) = \int_0^x (a-t)e^t dt$ 의 최댓값이 32이다.

곡선  $y = 3e^x$ 과 두 직선  $x = a$ ,  $y = 3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오.

**43** 2016 9 B 14

곡선  $y = e^{\frac{x}{2}}$ 과  $y$ 축 및 직선  $y = e$ 로 둘러싸인 부분을  $x$ 축의 둘레로 회전시켜 생기는 회전체의 부피는?

- ①  $\frac{e^2+1}{2}\pi$                       ②  $\frac{e(e+1)}{2}\pi$                       ③  $e^2\pi$
- ④  $(e^2+1)\pi$                       ⑤  $e(e+1)\pi$

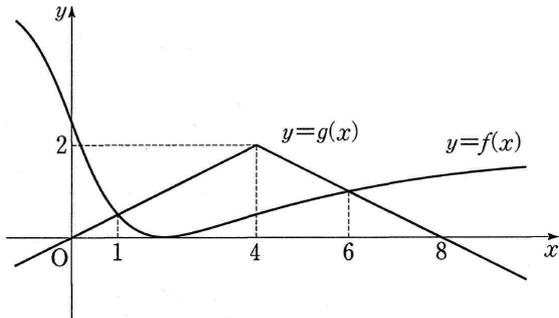
**44** 2017 6 가 16

$\int_1^e x(1-\ln x)dx$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{4}(e^2-7)$                       ②  $\frac{1}{4}(e^2-6)$                       ③  $\frac{1}{4}(e^2-5)$
- ④  $\frac{1}{4}(e^2-4)$                       ⑤  $\frac{1}{4}(e^2-3)$

**45** 2017 6 가 20

함수  $f(x) = \frac{5}{2} - \frac{10x}{x^2+4}$  와 함수  $g(x) = \frac{4-|x-4|}{2}$  의 그래프가 그림과 같다.



$0 \leq a \leq 8$  인  $a$  에 대하여  $\int_0^a f(x) dx + \int_a^8 g(x) dx$  의 최솟값은?

- ①  $14 - 5\ln 5$                       ②  $15 - 5\ln 10$                       ③  $15 - 5\ln 5$
- ④  $16 - 5\ln 10$                       ⑤  $16 - 5\ln 5$

**46** 2017 9 나 28

함수  $f(x) = 4x^2 + 6x + 32$  에 대하여

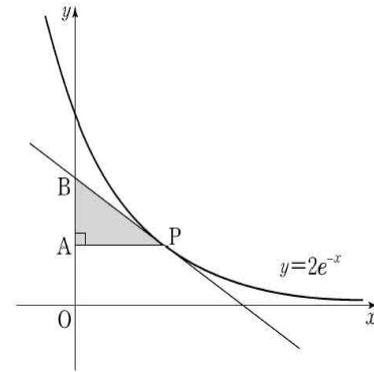
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2} f\left(\frac{k}{n}\right)$$

의 값을 구하시오.

**47** 2017 11 가 15

곡선  $y = 2e^{-x}$  위의 점  $P(t, 2e^{-t})$  ( $t > 0$ )에서  $y$ 축에 내린 수선의 발을  $A$ 라 하고, 점  $P$ 에서 접선이  $y$ 축과 만나는 점을  $B$ 라 하자. 삼각형  $APB$ 의 넓이가 최대가 되도록 하는  $t$ 의 값은?

- ① 1                      ②  $\frac{e}{2}$                       ③  $\sqrt{2}$                       ④ 2                      ⑤  $e$



**48** 2017 11 가 20

함수  $f(x) = e^{-x} \int_0^x \sin(t^2) dt$  에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

— <보기> —

- ㄱ.  $f(\sqrt{\pi}) > 0$
- ㄴ.  $f'(a) > 0$ 을 만족시키는  $a$ 가 열린구간  $(0, \sqrt{\pi})$ 에 적어도 하나 존재한다.
- ㄷ.  $f'(b) = 0$ 을 만족시키는  $b$ 가 열린구간  $(0, \sqrt{\pi})$ 에 적어도 하나 존재한다.

