

$$(i/2 / i/2 \times)$$

1. 이분도록

ex) ~~3명~~ ^{한 자와 한 자} 7명 일제히 4/5.

$$8! \times 3!$$

(가치 3 배였)

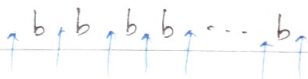
2. 이분도리 영도록

(상황 1) a 4명 b 10명 일제히 배웠

(상황 2) ~~4명~~ 10명 일제히 배웠

① b 10명 우선 배웠 → a 4명 기워넣기

① b 10명 우선 배웠 → a 4명



$$\Rightarrow 10! \times 11C_4$$

② a 4명 우선 배웠 → b 10명



$$\Rightarrow 4! \times 5H_7 \times 10!$$

$$\Rightarrow 1 \times 5H_7$$

3. 이분도리 영도록 (특별한 상황)

ex) ~~AA~~ BB CD 일제히 배웠

(단, 끝은 2가지 이고 X)

① B.B.C.D 배웠 → ② A.A.A 기워넣기

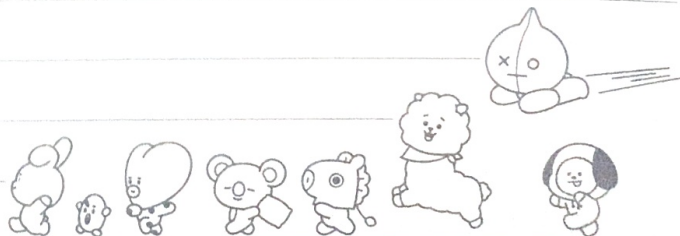
i) B C D B (B이2X)

$$6 \times 5 \times 3$$

ii) B, B C D (B이20)

$$6 \times 4 \times 2$$

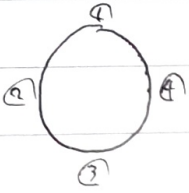
$$\Rightarrow 6(5 \times 3 + 4 \times 2)$$



(원순열)

1. 모든 객체 2 구별 가능하리 2 확정 3인 계산 $\rightarrow$ 같은 것의 개수로 나눈다.

상황 1 객체 {A, B, C, D}



A B C D

1 2 3 4

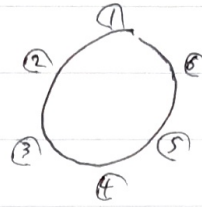
2 3 4 1

3 4 1 2

4 1 2 3

$\frac{4P_4}{4}$

상황 2 객체 {A, B, C, D}



A B C D

1 2 3 5

2 3 4 6

3 4 5 1

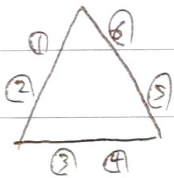
4 5 6 2

5 6 1 3

6 1 2 4

$\frac{6P_4}{6}$

상황 3 객체 {A, B, C, D, E, F}



A B C D E F

1 2 3 4 5 6

3 4 5 6 1 2

5 6 1 2 3 4

$\frac{6P_6}{6}$

ex)

1	8	7
2	9	6
3	4	5

$\frac{6P_4}{4}$

A B C D

1 4 5 6

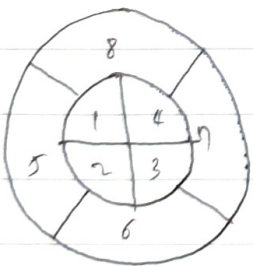
3 6 7 8

5 8 1 2

7 2 3 4

$\frac{9P_4}{4}$

ex)



$\frac{8P_5}{5}$

A B C D E

1 2 3 5 7 $\rightarrow$ 1 2 3 0 7

2 3 4 5 1 $\rightarrow$ 1 2 3 6 8

3 4 1 5 7 $\rightarrow$ 1 2 3 7 5

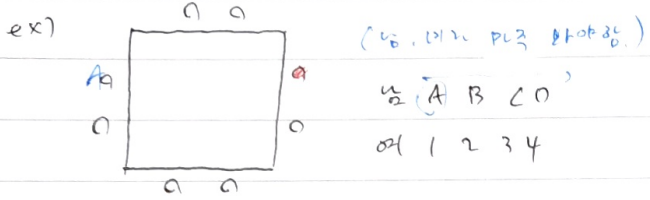
4 1 2 5 7 $\rightarrow$ 1 2 3 8 6

$\frac{8P_5}{5}$

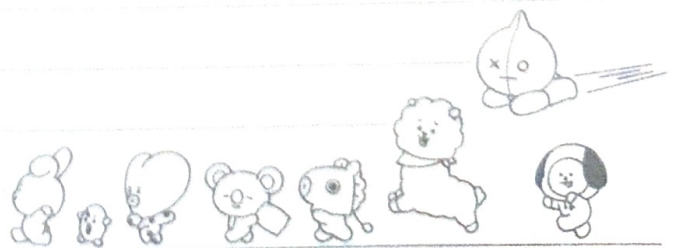


2. 단계 별 작업 (1명씩) (feat. 글샘 방법)

2명 → 같은 작업 평가 (레이싱 원순역 X)
3번 가능.

