Day12. 순열과 조합

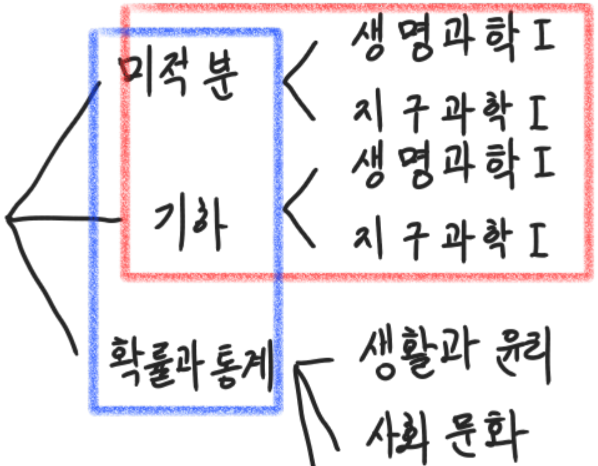
#합의 법칙과 곱의 법칙

: **합의 법칙** 중복되지 않게 경우를 나누어 조사 후 더한다.

: **곱의 법칙** 각 경우에 대하여 같은 구조의 상황이다.

Q. 이번 학기에 수강할 수학, 탐구 과목을 선택하는 경우의 수?

수학 과목에 따라 가능한 탐구 과목	
수학	탐구
미적분, 기하	생명과학Ⅰ, 지구과학Ⅰ
확률과 통계	생활과 윤리, 사회 문화, 한국지리



곱의 법칙 $2 \times 2 = 4$

합의 법칙

$4 + 3$

$\boxed{7}$

#순열

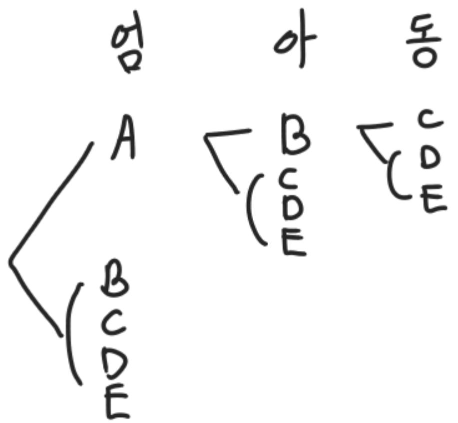
: 서로 다른 n개에서 $r(0 < r \leq n)$개를 택하여 일렬로 나열하는 것을 n개에서 r개를 택하는 순열이라 하고, 이 순열의 수를 기호로 ${}_n\mathrm{P}_r$

: ${}_n\mathrm{P}_r = n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1) = \dfrac{n!}{(n-r)!}$ (단, $0 < r \leq n$)

: ${}_n\mathrm{P}_n = n!$, ${}_n\mathrm{P}_0 = 1$, $0! = 1$

A, B, C, D, E

Q. 서로 다른 5가지 맛의 아이스크림이 있다. 이 중에서 서로 다른 3가지 맛의 아이스크림을 골라 엄마, 아빠, 동생에게 나누어주는 경우의 수



$5 \times 4 \times 3 = 60$

$\boxed{60}$

#조합

: 서로 다른 n개에서 순서를 생각하지 않고 $r(0<r\le n)$개를 택하는 것을 n개에서 r개를 택하는 조합이라 하고, 이 조합의 수를 기호로 ${}_n\mathrm{C}_r$

: $${}_n\mathrm{C}_r=\frac{{}_n\mathrm{P}_r}{r!}=\frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)}{r!}=\frac{n!}{r!(n-r)!}$$
(단, $0\le r\le n$)

: ${}_n\mathrm{C}_n=1$, ${}_n\mathrm{C}_0=1$, ${}_n\mathrm{C}_1=n$

Q. 서로 다른 5가지 맛의 아이스크림이 있다. 이 중에서 서로 다른 3가지 맛의 아이스크림을 고르는 경우의 수

엄	아	동
A	B	C
A	C	B
B	A	C
B	C	A
C	A	B
C	B	A

모두 같다.
3! = 6개씩 묶어서 1개로 count.

$$\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}=10 \quad \boxed{10}$$

#성질

: ① ${}_n\mathrm{C}_r={}_n\mathrm{C}_{n-r}$ (단, $0\le r\le n$)

: ② ${}_n\mathrm{C}_r={}_{n-1}\mathrm{C}_{r-1}+{}_{n-1}\mathrm{C}_r$ (단, $1\le r<n$)

결과 외우기

: ③ ${}_n\mathrm{C}_r\times{}_r\mathrm{C}_k={}_n\mathrm{C}_k\times{}_{n-k}\mathrm{C}_{r-k}$ (단, $0\le k\le r\le n$)

: ④ ${}_n\mathrm{P}_r=n\times{}_{n-1}\mathrm{P}_{r-1}$ (단, $1\le r\le n$)

: ⑤ ${}_n\mathrm{P}_r={}_{n-1}\mathrm{P}_r+r\times{}_{n-1}\mathrm{P}_{r-1}$ (단, $1\le r<n$)

생각 연습.

(나를 포함한 n명 중)

① 당첨될 r명 고르기
⇔ 당첨 안 될 n-r명 고르기

② 내가 당첨 & 나머지 n-1명 중 r-1명의 당첨자
+ 내가 꽝 & 나머지 n-1명 중 r명의 당첨자

③ n명 중 1라운드 진출 r명 & r명 중 결승 진출 k명 선택
⇔ n명 중 결승 진출 k명 & 나머지 n-k명 중 1라운드까지만 진출 r-k명 선택

④ 그냥 r명 한 줄 세우기
⇔ 제일 앞자리 올 한 명 선택 & 남은 n-1명 중 r-1명 그 뒤로 줄 세우기

⑤ 나 빼고 r명 줄 세우기
+ r개 자리 중 내 자리 선택 & 남은 n-1명을 남은 r-1 자리에 줄 세우기