제 2 교시

랑데뷰-2022학년도 대학수학능력시험 수학영역

일일학습지-제10회

성명			수험 번호					—				

1. 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
2. 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

   랑데뷰수학-수능을 보다!

3. 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
4. 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
5. 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
6. 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

공통 과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

공통과목 1~3쪽, 선택과목 확률과 통계 4쪽, 미적분 5쪽, 기하 6쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

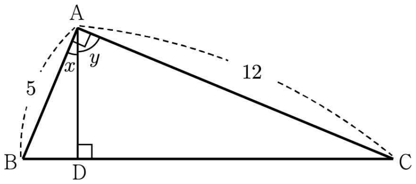
황보백

제 2 교시

랑데뷰-쉬사준킬

공통과목

1. 그림과 같이 $\angle\mathrm{A}$가 직각인 직각삼각형 ABC에서 $\overline{\mathrm{AB}}=5$, $\overline{\mathrm{AC}}=12$ 꼭짓점 A에서 빗변에 내린 수선의 발을 D라 하자. $\angle\mathrm{BAD}=x$, $\angle\mathrm{CAD}=y$일 때, $\sin x+\sin y=\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



2. 연속함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+5)=f(x)$

(나) $f(x)=\begin{cases} 4x+a & (-2\le x<1) \\ x^2+bx+2 & (1\le x\le 3) \end{cases}$

이때, $f(2022)$의 값은? [4점]

① -12 ② -14 ③ -16 ④ -18 ⑤ -22

3. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t $(t \geq 0)$에서의 위치 x가

$$x = -t^3 + 6t^2 + at + b \ \ (a, b\text{는 상수})$$

이다. 점 P의 가속도가 0일 때, 점 P의 속도와 위치가 모두 20이다. $a-b$의 값을 구하시오. [4점]

4. 함수 $f(x) = ax^2 + x + b$가 모든 실수 x에 대하여

$$4f(x) = \{f'(x)\}^2 + x^2 + cx + 7$$

를 만족시킨다. $c \times f(1)$의 값은? (단, a, b, c는 상수이다.) [4점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

5. 자연수 n과 함수 $f(x)=\dfrac{1}{n-x}$와 역함수 $f^{-1}(x)$에 대하여 점 $\mathrm{P}(a,\ b)$은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 두 수 a, b는 자연수이다.
(나) $0<a<n$, $f(a)\le b\le f^{-1}(a)$

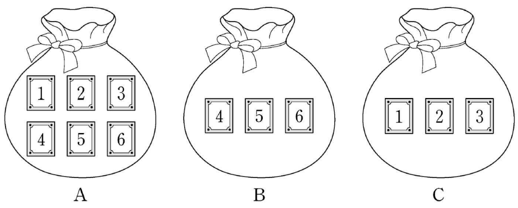
$n=k$일 때 조건을 만족하는 모든 점 P을 연결하여 만들 수 있는 정사각형 중 한 변의 길이가 $\sqrt{5}$이하인 정사각형의 개수를 A_k이라 하자. $\sum_{k=3}^{10} A_k$의 값을 구하시오. [4점]

확률과통계

6. $\sum_{k=0}^{50}\left({}_{50}\mathrm{C}_k \cdot \frac{51}{k+1}\right)$의 값은? [4점]

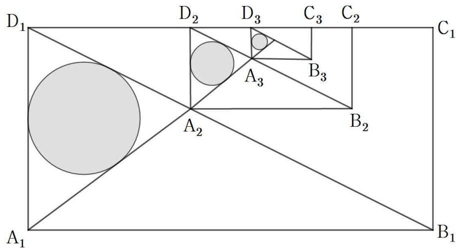
① $2^{50}-1$ ② 2^{50} ③ $2^{51}-1$ ④ 2^{51} ⑤ $2^{52}-1$