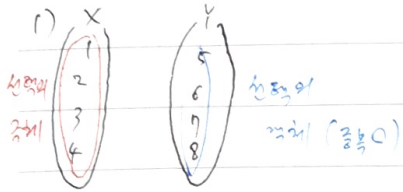


2 X 5 X 4 X 2 X 4
(A) (B) (C) (D) (여공생 배치)



(중복 가능)

공백 포함

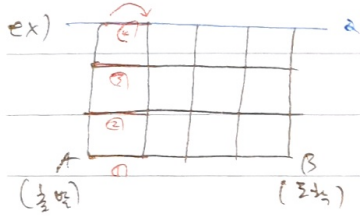


모든 함수의 개수: $4 \times 4 \times 4 \times 4$

3) A B C D 선택의 자유

① ② ③ ④ 선택의 자유

모든 함수의 개수: $4 \times 4 \times 4 \times 4$



i) 1, 2, 3, 4 이다

ii) 1번 2번 3번 4번

iii) 1번 2번 3번 4번

$$i) \cap ii) = 4^4$$

$$i) \cap ii) \cap iii) = 3^4 \quad (1, 2, 3 \text{ 번})$$

$$\Rightarrow 4^4 - 3^4$$

2) 한 번 선택

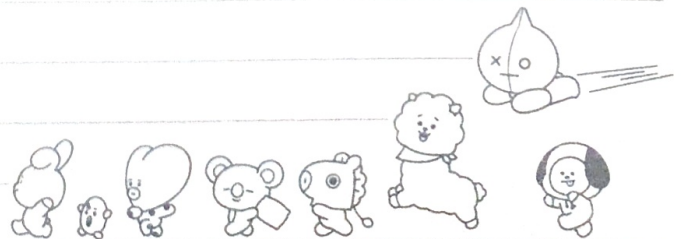
선택의 자유

모든 4개의 수의 개수: $4 \times 4 \times 4 \times 4$

(x_1, x_2, x_3)

$\{1, 2, 3, 4\}$ 중복

4개의 수의 개수?



(같은 것이 많은 슬랙)

1. 매개의 수선슬리미 많은 경우

2. 두종류의 같은 모자 매개체 계약 조건이 매개체 개수를 정해

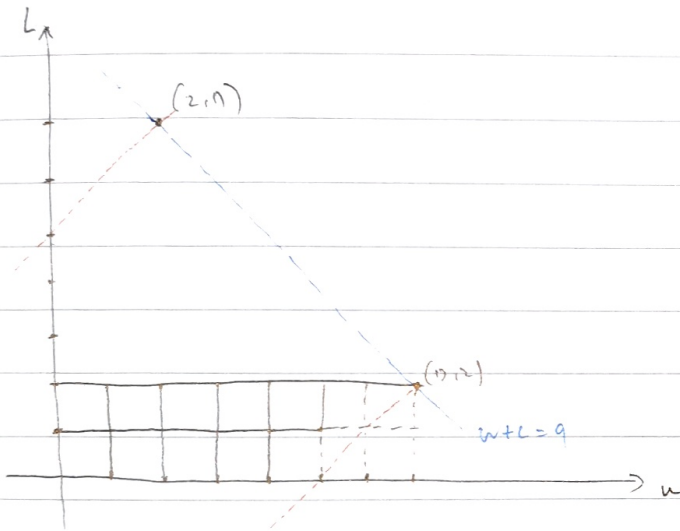
→ 수/단위 ~ 문제의 바리도

ex) 천하 5m 이(기)면 공(개)씩 가져옴.

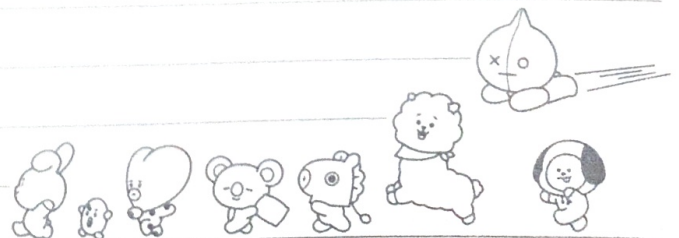
영리 5m 9번만에 게임 끝나는 경우의 수?

i) 9번

$$ii) |w \text{ 개수} - L \text{ 개수}| = 5$$



$$2 \times \left(\frac{7!}{5!2!} - 1 \right)$$



(공복조합)

1. $3H_8$ 의 정의, 기본조건, 그 계산

⇒ 서로 다른 3개 중 공복은 8개,

실제 8번만이 8개 중 택하는 방법의 수.

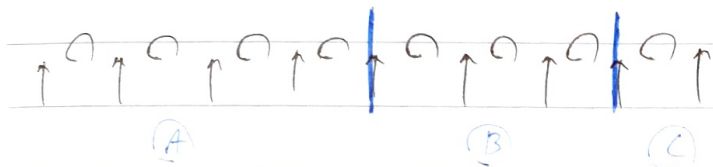
1) $x+y+z=8$ 의 음이 아닌 정수해의 개수.

2) $\boxed{A} \boxed{B} \boxed{C} \underbrace{00 \dots 0}_{8\text{개 (공 3개 x)}}$

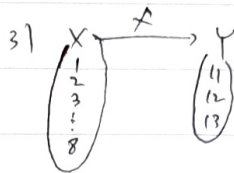
상자에 공을 넣는 경우의 수.