- ① ㄱ                      ② ㄷ                      ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**49** 2018 6 가 14

$\int_2^6 \ln(x-1) dx$  의 값은?

- ①  $4\ln 5 - 4$                       ②  $4\ln 5 - 3$                       ③  $5\ln 5 - 4$
- ④  $5\ln 5 - 3$                       ⑤  $6\ln 5 - 4$

**50** 2018 9 가 18

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$  가  $f(0)=0$  이고 모든 실수  $x$  에 대하여  $f'(x) > 0$  이다.

곡선  $y=f(x)$  위의 점  $A(t, f(t))$  ( $t > 0$ ) 에서  $x$  축에 내린 수선의 발을 B 라 하고, 점 A 를 지나고 점 A 에서의 접선과 수직인 직선이  $x$  축과 만나는 점을 C 라 하자. 모든 양수  $t$  에 대하여 삼각형 ABC 의 넓이가  $\frac{1}{2}(e^{3t} - 2e^{2t} + e^t)$  일 때,

곡선  $y=f(x)$  와  $x$  축 및 직선  $x=1$  로 둘러싸인 부분의 넓이는?

- ①  $e-2$             ②  $e$                 ③  $e+2$             ④  $e+4$             ⑤  $e+6$

**51** 2018 11 가 15

함수  $f(x)$  가

$$f(x) = \int_0^x \frac{1}{1+e^{-t}} dt$$

일 때,  $(f \circ f)(a) = \ln 5$  를 만족시키는 실수  $a$  의 값은?

- ①  $\ln 11$             ②  $\ln 13$             ③  $\ln 15$             ④  $\ln 17$             ⑤  $\ln 19$

**52** 2019 6 가 15

함수  $f(x) = a \cos(\pi x^2)$  에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{x^2+1}{x} \int_1^{x+1} f(t) dt \right) = 3$$

일 때,  $f(a)$  의 값은? (단,  $a$  는 상수이다.)

- ① 1                      ②  $\frac{3}{2}$                       ③ 2                      ④  $\frac{5}{2}$                       ⑤ 3

**53** 2019 11 가 16

$x > 0$ 에서 정의된 연속함수  $f(x)$ 가 모든 양수  $x$ 에 대하여

$$2f(x) + \frac{1}{x^2}f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$$

을 만족시킬 때,  $\int_{\frac{1}{2}}^2 f(x) dx$ 의 값은?

- ①  $\frac{\ln 2}{3} + \frac{1}{2}$
- ②  $\frac{2\ln 2}{3} + \frac{1}{2}$
- ③  $\frac{\ln 2}{3} + 1$
- ④  $\frac{2\ln 2}{3} + 1$
- ⑤  $\frac{2\ln 2}{3} + \frac{3}{2}$

**54** 2020 6 가 20

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가)  $f(x) > 0$
- (나)  $\ln f(x) + 2 \int_0^x (x-t)f(t)dt = 0$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

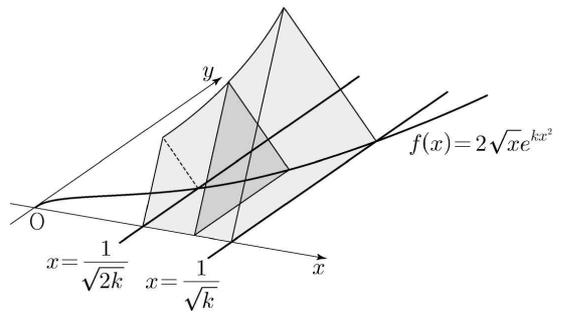
- <보기> —————
- ㄱ.  $x > 0$ 에서 함수  $f(x)$ 는 감소한다.
  - ㄴ. 함수  $f(x)$ 의 최댓값은 1이다.
  - ㄷ. 함수  $F(x)$ 를  $F(x) = \int_0^x f(t)dt$ 라 할 때,  
 $f(1) + \{F(1)\}^2 = 1$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄱ, ㄴ
- ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