7. 그림과 같이 주머니 A에는 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적힌 6장의 카드가 들어 있고 주머니 B에는 4부터 6까지의 자연수가 하나씩 적힌 3장의 카드와 C에는 1부터 3까지의 자연수가 하나씩 적힌 3장의 카드가 각각 들어 있다. 갑은 주머니 A에서, 을은 주머니 B에서, 병은 주머니 C에서 각자 임의로 1장의 카드를 꺼낸다. 이 시행에서 갑이 꺼낸 카드에 적힌 수가 을이 꺼낸 카드에 적힌 수보다 작을 때, 갑이 꺼낸 카드에 적힌 수와 병이 꺼낸 카드에 적힌 수의 합이 을이 꺼낸 카드에 적힌 수보다 클 확률이 k이다. $100k$의 값을 구하시오. [4점]



미적분

8. 그림과 같이 $\overline{\mathrm{A_1D_1}}=1$, $\overline{\mathrm{A_1B_1}}=2$인 직사각형 $\mathrm{A_1B_1C_1D_1}$이 있다. 직사각형 $\mathrm{A_1B_1C_1D_1}$의 대각선 $\overline{\mathrm{D_1B_1}}$을 $2:3$으로 내분하는 점을 $\mathrm{A_2}$라 하고 $\mathrm{A_2}$를 지나고 선분 $\mathrm{A_1D_1}$과 평행한 직선이 $\overline{\mathrm{D_1C_1}}$이 만나는 점을 $\mathrm{D_2}$라 하고 $\mathrm{A_2}$를 지나고 선분 $\mathrm{A_1B_1}$과 평행한 직선위에 $\overline{\mathrm{A_2D_2}}:\overline{\mathrm{A_2B_2}}=1:2$인 점을 $\mathrm{B_2}$라 하자. 직사각형 $\mathrm{A_2B_2C_2D_2}$의 대각선 $\overline{\mathrm{D_2B_2}}$을 $2:3$으로 내분하는 점을 $\mathrm{A_3}$라 하고 같은 방법으로 만들어진 직사각형을 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n\mathrm{D}_n$이라 할 때, 삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{A}_{n+1}\mathrm{D}_n$에 내접하는 원을 $\mathrm{S_1}$이라 하자. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\mathrm{S}_n$의 값은? [4점]



① $\dfrac{5(3-\sqrt{5})}{21}\pi$　② $\dfrac{10(3-\sqrt{5})}{21}\pi$　③ $\dfrac{5(3-\sqrt{5})}{42}\pi$
④ $\dfrac{13(3-\sqrt{5})}{42}\pi$　⑤ $\dfrac{8(3-\sqrt{5})}{15}\pi$

9. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\frac{f(x)\cos x}{x^2+1}$$

하자. $g'(\pi)=\dfrac{g(\pi)}{\pi^2+1}$일 때, $\dfrac{f'(\pi)}{f(\pi)}$의 값은? (단, $f(\pi)\neq 0$) [4점]

① $\dfrac{2\pi+1}{\pi^2+1}$　② $\dfrac{2\pi}{\pi^2+1}$　③ $\dfrac{\pi+1}{\pi^2+1}$
④ $\dfrac{\pi}{\pi^2+1}$　⑤ $\dfrac{2}{\pi^2+1}$

기하

10. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{17}=1$의 두 초점을 $\mathrm{F}(9,\ 0)$, $\mathrm{F}'(-9,\ 0)$이라 하자. 쌍곡선 위의 점 P에 대하여 $|\overline{\mathrm{PF}}-\overline{\mathrm{PF'}}|$의 값은? (단, $a>0$) [4점]

① 16　② 15　③ 14　④ 13　⑤ 12

11. 반지름의 길이가 2, 5인 두 원이 평면 위의 한 점 O에서 외접한다. 반지름의 길이가 2인 원 위의 한 점을 A, 반지름의 길이가 5인 원 위의 한 점을 B라 할 때, 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\overrightarrow{\mathrm{OB}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OP}} = \overrightarrow{\mathrm{OA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{OP}}$
(나) $|\overrightarrow{\mathrm{PA}}|^2 + |\overrightarrow{\mathrm{PB}}|^2 = 200$

$\overrightarrow{\mathrm{PA}} \cdot \overrightarrow{\mathrm{PB}}$의 최솟값은 m이고 이때 $|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|=k$이다. $m+k^2$의 값을 구하시오. [4점]