* 관념이론 이용한 방법.

$$3H_8 = 9H_2$$



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{공 8개} \\ \text{관념이론 (3-1)개} \end{array} \right\} \text{인 경우의 수} \Rightarrow \frac{10!}{8! 2!} = 10 \cdot 8$$



$f(1) \leq f(2) \leq \dots \leq f(8)$ 인 정수열의 개수.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{공 } r \text{ 개} \\ \text{관념이론 } (n-1) \text{ 개} \end{array} \right\} \text{인 경우의 수} \Rightarrow \frac{n!}{r! (n-r)!} = \binom{n}{r}$$

2. 제약 조건의 반영

<생각하기> $x+y+z=12$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x \leq 5 \\ y \geq 1 \\ z \geq 0 \end{array} \right\} \text{정수해의 개수?}$$

$$\Rightarrow 3H_{11} - \underbrace{(x \geq 6, y \geq 1, z \geq 0)}_{3H_5} \quad \text{이런}$$

ex) $\boxed{A} \boxed{B} \boxed{C}$

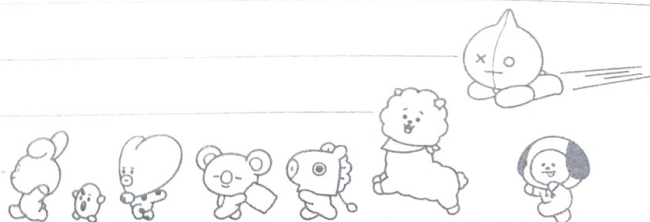
8명 스터디 2명 (2명 무조건 다른 등)

$$\text{sol 1) } x+y+z=16$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x \leq 8 \\ 0 \leq y \leq 8 \\ 0 \leq z \leq 8 \end{array} \right.$$

$$3H_{16} - \underbrace{(x \geq 9 \text{ or } y \geq 9 \text{ or } z \geq 9)}_{3 \times 3H_7}$$

$$\text{sol 2) } 3H_8 \quad (\text{이런 스터디 2명 스터디 2명})$$



3. 묶어서 세기

<생각하기> A, B, C 2개
 $x+y+z=21$

$$x+y+z=21$$

i) 2개씩 묶기

A B C 2개
 1 1 1 (8개)

$$\Rightarrow 3H_9$$

ii) 3개씩 묶기 $\Rightarrow$ (1개) ($x=2x'+1$)

$$(x+y)+(z+w)=20$$

(x, y는 홀수, z, w는 짝이 아닌 정수)

① z, w는 홀수

$$4H_9$$

② z, w는 짝수

$$4H_8$$

ii) 3으로 나누는 나머지를 모두 더하기

$$x+y+z=21$$

$$\Rightarrow 3H_6 \text{ (3개씩 묶기)}$$

$$(x+y) \quad (z+w) \quad x \dots x$$

0과 0 사이에 홀수 개의 x가 있을 수 있음.

생각 1

$$x \dots x \quad x \dots x \quad x \dots x \quad x \dots x$$

$\Rightarrow 0$: 모두 홀수 번째 또는 짝수 번째

$$12C_3$$

$$11C_3$$

만약, 만일 0

만약, 만일 x

4. 문자 배열 시 변위의 횟수 구하기

상황 1 AAAAA BBBB 배열된 배열 (문자 3번 변위하도록)

① A B A B (변위 2번 필요)

② B A B A (변위 1번)

$$\Rightarrow 2H_3 \times 2H_3 \times 2$$

ex) A 7개 B 7개
 7개 배열 배열

A를 B로 바꿀 때 1번,

A B A B

$$\Rightarrow 4H_5$$

상황 2 () 순서쌍 만들기 {A, B} (문자 3번 변위하도록)

생각 1 변위 2번 생성하기 위치 2번 $2C_3 \times 2$

생각 2 ① A B A B $4H_3$

②

$$4H_3$$



5. 기위열기

상호응 단층리

종류별 배열 (한종류 우선 배열 → 다른종류 기위열기)

ex)



동시에 고려 선택

선택한 몹들 사이에 빈칸의 개수 3이상

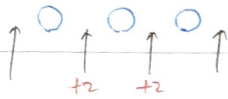
i) 1 2 3 4 ... 20

○ X X ○

X

○○○ 3m

XX...X 17m



⇒ 4H₁₃

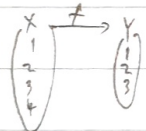
ii) (1, 4, 1) → (1, 2, 3) → (1, 1, 1)

(14, 17, 2) → (14, 15, 16) → (14, 14, 14)

(16, 3)

(14H₃)

6. 몇개의 대응을 이용한 계산 (기위열기의 원리)



(1, 1, 2, 2)

(1, 1, 2, 3)

f(1) < f(2) < f(3) < f(4)

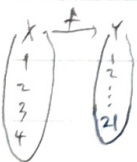
(1, 1, 3, 3)

f의 m

(1, 2, 3, 3)

(2, 2, 3, 3)

ex)



f(1) < f(2) < f(3) < f(4)

f(1) < f(2) < f(3) < f(4)

f의 m

f의 m

(1, 2, 3, 4)

(1, 1, 1, 1)

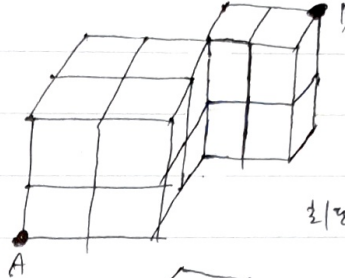
(18, 19, 20, 21)

(18, 18, 18, 18)

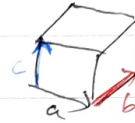
⇒ 21C₄

⇒ 18H₄

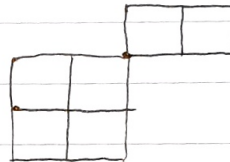
ex)



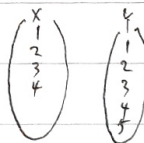
2/3의 경우



aaaa bbb cc
우선 배열 기위열기



⇒ 18X₈H₂



(1, 2, 3, 4)