**55** 2020 9 가 14

그림과 같이 양수  $k$ 에 대하여 함수  $f(x) = 2\sqrt{x}e^{kx^2}$ 의 그래프와  $x$ 축 및 두 직선  $x = \frac{1}{\sqrt{2k}}$ ,  $x = \frac{1}{\sqrt{k}}$ 로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고  $x$ 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형인 입체도형의 부피가  $\sqrt{3}(e^2 - e)$ 일 때,  $k$ 의 값은?

- ①  $\frac{1}{12}$
- ②  $\frac{1}{6}$
- ③  $\frac{1}{4}$
- ④  $\frac{1}{3}$
- ⑤  $\frac{1}{2}$



**56** 2020 9 가 17

두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속이고 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x)g(x) = x^4 - 1$ 이다.
- (나)  $\int_{-1}^1 \{f(x)\}^2 g'(x) dx = 120$

$\int_{-1}^1 x^3 f(x) dx$ 의 값은?

- ① 12
- ② 15
- ③ 18
- ④ 21
- ⑤ 24

57 2020 9 나 19

함수  $f(x) = 4x^4 + 4x^3$ 에 대하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k} f\left(\frac{k}{n}\right)$ 의 값은?

- ① 1            ② 2            ③ 3            ④ 4            ⑤ 5

58 2021 9 가 18

함수

$$f(x) = \begin{cases} 0 & (x \leq 0) \\ \{\ln(1+x^4)\}^{10} & (x > 0) \end{cases}$$

에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_0^x f(t)f(1-t) dt$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

— <보기> —

- ㄱ.  $x \leq 0$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  $g(x) = 0$ 이다.
- ㄴ.  $g(1) = 2g\left(\frac{1}{2}\right)$
- ㄷ.  $g(a) \geq 1$ 인 실수  $a$ 가 존재한다.

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

59 2021 9 가 20

함수  $f(x) = \sin(\pi\sqrt{x})$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x tf(x-t) dt \quad (x \geq 0)$$

이  $x = a$ 에서 극대인 모든  $a$ 를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때,  $n$ 번째 수를  $a_n$ 이라 하자.  $k^2 < a_6 < (k+1)^2$ 인 자연수  $k$ 의 값은?

- ① 11            ② 14            ③ 17            ④ 20            ⑤ 23

60 2021 12 가 15

$x > 0$ 서 미분가능한 함수  $f(x)$ 에 대하여

$$f(x) = 2 - \frac{3}{x^2}, \quad f(1) = 5$$

이다.  $x < 0$ 에서 미분가능한 함수  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $g(-3)$ 의 값은?

- (가)  $x < 0$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  $g'(x) = f(-x)$ 이다.
- (나)  $f(2) + g(-2) = 9$

- ① 1            ② 2            ③ 3            ④ 4            ⑤ 5

**61** 2021 12 가 20

함수  $f(x) = \pi \sin 2\pi x$ 에 대하여 정의역이 실수 전체의 집합이고 치역이 집합  $\{0, 1\}$ 인 함수  $g(x)$ 와 자연수  $n$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,  $n$ 의 값은?

함수  $h(x) = f(nx)g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이고

$$\int_{-1}^1 h(x)dx = 2, \int_{-1}^1 xh(x)dx = -\frac{1}{32}$$

이다.

