

K-N제 수학Ⅱ

2021학년도~2017학년도 경찰대 수학Ⅱ 기출문제

2021학년도

4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 4$, $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{f(x)}{x-4} = 2$ 를 만족시키는 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 방정식 $f(x) = 0$ 이 구간 $[2, 4]$ 에서 적어도 m 개의 서로 다른 실근을 갖는다. m 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 곡선 $y = x^2 - 1$ 위의 점 $(t, t^2 - 1)$ 에서의 접선을 l 이라 하자. 곡선 $y = x^2 - 1$ 과 직선 l 및 두 직선 $x = 0$, $x = 1$ 로 둘러싸인 도형의 넓이의 최솟값은? (단, $0 < t < 1$) [4점]

- ① $\frac{1}{21}$ ② $\frac{1}{18}$ ③ $\frac{1}{15}$ ④ $\frac{1}{12}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

수학2

13. 곡선 $y=x^3+1$ 위의 점 $(1,2)$ 에서의 접선을 l 이라 하자.
중심이 y 축 위에 있는 원이 점 $(1,2)$ 에서 직선 l 에 접할
때, 이 원의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{5}{9}\pi$ ② $\frac{8}{9}\pi$ ③ π ④ $\frac{10}{9}\pi$ ⑤ $\frac{13}{9}\pi$

16. 점 $A(1,0)$ 과 곡선 $y=2-x^2$ 위의 점 P 에 대하여 선분 AP
의 길이를 k 라 하자. k^2 의 최솟값은? [4점]

- ① $\frac{5-3\sqrt{3}}{2}$ ② $\frac{6+\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{11-6\sqrt{3}}{4}$
④ $\frac{5+3\sqrt{3}}{4}$ ⑤ $\frac{12-5\sqrt{3}}{4}$

수학2

19. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 는 $x=-1$ 에서 최솟값을 갖는다. 방정식

$$|f(x)-f(-3)|=k$$

가 서로 다른 네 실근을 갖도록 하는 실수 k 의 값의 범위는 $0 < k < m$ 이다. 실수 m 의 최댓값은? [5점]

- ① 8 ② 16 ③ 24 ④ 32 ⑤ 40

22. 두 함수 $f(x)=-x^2+4x$, $g(x)=2x-a$ 에 대하여 함수

$$h(x)=\frac{1}{2}(f(x)+g(x)+|f(x)-g(x)|)$$
가 극솟값 3을 가질 때,

$\int_0^4 h(x)dx$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [4점]

2020학년도

7. 실수 t 에 대하여 $f(x)=x+t$ 라 할 때, 직선 $y=f(x)$ 가 곡선 $y=|x^2-4|$ 와 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수 $y=g(x)$ 의 그래프와 직선 $y=\frac{x}{2}+2$ 가 만나는 점의 개수는? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_0^x (x-t)^2 f'(t) dt = \frac{3}{4}x^4 - 2x^3$$

을 만족한다. $f(0)=1$ 일 때, $\int_0^1 f(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{1}{3}$

수학2

11. 삼차함수 $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 가 $0 \leq x \leq 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $|P'(x)| \leq 1$ 을 만족할 때, a 의 최댓값은?
(단, a, b, c, d 는 실수이다.) [4점]

- ① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ 2 ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

12. 두 실수 a, b 와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} a & (x < -1) \\ |f(x)| & (-1 \leq x \leq 5) \\ b & (x > 5) \end{cases}$$

라 하자. $g(x)$ 가 $x = -1, x = 5$ 에서 미분가능할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

— <보기> —

- ㄱ. $f(x)$ 는 $x = -1$ 에서 극댓값을 갖는다.
 ㄴ. $f(9) = 0$ 이면 $a > b$ 이다.
 ㄷ. $a = b$ 이면 $f(0) = 46$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

수학2

13. 한 개의 주사위를 세 번 던질 때, 나온 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 하고, 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = (a-3)(x^2 + 2bx + c)$$

로 정의하자. 함수 $g(x) = \begin{cases} 1 & (x > 0) \\ 0 & (x \leq 0) \end{cases}$ 에 대하여 합성함수

$(g \circ f)(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속일 확률은? [4점]

- ① $\frac{17}{72}$ ② $\frac{7}{24}$ ③ $\frac{25}{72}$ ④ $\frac{29}{72}$ ⑤ $\frac{11}{24}$

14. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 양수 a 가 다음 조건을 만족할 때, a 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 t 에 대하여 $\int_{a-t}^{a+t} f(x)dx = 0$ 이다.