(1, 2, 3, 5)

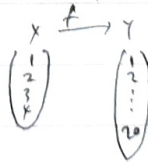
(1, 2, 4, 5)

f(1) < f(2) < f(3) < f(4)

f의 m

(1, 3, 4, 6)

(2, 3, 4, 5)



(1, 2, 2, 3)

(18, 19, 19, 20)

f(1) < f(2) < f(3) < f(4)

f의 m



(오답 정지)

$$\sum_{k=0}^n n C_k \cdot a^{n-k} \cdot b^k = (a+b)^n$$

$$1) q_9 C_0 + q_9 C_1 + \dots + q_9 C_{99} = \sum_{k=0}^{99} q_9 C_k \cdot 1^{99-k} \cdot 1^k = 2^{99}$$

$$ex) P(k) = {}_{100}C_k \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{100-k} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^k$$

$$\sum_{k=1}^{100} \{P(2k-1) - P(2k)\} = \sum_{k=1}^{100} P(k) \times (-1)^{k+1}$$

$$= \sum_{k=1}^{100} {}_{100}C_k \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{100-k} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^k$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^{100} - \sum_{k=0}^{100} {}_{100}C_k \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{100-k} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^k$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^{100} - \left(\frac{1}{3}\right)^{100}$$

$$2) q_9 C_0 + q_9 C_2 + \dots + q_9 C_{98} = \frac{(1+1)^{99} + (1+(-1))^{99}}{2}$$

$$ex) {}_{100}C_0 + {}_{100}C_2 + {}_{100}C_4 + \dots + {}_{100}C_{100} = \frac{(1+1)^{100} + (1-1)^{100}}{2}$$

$$3) \sum_{k=1}^n k \cdot n C_k$$

$$i) \sum_{k=0}^n n C_k \cdot x^k = (1+x)^n$$

$$ii) \sum_{k=1}^n k \cdot n C_k \cdot x^{k-1} = n(1+x)^{n-1}$$

$$(x=1) \sum_{k=1}^n k n C_k = n \cdot 2^{n-1}$$

$$iii) \sum_{k=1}^n k \cdot \frac{n!}{k! (n-k)!} = \sum_{k=1}^n \frac{n(n-1)!}{(k-1)! (n-k)!}$$

$$= \sum_{k=1}^n n \cdot (n-1) C_{k-1} = n \cdot 2^{n-1}$$

$$q_9 C_0 - q_9 C_1 + \dots - q_9 C_{99} = \sum_{k=0}^{99} q_9 C_k \cdot (-1)^k \cdot 1^{99-k} = 0$$

$$q_9 C_1 + q_9 C_3 + \dots + q_9 C_{99} = \frac{(1+1)^{99} - (1+(-1))^{99}}{2}$$

$$ii) 1 \cdot n C_1 + 2 \cdot n C_2 + \dots + (n-1) \cdot n C_{n-1} + n \cdot n C_n$$

$$n \{ n C_0 + (n-1) n C_1 + \dots + n C_n \} = n \cdot \sum_{k=1}^n k \cdot n C_k$$

$$iV) k \cdot n C_k = n C_k \cdot k C_1$$

$$ex) \sum_{k=0}^n k(k-1)(k-2) n C_k P^k (1-P)^{n-k} = (n)_3 \times P^3$$

$$\Rightarrow n C_k \times P_3 = n P_3 \times n-3 P_{k-3}$$

$$\Rightarrow \sum_{k=3}^n n P_3 \times n-3 C_{k-3} \cdot P^{k-3} \cdot (1-P)^{n-k} \cdot P^3$$

$$(n)_3 = n P_3$$



4) ① ② ... ⑩ ⑪ ... ⑫ 동시에 10개 선택

10개 0개

9개 1개

8개 2개

10-k개 k개

$$\Rightarrow \sum_{k=0}^{10} \binom{10}{k} \binom{10}{10-k} = 20 \binom{10}{10}$$

$$\text{ex) } \sum_{k=0}^{10} n \binom{10}{k} \binom{10}{10-k} = 20 \binom{10}{10}$$

5) 파스칼의 삼각형

	1	1					
	1	2	1				
	1	3	3	1			
	1	4	6	4	1		
	1	5	10	10	5	1	
	1	6	15	20	15	6	1

$$i) n-1 \binom{n}{k} + n-1 \binom{n}{k} = n \binom{n}{k}$$

ii) 파스칼의 법칙

$$* (a+b)^3 = (a+b)(a+b)(a+b)$$

$$\binom{3}{0} a^3 b^0 \quad \binom{3}{1} a^2 b^1 \quad \binom{3}{2} a^1 b^2 \quad \binom{3}{3} a^0 b^3$$

$$i) 2k_3 = 4$$

$$ii) a^{3-k} \cdot b^k \text{의 계수 } \binom{3}{k}$$

$$\binom{n}{k} (a+b)^n = \sum_{k=0}^n n \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$$

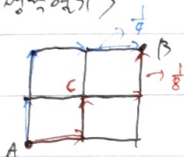


$$(1, 3, 2, 2, 2)$$

(3월 28일 평일)

p_2 (이동 시간 평형의식)

<생각 열기>



① $A \rightarrow B$ $\frac{1}{\text{정거기}}$

② $\frac{1}{2}$.