- ① 8            ② 10            ③ 12            ④ 14            ⑤ 16

**#3** 적분법 / 2130 18제

**62** 2014 6 B 30

좌표평면에서 곡선  $y = x^2 + x$  위의 두 점  $A, B$ 의  $x$  좌표를 각각  $s, t$  ( $0 < s < t$ )라 하자. 양수  $k$ 에 대하여 두 직선  $OA, OB$ 와 곡선  $y = x^2 + x$ 로 둘러싸인 부분의 넓이가  $k$ 가 되도록 하는 점  $(s, t)$ 가 나타내는 곡선을  $C$ 라 하자. 곡선  $C$  위의 점 중에서 점  $(1, 0)$ 과의 거리가 최소인 점의  $x$  좌표가  $\frac{2}{3}$ 일 때,  $k = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $O$ 는 원점이고,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

**63** 2014 9 B 30

두 연속함수  $f(x), g(x)$ 가

$$g(e^x) = \begin{cases} f(x) & (0 \leq x < 1) \\ g(e^{x-1}) + 5 & (1 \leq x \leq 2) \end{cases}$$

를 만족시키고,  $\int_1^{e^2} g(x)dx = 6e^2 + 4$ 이다.

$\int_1^e f(\ln x)dx = ae + b$ 일 때,  $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.

(단,  $a, b$ 는 정수이다.)

**64** 2014 11 B 21

연속함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 원점에 대하여 대칭이고, 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$f(x) = \frac{\pi}{2} \int_1^{x+1} f(t) dt$$

이다.  $f(1)=1$ 일 때,  $\pi^2 \int_0^1 xf(x+1)dx$ 의 값은?

- ①  $2(\pi-2)$                       ②  $2\pi-3$                       ③  $2(\pi-1)$
- ④  $2\pi-1$                         ⑤  $2\pi$

**65** 2015 9 B 30

양의 실수 전체의 집합에서 감소하고 연속인 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 양의 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) > 0$ 이다.  
 (나) 임의의 양의 실수  $t$ 에 대하여 세점  $(0, 0), (t, f(t)), (t+1, f(t+1))$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이가  $\frac{t+1}{t}$ 이다.  
 (다)  $\int_1^2 \frac{f(x)}{x} dx = 2$

$\int_{\frac{7}{2}}^{\frac{11}{2}} \frac{f(x)}{x} dx = \frac{q}{p}$ 라 할 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

**66** 2016 6 B 30

정의역이  $\{x|0 \leq x \leq 8\}$ 이고 다음 조건을 만족시키는 모든 연속함수  $f(x)$ 에 대하여  $\int_0^8 f(x) dx$ 의 최댓값은  $p + \frac{q}{\ln 2}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p, q$ 는 자연수이고,  $\ln 2$ 는 무리수이다.)

(가)  $f(0) = 1$ 이고  $f(8) \leq 100$ 이다.  
 (나)  $0 \leq k \leq 7$ 인 각각의 정수  $k$ 에 대하여  $f(k+t) = f(k)$  ( $0 < t \leq 1$ ) 또는  $f(k+t) = 2^t \times f(k)$  ( $0 < t \leq 1$ )이다.  
 (다) 열린 구간  $(0, 8)$ 에서 함수  $f(x)$ 가 미분가능하지 않은 점의 개수는 2이다.

**67** 2016 9 B 21

함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} |\sin x| - \sin x & \left(-\frac{7}{2}\pi \leq x \leq 0\right) \\ \sin x - |\sin x| & \left(0 \leq x \leq \frac{7}{2}\pi\right) \end{cases}$$

라 하자. 닫힌 구간  $\left[-\frac{7}{2}\pi, \frac{7}{2}\pi\right]$ 에 속하는 모든 실수  $x$ 에 대하여

$\int_a^x f(t) dt \geq 0$ 이 되도록 하는 실수  $a$ 의 최솟값을  $\alpha$ , 최댓값

을  $\beta$ 라 할 때,  $\beta - \alpha$ 의 값은? (단,  $-\frac{7}{2}\pi \leq a \leq \frac{7}{2}\pi$ )

- ①  $\frac{\pi}{2}$                       ②  $\frac{3}{2}\pi$                       ③  $\frac{5}{2}\pi$                       ④  $\frac{7}{2}\pi$                       ⑤  $\frac{9}{2}\pi$

**68** 2016 11 B 30

실수 전체의 집합에서 연속인 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $x \leq b$ 일 때,  $f(x) = a(x-b)^2 + c$ 이다. (단,  $a, b, c$ 는 상수이다.)