(나) $f(a) = f(0)$

(다) $\int_0^a f(x)dx = 144$

- ① $2\sqrt{6}$ ② $3\sqrt{6}$ ③ $4\sqrt{6}$ ④ $5\sqrt{6}$ ⑤ $6\sqrt{6}$

수학2

15. 두 곡선 $y=x^3+4x^2-6x+5$, $y=x^3+5x^2-9x+6$ 이 만나는 점의 x 좌표를 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 라 할 때, 곡선 $y=6x^5+4x^3+1$ 과 두 직선 $x=\alpha$, $x=\beta$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $a\sqrt{5}$ 이다. 자연수 a 의 값은? [4점]

- ① 160 ② 162 ③ 164 ④ 166 ⑤ 168

16. 사차함수 $f(x)=k(x-1)(x-a)(x-a+1)(x-a+2) (k>0)$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 사차방정식 $f(x)=0$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.
 (나) 함수 $f(x)$ 의 두 극솟값의 곱은 25이다.

두 상수 a, k 에 대하여 ak 의 값은? [4점]

- ① 30 ② 40 ③ 45 ④ 50 ⑤ 60

17. 임의의 두 실수 x, y 에 대하여

$$f(x-y) = f(x) - f(y) + 3xy(x-y)$$

를 만족시키는 다항함수 $f(x)$ 가 $x=2$ 에서 극댓값 a 를 가진다.

$f'(0)=b$ 일 때, $a-b$ 의 값은? [5점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2019학년도

7. 이차함수 $f(x) = x^2 - 4x + 7$ 의 그래프 위에 두 점 $A(1, 4)$, $B(6, 19)$ 가 있다. 직선 AB 와 평행하고 포물선 $y = f(x)$ 에 접하는 직선이 두 직선 $x=1$, $x=6$ 과 만나는 점을 각각 D, C 라 할 때, 평행사변형 $ABCD$ 의 넓이는? [4점]

- ① 30 ② $\frac{125}{4}$ ③ $\frac{65}{2}$ ④ $\frac{135}{4}$ ⑤ 35

9. 함수 $f(x) = (x-1)^3 + (x-1)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,

$\int_2^{10} g(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{51}{4}$ ② $\frac{59}{4}$ ③ $\frac{67}{4}$ ④ $\frac{75}{4}$ ⑤ $\frac{83}{4}$

24. 다항함수 $g(x)$ 와 자연수 k 에 대하여 함수 $f(x)$ 가 다음과 같다.

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & (x \leq 0) \\ g(x) & (0 < x < 2) \\ k(x-2)+1 & (x \geq 2) \end{cases}$$

함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 미분가능하도록 하는 가장 낮은 차수의 다항함수 $g(x)$ 에 대하여 $\frac{1}{4} < g(1) < \frac{3}{4}$ 일 때, k 의 값을 구하시오. [4점]

2018학년도

4. 직선 $y = \frac{1}{2}(x+1)$ 위에 두 점 $A(-1, 0)$ 과 $P\left(t, \frac{t+1}{2}\right)$ 이 있다.

점 P 를 지나고 직선 $y = \frac{1}{2}(x+1)$ 에 수직인 직선이 y 축과

만나는 점을 Q 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\overline{AQ}}{\overline{AP}}$ 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{7}$

10. 실수 p 에 대하여 이차방정식 $x^2 - 2px + p - 1 = 0$ 의 두 실근을 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 라 할 때, $\int_{\alpha}^{\beta} |x-p| dx$ 의 최솟값은? [4점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

수학2

17. 음이 아닌 정수 n 에 대하여 최고차항의 계수가 1인 n 차 다항함수 $P_n(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $P_0(x) = 1, P_1(x) = x$

(나) 음이 아닌 서로 다른 정수 m, n 에 대하여

$$\int_{-1}^1 P_m(x)P_n(x)dx = 0$$

$\int_0^1 P_3(x)dx$ 의 값은? [5점]