1. 2022학년도 랑데뷰 컨텐츠(파일 판매)
(1) 매주 모의고사 (월4회 연32회)
(2) 일일학습지 (월20회, 연160회)
(3) 수특, 수완 변형
(4) 주요모고 변형

[문의] 카톡 : hbb100

2. 2021년 랑데뷰 출간물 (ALL 오르비 출판)
(1) N제 (1월~5월)
수학I, 수학II, 확률과통계, 미적분, 기하

(2) 상수 (4월, 8월)
고등수학(상), 수학I, 수학II, 고등수학(하)

(3) 봉투모의고사 (7월~9월)
랑데뷰☆수학 모의고사
시즌1
시즌2
시즌3

네이버 검색 : 황보백

랑데뷰-집필진

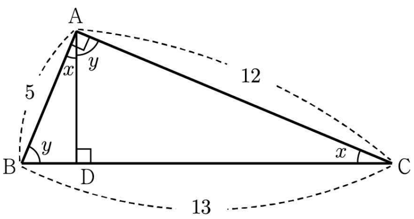
[강동희 강동희수학교습소 010-7292-1692]
[김 수 오라클수학교습소 010-5273-7632]
[김은수 샤인수학학원 010-5687-5722]
[김효경 수학의 정원 010-6369-6416]
[박광식 프라하 수학학원 010-3257-5452]
[서영만 다니엘 영수학원 010-9244-0910]
[서태욱 사관강남학원 010-3022-6918
태강학원 010-3022-6918]
[오세준 오엠수학교습소 010-8858-9561]
[오은경 오은경수학 010-4534-5129]
[우성근 우성근수학 010-3040-0005]
[유승희 오름학원 010-5298-1393]
[이재호 이재호수학학원 010-4527-1703]
[이정배 김이김학원 010-9866-2508
멘토수학 010-9866-2508]
[이지웅 감수학 010-9834-0904]
[이지훈 SY영수학원 010-8598-5284]
[이태형 가토수학과학학원 gatoms@kakao.com]
[이현일 이현일수학 010-2681-9501]
[장선정 오름수학 010-4894-1764]
[장세완 장선생수학 010-2568-0049]
[장정보 장정보수학교습소 010-9504-5938]
[정일권 이미지매쓰학원 010-2739-6021]
[조필재 샤인수학학원 053-754-3121]
[조남웅 STM수학학원 010-2024-0707]
[최성훈 최성훈수학교습소 010-2680-5281]
[최수영 수학만영어도학원 053-856-1158,
필즈수학학원 054-771-4301]
[최재영 셰르파수학교습소 010-2577-4221]
[최현정 MQ멘토수학 010-2655-9279]
[한정아 한정아수학교습소 010-7220-6368]
[홍지석 홍수학 학원 010-7136-5713]
[황수영 JS수학연구소 010-6780-8242]

쉬사준킬 2021-제10회

빠른답

1	30	**2**	②	**3**	20	**4**	⑤	**5**	666
6	③	**7**	25	**8**	③	**9**	①	**10**	①
11	44								

1) 정답 30
[출제자 : 황보백 송원학원 010-5673-8601]



$\overline{\mathrm{BC}}$ = 13이고 $\triangle\mathrm{ABC} \backsim \triangle\mathrm{DAC} \backsim \triangle\mathrm{DBA}$에서

$\angle\mathrm{BAD}$ = $\angle\mathrm{C}$이므로 $\sin x = \sin\mathrm{C} = \frac{5}{13}$이다.

$\angle\mathrm{CAD}$ = $\angle\mathrm{B}$이므로 $\sin y = \sin\mathrm{B} = \frac{12}{13}$이다.

따라서

$\sin x + \sin y = \frac{17}{13}$이다.