Q. C를 거쳐온 학생들?

$$p = \frac{4!}{\frac{4!}{2!2!}} = \frac{2}{3} \quad (X)$$

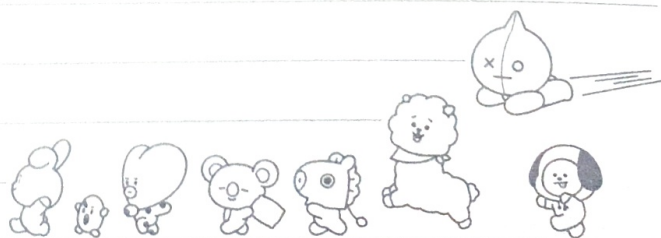

$$h|y: \quad |m \geq 4|$$

Q: (이)의 한량이 $\frac{1}{2}$ 로 주어진다


$$h(\delta y) = 124 \frac{m}{s}$$

Q : 원공이 n 을 갖는가?

$$P = \frac{141}{541}$$



(복합의 덧셈 법칙)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

ex) 시험: 국사 10번 만지기

{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 }

($a_1, a_2, \dots, a_{10}$)

Q: $a_1, a_2, \dots, a_{10}$ 이 10의 배수일 확률?

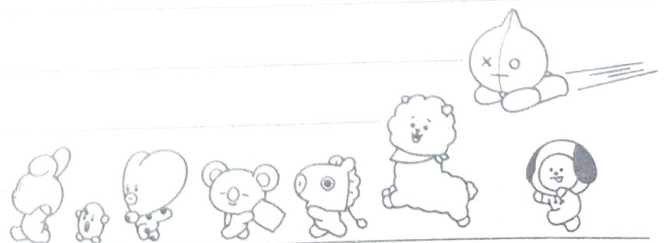
2의 배수일지 (2)

or

5의 배수일지 (5)

$$\Rightarrow P = 1 - P\left(\begin{array}{c} 2의 배수 \\ 3의 배수 \end{array} \text{ or } \begin{array}{c} 5의 배수 \\ 3의 배수 \end{array}\right)$$

$$= 1 - \left\{ \frac{3^{10}}{6^{10}} + \frac{5^{10}}{6^{10}} - \frac{2^{10}}{6^{10}} \right\}$$



(확률의 공집합)

<생각 정리>



시행 1: 한개의 2개의 공짜내기 (비복원)

Q₁: 1st 0 2nd 0 $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$
 Q₂: 0 1, 0 1 $\frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \times 2$
 Q₃: 0 1, 0 1 $\frac{3 \times 1 \times 4 \times 1}{4 \times 2}$

시행 2: 동시에 2개의 공짜내기

$$1) P(A \cap B) = P(A) P(B|A)$$

슬하 - 앞을 계산 (앞에서부터 계산)

ex) 공 {1, 2, ..., 9}

시행: 세 상자 A, B, C에 각각 3개의 공이 들어 있다



Q. $\max A > \max B$
 $\min A < \min B$ 인 확률?

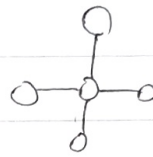
i) 큰 값을 더 $\rightarrow$ 아무렇게나

ii) 남은 6개 중 $\max$ 하나 $\rightarrow$ into A

iii) 남은 5개 중 $\min$ 하나 $\rightarrow$ into A.

$$P = 1 \times \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$$

ex) ①, ②, ③, ④, ⑤



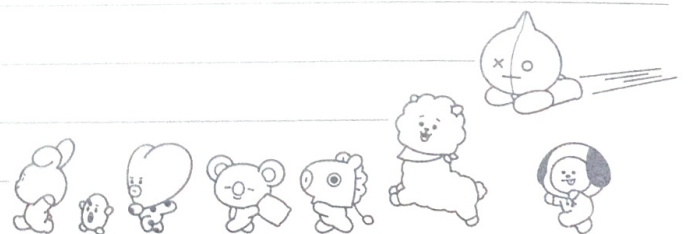
Q. 2로, 4의 합이 같은 확률?

i) 2로 채우기 $\rightarrow$ 2번

ii) 남은 4개의 수 중 1개의 2를 정하기 $\rightarrow$ 아무렇게나

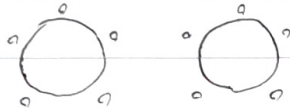
iii) 변이된 2를 채우기 $\rightarrow$ 특정 수 2번

$$P = \frac{3}{5} \times 1 \times \frac{1}{3}$$



(생각하기)

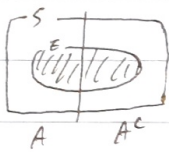
3명 A, B 외 8명



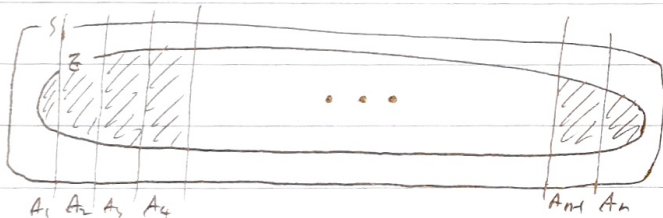
Q: A, B ~ 같은 테이블에 앉을 확률?