- ① $-\frac{1}{20}$ ② $-\frac{1}{10}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{10}$ ⑤ $\frac{1}{20}$

20. 미분가능한 함수 $f(x), g(x)$ 가

$$f(x+y) = f(x)g(y) + f(y)g(x), \quad f(1) = 1$$

$$g(x+y) = g(x)g(y) + f(x)f(y), \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{g(x)-1}{x} = 0$$

을 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [5점]

<보 기>

ㄱ. $f'(x) = f'(0)g(x)$

ㄴ. $g(x)$ 는 $x=0$ 에서 극솟값 1을 갖는다.

ㄷ. $\{g(x)\}^2 - \{f(x)\}^2 = 1$

- ① ㄴ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

수학2

24. $1 \leq k < l < m \leq 10$ 인 세 자연수 k, l, m 에 대하여 함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = (x+1)^k x^l (x-1)^m$$

일 때, $x=0$ 에서 $f(x)$ 가 극댓값을 갖도록 하는 순서쌍 (k, l, m) 의 개수를 구하시오. [4점]

25. 함수 $f(x) = (x-1)^4(x+1)$ 에 대하여 이차함수 $g(x), h(x)$ 가

$$f(x) = g(x) + \int_0^x (x-t)^2 h(t) dt$$

를 만족시킬 때, $g(2) + h(2)$ 의 값을 구하시오. [5점]

2017학년도

11. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_0^x |f(t) - 2t| dt$$

로 정의하자. 다음 조건을 만족시키는 이차함수 f 중에서 $f(1)$ 의 최솟값은? [4점]

$g'(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 함수 $f(x) = x + (x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$ 에 대하여 $\{f(x)\}^2 - x^2 f(x)$ 를 $f(x) - x$ 로 나눈 나머지를 $r(x)$ 라 하자. 함수 $y = r(x)$ 의 극댓값과 극솟값의 합은? [4점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{3}{16}$ ⑤ $\frac{4}{27}$

수학2

14. 두 곡선 $y=2x^2+6$, $y=-x^2$ 에 모두 접하고 기울기가 양수인 직선 l 이 있다. 직선 l 과 곡선 $y=2x^2+6$ 의 접점을 P, 직선 l 과 곡선 $y=-x^2$ 의 접점을 Q라 할 때, 선분 PQ의 길이는? [4점]

- ① $2\sqrt{31}$ ② $8\sqrt{2}$ ③ 12 ④ $5\sqrt{6}$ ⑤ $3\sqrt{17}$

15. 방정식 $|x^2-2x-6|=|x-k|+2$ 가 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

수학2

19. 함수 $f(x) = x^4 - 6x^3 + 12x^2 - 8x + 1$ 과 이차함수 $g(x)$ 는 어떤 실수 α 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(\alpha) = g(\alpha), f'(\alpha) = g'(\alpha)$
 (나) $f(\alpha+1) = g(\alpha+1), f'(\alpha+1) = g'(\alpha+1)$

두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 로 둘러싸인 영역의 넓이를 S_1 ,
 곡선 $y = g(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 영역의 넓이를 S_2 라 할
 때, $\frac{S_2}{S_1}$ 의 값은? [5점]

- ① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

11. 모든 실수 x 에 대하여 $f(-x) = -f(x)$ 인 다항함수

$f(x)$ 가 $f(-1) = 2, \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(1) - f(-x)}{x^2 - 1} = 3$ 을 만족시킬 때

$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\{f(x)\}^2 - 4}{x + 1}$ 의 값은? [4점]

- ① -24 ② -12 ③ 0 ④ 12 ⑤ 24

수학2

22. 실수 t 에 대하여 함수 $f(x) = x^2 - 2|x-t|$ ($-1 \leq x \leq 1$)

의 최댓값을 $g(t)$ 라고 하자. $\int_0^{\frac{3}{2}} g(t) dt = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의

값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

24. 다항함수 $f(x) = x^3(x^3+1)(x^3+2)(x^3+3)$ 에 대하여

$f'(-1) = a$ 이고 $f(x)$ 의 최솟값이 b 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을
구하시오. [4점]