$p=13,\ q=17$이므로 $p+q=30$

2) 정답 ②
[출제자 : 황보백 송원학원 010-5673-8601]

(i) 함수 $f(x)$가 $x=1$에서 연속이므로
$\lim_{x\to 1-}(4x+a) = \lim_{x\to 1+}(x^2+bx+2)$
$4+a=1+b+2$
따라서 $a-b=-1$
(ii) $f(x+5)=f(x)$이므로
$f(3)=f(-2)$
$3^2+3b+2=4\times(-2)+a$
따라서 $a-3b=19$
(i), (ii)에 의하여 $a=-11,\ b=-10$

$\therefore\ f(x)=\begin{cases} 4x-11 & (-2 \le x < 1) \\ x^2-10x+2 & (1 \le x \le 3) \end{cases}$

$f(2022) = f(404\times5+2)$
$= f(2) = 2^2-10\times2+2 = -14$

3) 정답 20
[출제자 : 황보백 송원학원 010-5673-8601]

점 P의 시각 $t\ (t \ge 0)$에서의 위치 $x(t)$가
$x(t)=-t^3+6t^2+at+b$
이므로 점 P의 시각 $t\ (t \ge 0)$에서의 속도 $v(t)$는
$v(t)=-3t^2+12t+a$
이고, 점 P의 시각 $t\ (t \ge 0)$에서의 가속도 $a(t)$는
$a(t)=-6t+12$
점 P의 가속도가 0이므로
$-6t+12=0$에서 $t=2$
$t=2$일 때, 점 P의 속도와 위치가 모두 20이므로
$v(2)=-12+24+a=20$
$\therefore\ a=8$
$x(2)=-8+24+16+b=20$
$\therefore\ b=-12$
따라서 $a-b=8-(-12)=20$

4) 정답 ⑤
[출제자 : 황보백 송원학원 010-5673-8601]

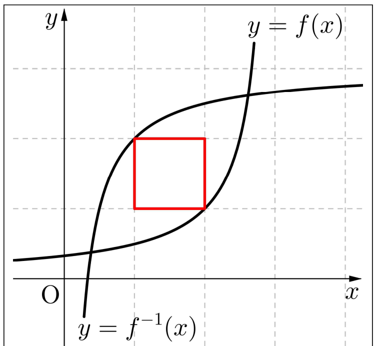
$f(x)=ax^2+x+b$, $f'(x)=2ax+1$ 를 주어진 식에 대입하면
$4(ax^2+x+b)=(2ax+1)^2+x^2+cx+7$ 좌변과 우변을 각각 정리하면
$4ax^2+4x+4b=(4a^2+1)x^2+(4a+c)x+8$ 이므로
$4a=4a^2+1,\ 4=4a+c,\ 4b=8$이다.
$4a^2-4a+1=0,\ (2a-1)^2=0$ 이므로
$a=\frac{1}{2},\ c=2,\ b=2$

$f(x)=\frac{1}{2}x^2+x+2$ 이므로 $f(1)=\frac{7}{2}$

따라서 $c\times f(1) = 2\times\frac{7}{2}=7$

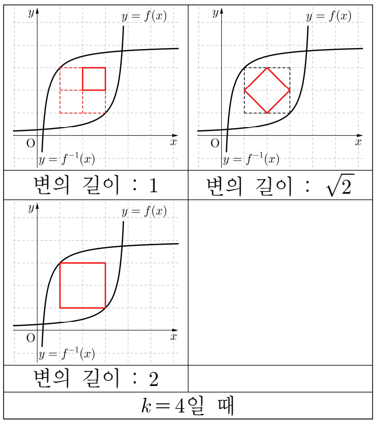
5) 정답 666
[출제자 : 황보백 송원학원 010-5673-8601]

(i) $k=3$일 때 다음 그림과 같이 점 P가 $2^2=4$개다.
한 변의 길이가 1인 정사각형의 개수가 $1^2=1$

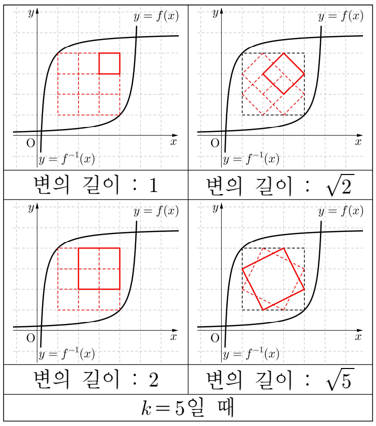


변의 길이 : 1
$k=3$일 때

(ii) $k=4$일 때 다음 그림과 같이 점 P가 $3^2=9$개다.
한 변의 길이가 1인 정사각형의 개수가 $2^2=4$
한 변의 길이가 $\sqrt{2}$인 정사각형의 개수가 $1^2=1$
한 변의 길이가 2인 정사각형의 개수가 $1^2=1$