(나) 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) = \int_0^x \sqrt{4-2f(t)} dt$ 이다.

일 때,  $\int_0^6 f(x)dx = \frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

**69** 2017 6 가 30

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 상수  $a$  ( $0 < a < 2\pi$ )와 모든 실수  $x$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f(x) = f(-x)$

(나)  $\int_x^{x+a} f(t)dt = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

달한 구간  $\left[0, \frac{a}{2}\right]$ 에서 두 실수  $b, c$ 에 대하여

$$f(x) = b\cos(3x) + c\cos(5x) \text{ 일 때 } abc = -\frac{q}{p}\pi \text{ 이다.}$$

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.)

**70** 2017 9 가 21

양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수  $f(x)$ 와  $g(x)$ 가 모든 양의 실수  $x$ 에 대하여 다음 조건을 만족한다.

(가)  $\left(\frac{f(x)}{x}\right)' = x^2 e^{-x^2}$

(나)  $g(x) = \frac{4}{e^4} \int_1^x e^{t^2} f(t) dt$

$f(1) = \frac{1}{e}$  일 때,  $f(2) - g(2)$ 의 값은?

- ①  $\frac{16}{3e^4}$     ②  $\frac{6}{e^4}$     ③  $\frac{20}{3e^4}$     ④  $\frac{22}{3e^4}$     ⑤  $\frac{8}{e^4}$

**71** 2017 11 가 21

달한 구간  $[0, 1]$ 에서 증가하는 연속함수  $f(x)$ 가

$$\int_0^1 f(x)dx = 2, \quad \int_0^1 |f(x)|dx = 2\sqrt{2}$$

를 만족시킨다. 함수  $F(x)$ 가

$$F(x) = \int_0^x |f(t)| dt$$

일 때,  $\int_0^1 f(x)F(x)dx$ 의 값은?

- ①  $4 - \sqrt{2}$     ②  $2 + \sqrt{2}$     ③  $5 - \sqrt{2}$   
 ④  $1 + 2\sqrt{2}$     ⑤  $2 + 2\sqrt{2}$

**72** 2018 6 가 30

실수  $a$ 와 함수  $f(x) = \ln(x^4 + 1) - c$  ( $c > 0$ 인 상수)에 대하여 함수  $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_a^x f(t) dt$$

라 하자. 함수  $y = g(x)$ 의 그래프가  $x$ 축과 만나는 서로 다른 점의 개수가 2가 되도록 하는 모든  $a$ 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열하면  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$  ( $m$ 은 자연수)이다.  $a = \alpha_1$ 일 때, 함수  $g(x)$ 와 상수  $k$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수  $g(x)$ 는  $x = 1$ 에서 극솟값을 갖는다.
- (나)  $\int_{\alpha_1}^{\alpha_m} g(x) dx = k\alpha_m \int_0^1 |f(x)| dx$

$mk \times e^c$ 의 값을 구하시오.

**73** 2018 9 가 21

수열  $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = -1, a_n = 2 - \frac{1}{2^{n-2}} \quad (n \geq 2)$$

이다. 구간  $[-1, 2)$ 에서 정의된 함수  $f(x)$ 가 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$f(x) = \sin(2^n \pi x) \quad (a_n \leq x \leq a_{n+1})$$

이다.  $-1 < \alpha < 0$ 인 실수  $\alpha$ 에 대하여  $\int_{\alpha}^t f(x) dx = 0$ 을 만족시키는  $t$  ( $0 < t < 2$ )의 값의 개수가 103일 때,  $\log_2(1 - \cos(2\pi\alpha))$ 의 값은?