$$P = \left(\frac{5}{10} \times \frac{4}{9}\right) + \left(\frac{5}{10} \times \frac{4}{9}\right)$$

$$2) P(E) = P(A \cap E) + P(A^c \cap E) \\ = P(A)P(E|A) + P(A^c)P(E|A^c)$$

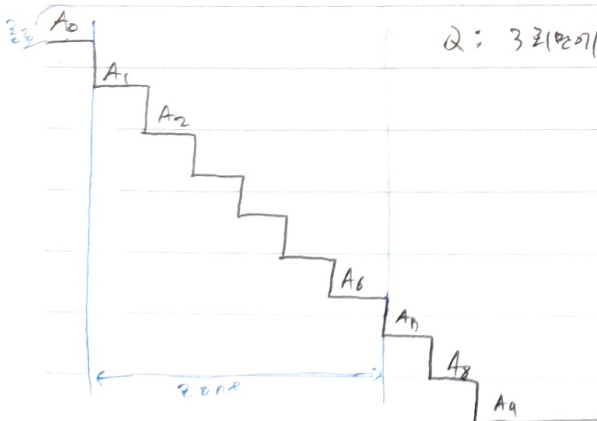


(+)



이런 식으로 $P(E) = \sum_{k=1}^n P(A_k) P(E|A_k)$

ex) 극한이 나온 수 만큼 묻는다. A0에 정확히 도달하지 못하면 남은 수만큼 다시 내려감.



Q: 3리미터 Aq에서 시작하여 A0에서 종료될 확률?

$$P = \left(\frac{4}{5} \times \frac{5}{10}\right) + \left(\frac{1}{5} \times \frac{1}{10}\right)$$

(3리미터에서 시작) (2리미터에서 시작)

ex) A, B, C, D, E



Q: A, B ~ 이고 같은 확률?

$$P = \left(\frac{1}{5} \times \frac{2}{4}\right) + \left(\frac{4}{5} \times \frac{1}{2}\right)$$

(+ 0.4)



(독립행의 확률)

<생각하기>

Q: 한거리에 5번 던지기. 3의 배수의 눈이 꼭 2리 나올 확률?

1리 2리 3리 4리 5리

○ ○ × × × $\Rightarrow (\frac{1}{3})^2 (\frac{2}{3})^3$

○ × ○ × ×

⋮

× × × ○ ○

$$\Rightarrow \frac{5!}{3!2!} \times (\frac{1}{3})^2 \times (\frac{2}{3})^3$$

1) 계산 3로

(방법이식) × (기본확률)
↓
Focus

$$nCk \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

ex) A, B (1리 4선)

Q: 한거리에 5번 던지기.

3의 배수인 눈이 꼭 2리 나오지,

5번 던지기는 3의 배수인 눈이 나올 확률?

1리 2리 3리 4리 5리

○

$$\Rightarrow 4 \times (\frac{1}{3})^2 \times (\frac{2}{3})^3$$

ex) W $\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{3}$ L $\frac{1}{6}$

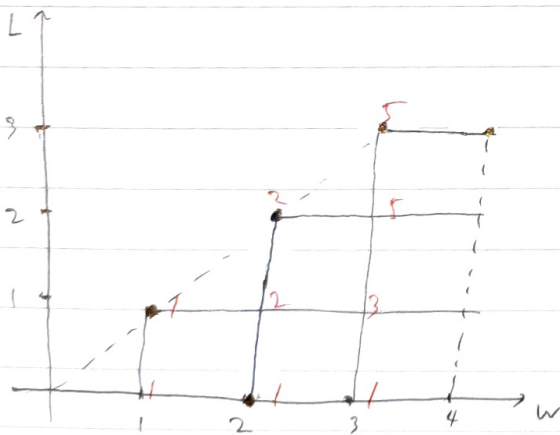
10리 2리 4리 6리

5등 3등 2등 1등

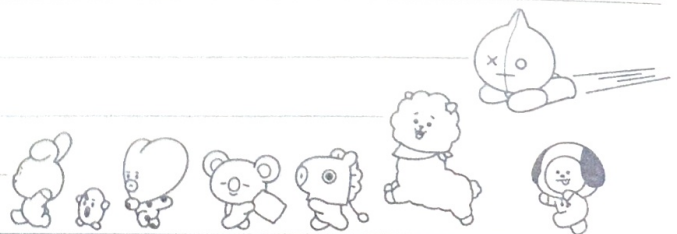
$$\frac{4!}{1!3!1!} \times (\frac{1}{2})^5 \times (\frac{1}{3})^3 \times (\frac{1}{6})^2$$

Q: A는 시디즈 mm 전적이 있는데 승인적 없이 4등 3등 2등 1등은 확률?

www LLL



$$\Rightarrow (5) \times (\frac{2}{3})^4 \times (\frac{1}{3})^3$$



2) 독립시행임을 파악함

- ① 독립 사건 } 실험
- ② 2번의 시행

ex) 00 ... 0 (10m)

A B C D E F (6m)

Q: 한번에 1번씩 A에 1번, B에 1번, C에 1번, D에 1번, E에 1번, F에 1번을 던질 때, A, B, C에 1번씩 던지는 공의 개수의 합이 3인 확률?

독립사건: A, B, C에 들어가는 사건.

$$= 10 \times \left(\frac{1}{6}\right)^3 \times \left(\frac{5}{6}\right)^7$$

ex) 20개 주사위 동시에 던지기 → 3번씩 throw out

높은 주사위 n n → n n

⋮

Q: 2번만에 모든 주사위를 버릴 확률?