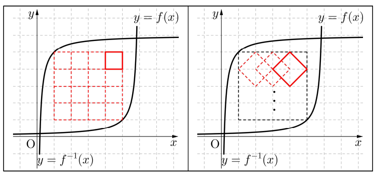


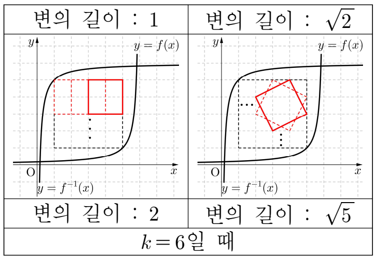
(iii) $k=5$일 때 다음 그림과 같이 점 P가 $4^2=16$개다.
한 변의 길이가 1인 정사각형의 개수가 $3^2=9$
한 변의 길이가 $\sqrt{2}$인 정사각형의 개수가 $2^2=4$
한 변의 길이가 2인 정사각형의 개수가 $2^2=4$
한 변의 길이가 $\sqrt{5}$인 정사각형의 개수가 $2\times1^2=2$



(iv) $k=6$일 때 다음 그림과 같이 점 P가 $5^2=25$개다.
한 변의 길이가 1인 정사각형의 개수가 $4^2=16$
한 변의 길이가 $\sqrt{2}$인 정사각형의 개수가 $3^2=9$
한 변의 길이가 2인 정사각형의 개수가 $3^2=9$
한 변의 길이가 $\sqrt{5}$인 정사각형의 개수가

$$2\times2^2=8$$





따라서 $A_k=(k-2)^2+2(k-3)^2+2(k-4)^2$, $k\ge4$, $A_3=1$ 임을 추론할 수 있다. 따라서

$$\sum_{k=3}^{10}A_k=A_3+A_4+A_5+\cdots+A_{10}$$

$$\begin{aligned}
A_3&=1^2\\
A_4&=2^2+2\cdot1^2\\
A_5&=3^2+2\cdot2^2+2\cdot1^2\\
A_6&=4^2+2\cdot3^2+2\cdot2^2\\
&\vdots\\
A_{10}&=8^2+2\cdot7^2+2\cdot6^2
\end{aligned}$$

변변끼리 더하면

$$\sum_{k=3}^{10}A_k=\sum_{n=1}^{8}n^2+2\sum_{n=1}^{7}n^2+2\sum_{n=1}^{6}n^2$$
$$=204+280+182=666$$

6) 정답 ③
[출제자 : 황보백 송원학원 010-5673-8601]

$${}_{50}\mathrm{C}_k\cdot\frac{51}{k+1}=\frac{50!}{k!(50-k)!}\times\frac{51}{k+1}={}_{51}\mathrm{C}_{k+1}$$

$$\therefore\ \sum_{k=0}^{50}\left({}_{50}\mathrm{C}_k\cdot\frac{51}{k+1}\right)=\sum_{k=0}^{50}{}_{51}\mathrm{C}_{k+1}$$
$$=(1+1)^{51}-{}_{51}C_0=2^{51}-1$$

7) 정답 25
[출제자 : 황보백 송원학원 010-5673-8601]

표로 나타내면 다음과 같다.

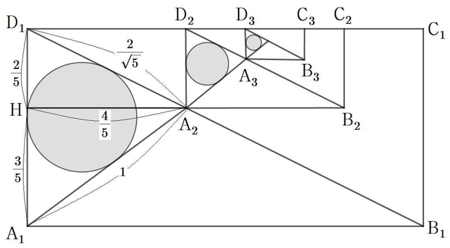
을이 꺼낸 수	갑이 더 작은 수를 꺼내는 경우의 수	갑과 병의 수의 합이 을의 수보다 큰 경우
4	$3\times3=9$	$0+1+2=3$
5	$4\times3=12$	$0+0+1+2=3$
6	$5\times3=15$	$0+0+0+1+2=3$
	총 36	총 9

따라서 $k=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$이다.