- ① -48
- ② -50
- ③ -52
- ④ -54
- ⑤ -56

**74** 2018 11 가 30

실수  $t$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} 1 - |x - t| & (|x - t| \leq 1) \\ 0 & (|x - t| > 1) \end{cases}$$

이라 할 때, 어떤 홀수  $k$ 에 대하여 함수

$$g(t) = \int_k^{k+8} f(x) \cos(\pi x) dx$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- 함수  $g(t)$ 가  $t = \alpha$ 에서 극소이고  $g(\alpha) < 0$ 인 모든  $\alpha$ 를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$  ( $m$ 은 자연수)라 할 때,  $\sum_{i=1}^m \alpha_i = 45$ 이다.

$k - \pi^2 \sum_{i=1}^m g(\alpha_i)$ 의 값을 구하시오.

**75** 2019 6 가 30

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 에 대하여

곡선  $y = f(x)$  위의 점  $(t, f(t))$ 에서의 접선의  $y$ 절편을  $g(t)$ 라 하자. 모든 실수  $t$ 에 대하여

$$(1 + t^2)\{g(t+1) - g(t)\} = 2t$$

이고,  $\int_0^1 f(x) dx = -\frac{\ln 10}{4}$ ,  $f(1) = 4 + \frac{\ln 17}{8}$ 일 때,

$2\{f(4) + f(-4)\} - \int_{-4}^4 f(x) dx$ 의 값을 구하시오.

**76** 2019 9 가 21

0이 아닌 세 정수  $l, m, n$  이

$$|l| + |m| + |n| \leq 10$$

을 만족시킨다.  $0 \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$  에서 정의된 연속함수  $f(x)$  가

$$f(0) = 0, f\left(\frac{3}{2}\pi\right) = 1 \text{ 이고}$$

$$f'(x) = \begin{cases} l \cos x & (0 < x < \frac{\pi}{2}) \\ m \cos x & (\frac{\pi}{2} < x < \pi) \\ n \cos x & (\pi < x < \frac{3}{2}\pi) \end{cases}$$

를 만족시킬 때,  $\int_0^{\frac{3}{2}\pi} f(x) dx$  의 값이 최대가 되도록 하는

$l, m, n$  에 대하여  $l + 2m + 3n$  의 값은?

- ① 12      ② 13      ③ 14      ④ 15      ⑤ 16

**77** 2019 11 가 21

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,  $f(-1)$ 의 값은?

(가) 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$2\{f(x)\}^2 f'(x) = \{f(2x+1)\}^2 f'(2x+1) \text{이다.}$$

(나)  $f\left(-\frac{1}{8}\right) = 1, f(6) = 2$

- ①  $\frac{\sqrt[3]{3}}{6}$       ②  $\frac{\sqrt[3]{3}}{3}$       ③  $\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$       ④  $\frac{2\sqrt[3]{3}}{3}$       ⑤  $\frac{5\sqrt[3]{3}}{6}$

**78** 2020 6 가 30

상수  $a, b$ 에 대하여 함수  $f(x) = a \sin^3 x + b \sin x$ 가

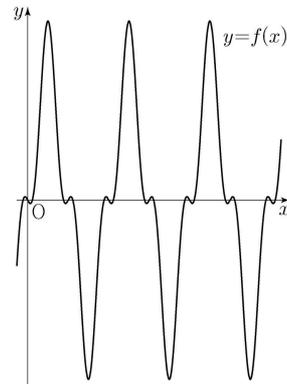
$$f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 3\sqrt{2}, f\left(\frac{\pi}{3}\right) = 5\sqrt{3}$$

을 만족시킨다. 실수  $t$  ( $1 < t < 14$ )에 대하여 함수  $y = f(x)$ 의 그래프와 직선  $y = t$ 가 만나는 점의  $x$ 좌표 중 양수인 것을 작은 수부터 크기순으로 모두 나열할 때,  $n$ 번째 수를  $x_n$ 이라 하고

$$c_n = \int_{3\sqrt{2}}^{5\sqrt{3}} \frac{t}{f(x_n)} dt$$

라 하자.  $\sum_{n=1}^{101} c_n = p + q\sqrt{2}$ 일 때,  $q - p$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 유리수이다.)