20개 주사위에 대해

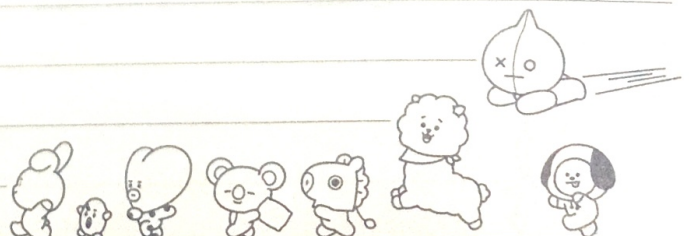
$$p = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{9}$$

3번만에 모든 주사위에 버려지는 사건

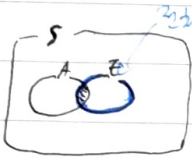
$$\left(\begin{array}{l} 20개의 주사위 모두 \\ 2번이내에 버려질 확률 \end{array} \right) - \left(\begin{array}{l} 20개의 주사위 모두 \\ 1번이내에 버려질 확률 \end{array} \right)$$

$$20 \left(20 \left(\frac{5}{9} \right)^2 \right)^{20}$$

$$20 \left(20 \left(\frac{1}{3} \right)^2 \right)^{20}$$

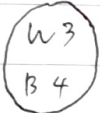


(조건부 확률)



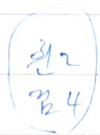
$$P(A|E) = \frac{n(A \cap E)}{n(E)} = \frac{P(A \cap E)}{P(E)}$$

<생각하기>



한개씩 2개 (비복원)

Q1: 1st W일때, 2nd B 확률? : $P(B|A) = \frac{4}{6}$
 Q2: 2nd B일때, 1st W 확률? : $P(A|B) = \frac{3}{5}$



1) 변형된 전제(상황)가 주어지는 경우.

1열	2열	3열	4열
1	2	3	4
1	2	3	4

1열	3열	4열
1	2	3
1	2	3

Q: 2열에 찍힌 두 수 ~ 서로 같을 때,
 4열이 1 1 1 1 확률 몇?

$$P = \frac{2}{3}$$

2-1) 전형적인 형태

	A	A'
E	①	②
E'		

$$\frac{1}{1+2}$$

$$P(A|E) = \frac{P(A \cap E)}{P(E)} = \frac{P(A \cap E)}{P(A \cap E) + P(A' \cap E)}$$

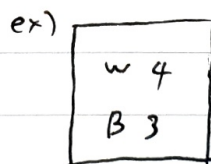
ex) A B C 4개 발생률 확률: $\frac{2}{3}$
 (2개) $\frac{4}{5}$ $\frac{5}{9}$ $\frac{8}{9}$

A, B: 1개 발생
 C: 1개 발생 X

Q: 1개 1개 1개 발생률 확률?

$$P(X|E) = \frac{P(X \cap E)}{P(E)}$$

2-2) (?)



1단계: 1개이 들어갈 때 <색이 같으면 복원 / 색이 다르면 비복원>
 2단계: 2개이 들어갈 때

Q: 1개 1개 1개 발생률이 같을 때, X가 1개 1개 1개 발생률 확률?

$$P(X|E) = \frac{P(X \cap E)}{P(E)} = \frac{\frac{6}{21} \times \frac{4}{10} + \frac{12}{21} \times \frac{3}{9}}{\frac{6}{21} \times \frac{4}{10} + \frac{12}{21} \times \frac{3}{9}}$$

$\frac{6}{21}$	$\frac{3}{21}$	$\frac{12}{21}$
W 2+2 B 3	W 4 B 1+2	W 3 B 2

(2)



$$\frac{P(X \cap E)}{P(X \cap E) + P(X' \cap E)} = \frac{P(X) \cdot P(X|E)}{P(X) \cdot P(X|E) + P(X') \cdot P(X'|E)} = \frac{\frac{2}{3} \times (\frac{4}{5} \times \frac{5}{9} \times \frac{8}{9})}{\frac{2}{3} \times (\frac{4}{5} \times \frac{5}{9} \times \frac{8}{9}) + \frac{1}{3} \times (\frac{1}{5} \times \frac{4}{9} \times \frac{8}{9})}$$

(이산 확률 분포)

"확률 변수"의 정의

공변 사건

이때 시행에서 표본 공간의 각 원소에 하나의 실수 값을 대응시킨다

1. X	x_1	x_2	$\dots$	x_n	p_i
Y				$a x_i + b$	
P(X)	p_1	p_2	$p_i = \frac{f_i}{N}$	p_n	1

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_i \quad V(X) = E((X - m)^2)$$

$$\begin{aligned} \text{(정리)} \quad &= \sum_{i=1}^n (x_i - m)^2 p_i = \sum_{i=1}^n x_i^2 p_i - m^2 \\ &= E(X^2) - [E(X)]^2 \end{aligned}$$

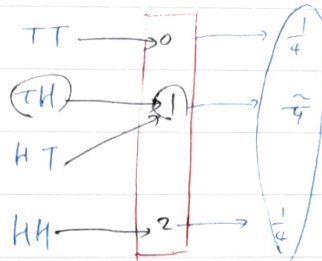
2. $Y = aX + b$ (두 확률 변수의 관계 선형 관계인 때)

$$E(Y) = a E(X) + b \quad \left(\sum_{i=1}^n (a x_i + b) p(x = x_i) \right)$$

$$V(Y) = a^2 V(X)$$

예) 시행: 2번의 동전 2회 던지기

X: 앞면이 나온 횟수

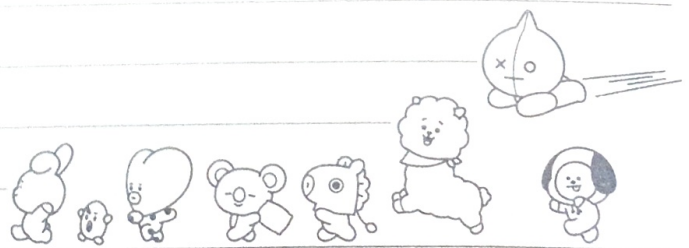


가장 큰 확률 (즉, 3/4)

$$P(X = x_i) = p_i$$

확률의 합은 1

X가 1/2로 나오는 것



(이항 분포)