$100k=25$

8) 정답 ③
[출제자 : 황보백 송원학원 010-5673-8601]

다음 그림과 같이 A_2에서 $\overline{A_1D_1}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{D_1A_2} : \overline{D_1B_1} = 2:5$이므로
삼각형 D_1HA_2와 삼각형 $D_1A_1B_1$은 닮음비가 $2:5$인 닮은 도형이다.



따라서 $D_1A_1A_2$에 내접하는 원의 반지름의 길이를 r이라 하면 $\overline{A_2H} = \frac{4}{5}$, $\overline{A_1A_2} = 1$에서 삼각형 $A_1A_2D_1$의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 1 \times \frac{4}{5} = \frac{2}{5}$ 이므로

$$\frac{2}{5} = \frac{1}{2} \times \left(1 + 1 + \frac{2}{\sqrt{5}}\right) \times r$$

$r = \frac{2}{5} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}+1} = \frac{2}{5+\sqrt{5}} = \frac{5-\sqrt{5}}{10}$ 이다.

따라서 $S_1 = \pi\left(\frac{5-\sqrt{5}}{10}\right)^2$

한편 $\overline{D_2A_2} = \frac{2}{5}$이므로 닮음 관계가 $1 : \frac{2}{5}$이다.

따라서 공비는 $\frac{4}{25}$

$$\sum_{n=1}^{\infty} S_n = \frac{\pi\left(\frac{5-\sqrt{5}}{10}\right)^2}{1-\frac{4}{25}} = \frac{\pi\left(\frac{30-10\sqrt{5}}{100}\right)}{\frac{21}{25}} = \frac{5(3-\sqrt{5})}{42}\pi$$

9) 정답 ①
[출제자 : 황보백 송원학원 010-5673-8601]

$g(x) = \frac{f(x)\cos x}{x^2+1}$ 의 양변에 ln을 취하면

$\ln g(x) = \ln f(x) + \ln\cos x - \ln(x^2+1)$ 양변을 미분하면

$\frac{g'(x)}{g(x)} = \frac{f'(x)}{f(x)} - \tan x - \frac{2x}{x^2+1}$ 양변에 π를 대입하면

$\frac{g'(\pi)}{g(\pi)} = \frac{1}{\pi^2+1}$ 이므로

$$\frac{1}{\pi^2+1} = \frac{f'(\pi)}{f(\pi)} - 0 - \frac{2\pi}{\pi^2+1}$$

따라서 $\frac{f'(\pi)}{f(\pi)} = \frac{2\pi+1}{\pi^2+1}$

[다른 풀이]

$g(\pi) = -\frac{f(\pi)}{\pi^2+1}$ 이므로 $g'(\pi) = -\frac{f(\pi)}{(\pi^2+1)^2}$

$g'(x) = \frac{\{f'(x)\cos x - f(x)\sin x\}(x^2+1) - 2xf(x)\cos x}{(x^2+1)^2}$ 에서

$$g'(\pi) = \frac{-f'(\pi)(\pi^2+1) + 2\pi f(\pi)}{(\pi^2+1)^2} = -\frac{f(\pi)}{(\pi^2+1)^2}$$

따라서 $-f'(\pi)(\pi^2+1) + 2\pi f(\pi) = -f(\pi)$

$(2\pi+1)f(\pi) = f'(\pi)(\pi^2+1)$

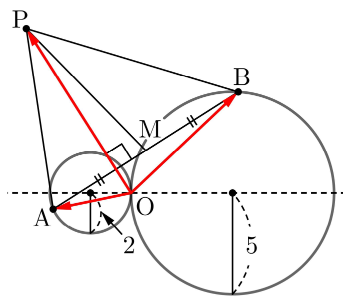
따라서 $\frac{f'(\pi)}{f(\pi)} = \frac{2\pi+1}{\pi^2+1}$