**79** 2020 9 가 30

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$f'(x^2 + x + 1) = \pi f(1) \sin \pi x + f(3)x + 5x^2$$

을 만족시킬 때,  $f(7)$ 의 값을 구하시오.

수열의 극한

1	5	31	3
2	2	32	5
3	15	33	3
4	14	34	3
5	5	35	3
6	3	36	3
7	3	37	4
8	5	38	3
9	16	39	2
10	5	40	1
11	1	41	2
12	4	42	4
13	1	43	2
14	54	44	3
15	3	45	2
16	1	46	4
17	2	47	3
18	4	48	4
19	2	49	4
20	1	50	1
21	2	51	33
22	5	52	2
23	3	53	9
24	4	54	2
25	3	55	110
26	5	56	5
27	2	57	16
28	2	58	9
29	5	59	3
30	1	60	4

61	3
62	1
63	3
64	1
65	4
66	1
67	3
68	2
69	5
70	3
71	3
72	1
73	3
74	2
75	2
76	2
77	4
78	2
79	1
80	5
81	1
82	3

## 여러 가지 함수의 미분

1	12	31	3
2	6	32	2
3	2	33	3
4	5	34	4
5	7	35	1
6	5	36	8
7	3	37	5
8	3	38	5
9	2	39	1
10	4	40	4
11	2	41	3
12	2	42	28
13	3	43	1
14	4	44	5
15	4	45	2
16	4	46	1
17	2	47	5
18	1	48	49
19	5	49	26
20	1	50	4
21	3	51	7
22	4	52	3
23	5	53	4
24	3	54	5
25	3	55	3
26	5	56	1
27	7	57	4
28	4	58	5
29	3	59	2
30	3	60	60

61	3
62	100
63	16
64	14
65	6
66	4
67	25
68	80
69	30
70	4
71	1
72	20
73	3
74	1
75	1
76	2
77	40
78	4
79	15
80	23

여러 가지 미분법

1	5	31	3
2	15	32	5
3	4	33	4
4	6	34	5
5	3	35	4
6	4	36	4
7	5	37	4
8	1	38	5
9	2	39	4
10	4	40	1
11	5	41	25
12	3	42	4
13	4	43	3
14	1	44	4
15	2	45	3
16	3	46	4
17	1	47	5
18	4	48	2
19	2	49	1
20	3	50	8
21	1	51	3
22	2	52	16
23	3	53	50
24	1	54	3
25	1	55	4
26	17	56	4
27	1	57	15
28	4	58	1
29	5	59	4
30	3	60	4

61	3	91	5
62	34	92	64
63	96	93	331
64	3	94	43
65	10	95	29
66	5		
67	5		
68	4		
69	2		
70	2		
71	5		
72	3		
73	72		
74	2		
75	72		
76	1		
77	167		
78	39		
79	4		
80	15		
81	4		
82	1		
83	48		
84	4		
85	6		
86	4		
87	4		
88	30		
89	27		
90	2		

여러 가지 적분법			
1	1	31	2
2	4	32	4
3	3	33	1
4	1	34	242
5	1	35	2
6	2	36	1
7	2	37	3
8	1	38	9
9	1	39	2
10	6	40	12
11	5	41	2
12	4	42	96
13	3	43	4
14	3	44	5
15	5	45	4
16	2	46	19
17	4	47	4
18	2	48	5
19	4	49	3
20	1	50	1
21	1	51	4
22	3	52	5
23	2	53	2
24	5	54	5
25	2	55	3
26	3	56	2
27	2	57	1
28	4	58	2
29	2	59	1
30	5	60	2
61	5		
62	109		
63	17		
64	1		
65	127		
66	128		
67	1		
68	35		
69	83		
70	3		
71	4		
72	16		
73	2		
74	21		
75	16		
76	5		
77	4		
78	12		
79	93		