10) 정답 ①
[출제자 : 황보백 송원학원 010-5673-8601]

$17 = 9^2 - a^2$ 이므로 $a = 8$
따라서 $|\overline{PF} - \overline{PF'}| = 2a = 2 \times 8 = 16$

11) 정답 44
[출제자 : 황보백 송원학원 010-5673-8601]

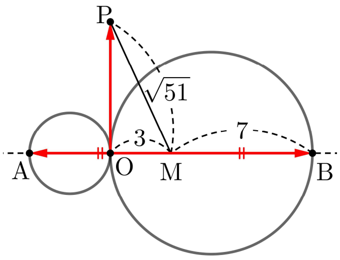
(가)에서 $\overrightarrow{OP} \cdot (\overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}) = 0$이므로 $\overrightarrow{OP} \perp \overrightarrow{AB}$이다.
$\overline{AB}$의 중점을 M이라 할 때
(나)에서 $|\overrightarrow{PA}|^2 + |\overrightarrow{PB}|^2 = 2(\overline{PM}^2 + \overline{AM}^2) = 200$
이므로 $\overline{PM}^2 + \overline{AM}^2 = 100$



또한 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = \overline{PM}^2 - \overline{AM}^2$이고 **[랑데뷰세미나(233) 참고]**
$\overline{PM}^2 = 100 - \overline{AM}^2$에서
$\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 100 - 2\overline{AM}^2$이다.
따라서 $\overline{AM}$의 길이가 최대일 때 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB}$은 최소가 된다.
두 원의 중심과 교점 O를 지나는 직선 위에 A, B가 존재할 때
$\overline{AB} = 14$이므로 $\overline{AM} \le 7$이다.
따라서

$$\begin{aligned}\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} &= 100 - 2\overline{AM}^2 \\ &\ge 100 - 2 \times 49 = 2\end{aligned}$$

그때 직각삼각형 POM에서



$\overline{\mathrm{OP}}^2=\overline{\mathrm{PM}}^2-\overline{\mathrm{OM}}^2$에서

$\overline{\mathrm{PM}}^2=100-49=51$, $\overline{\mathrm{OM}}^2=(7-4)^2=9$이므로

$k^2=51-9=42$

$\therefore\ m+k^2=2+42=44$

[다른 풀이]-유승희T

$|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2=|\overrightarrow{\mathrm{PB}}-\overrightarrow{\mathrm{PA}}|^2$

$=|\overrightarrow{\mathrm{PA}}|^2+|\overrightarrow{\mathrm{PB}}|^2-2\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PB}}$

$=200-2\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PB}}$ ($\because$(나))

$\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PB}}=100-\frac{1}{2}|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|^2$ $\cdots$㉠

$\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PB}}$이 최솟값을 가질 때는 $|\overrightarrow{\mathrm{AB}}|$이 최대일 때이다.

즉, $\overline{\mathrm{OA}}$, $\overline{\mathrm{OB}}$가 모두 지름인 경우이고

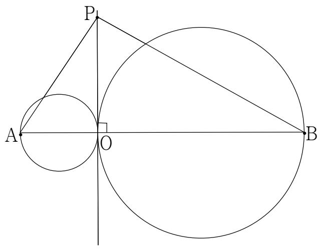
그때, $\overline{\mathrm{AB}}=14$이고 ㉠에서 $\overrightarrow{\mathrm{PA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{PB}}=2$이다.

$\therefore\ m=2$ $\cdots$㉡

또한, (가)에서 $\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot(\overrightarrow{\mathrm{OB}}-\overrightarrow{\mathrm{OA}})=0$

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=0$이므로 $\overrightarrow{\mathrm{OP}}\perp\overrightarrow{\mathrm{AB}}$이다.

따라서, 다음 그림과 같다.



또한, $\overline{\mathrm{OP}}=k$이므로 (나)에서

$|\overrightarrow{\mathrm{PA}}|^2+|\overrightarrow{\mathrm{PB}}|^2=200$

$(4^2+k^2)+(10^2+k^2)=200$

$\therefore\ k^2=42$ $\cdots$㉢

㉡, ㉢에서

$\therefore m+k^2=44$