$X \sim B(n, p)$ 의 정의

X 의 확률질량함수가

$$P(X=k) = \underbrace{n!}_k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} \quad \text{인 } k$$

$k=0, 1, \dots, n$

1. n회의 독립시험에서 특정사건의 발생횟수를 X 라 하면,

$X \sim B(n, p)$ (여기서 p 는 특정사건의 발생확률)

동전 던지기 10회

$H \rightarrow 100원$

$T \rightarrow -50원$

(X) : 성공액
↓
이항분포 X

/ $L(w)$: 앞면이 나온 횟수
↓
이항분포 0

$w \sim B(10, \frac{1}{2})$

$E(X) = ?$ $X = 100 \cdot w - 50(10-w)$
 $= 150w - 500$

$E(w) = 5$

$V(w) = \frac{5}{2}$

2. $X \sim B(n, p)$

X	0	...	k	...	n	δ_k
$P(X)$			$n!_k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$			1

$E(X) = np = \sum_{k=0}^n k \cdot n!_k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$

$\rightarrow k \cdot n!_k = n \cdot (n-1)!_{k-1}$
 $n!_k \cdot p^k = n!_1 \cdot p \cdot p^{k-1}$

$V(X) = np(1-p) = \sum_{k=0}^n k^2 n!_k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} - (np)^2$

$\rightarrow k^2 = k(k-1) + k$
 $\rightarrow k(k-1)n!_k = n!_2 \cdot p^2 \cdot p^{k-2}$
 $k!_2$

ex) $X \sim B(n, p)$

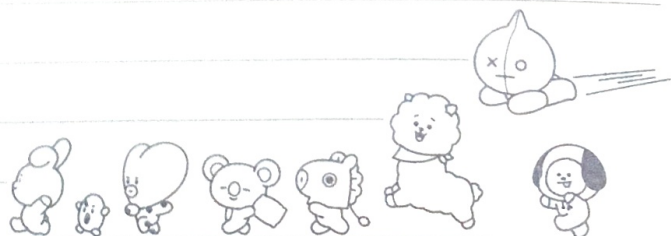
$E(X) = 5, V(X) = \frac{5}{2}$ $\left. \begin{matrix} n=10 \\ p=\frac{1}{2} \end{matrix} \right\}$

Q: $\sum_{k=0}^n k^2 n!_k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k} = ?$

$\Rightarrow \sum_{k=0}^{10} k^2 \cdot 10!_k \cdot (\frac{3}{2})^k \cdot (\frac{1}{2})^{10-k}$

$= 2^{10} \cdot \sum_{k=0}^{10} k^2 \cdot 10!_k \cdot (\frac{3}{4})^k \cdot (\frac{1}{4})^{10-k}$

$= \{10 \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} + (10 \times \frac{3}{4})^2\} \times 2^{10}$



(연속 확률 분포)

1. $X \in [a, b]$ 이고 X 의 확률 밀도 함수가

$f(x)$ 이면

1) $f(x) \geq 0$ (즉, $f(x) \leq 0$ 일 수도 있음)

2) $\int_a^b f(x) dx = 1$

3) $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$

4) $P(X=c)=0$

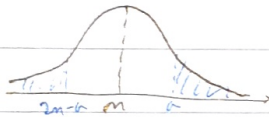
2. 정규 분포

$X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 의 경우

$\therefore X \in (-\infty, \infty)$, X 의 확률 밀도 함수

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \text{ 인데,}$$

1) $x=\mu$ 에서 $\frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma}$ 로, $x=\mu$ 에 (최대) σ



$$P(X \geq \mu) = P(X \leq \mu)$$

$$P(a \leq X \leq b) = P(\mu - b \leq X \leq \mu - a)$$

2) σ : 표준편차

$\rightarrow$ 흩어짐 정도

σ 가 클수록 $\rightarrow$ 흩어짐 정도가 커진다

σ 가 작을수록 $\rightarrow$ 흩어짐 정도가 작아진다

3) $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $Z \sim N(0, 1^2)$

$$P(\mu \leq X \leq \mu + k\sigma) = P(0 \leq Z \leq k)$$

μ, k 에 관한 함수 (즉, $k \geq 0$)

$$3. X \sim B(120, \frac{1}{6}) \rightarrow X \sim N(120, 10^2)$$

이항분포 정규분포

$$\text{ex) } P(X=120) = 120C_{120} \cdot (\frac{1}{6})^{120} \cdot (\frac{5}{6})^{600}$$

$$P(120 \leq X \leq 130)$$

ex) $X \in [0, \infty]$ 이고 X 의 확률 밀도 함수가 $f(x)$.

$$(1) P(0 \leq X \leq x) = kx^2 = \int_0^x f(x) dx$$

$$(2) \int_0^{\infty} x f(x) dx = 1 \quad \leftarrow 2kx = f(x)$$

Q: $k=?$

$$(1) \int_0^{\infty} 2kx^2 dx = 1$$

$$(2) \int_0^{\infty} f(x) dx = 1$$

ex) $X \sim N(10, \sigma^2)$

$$\text{Let } f(x) = P(10 - \sigma^2 \leq X \leq 11)$$

$$Q: \sum_{n=1}^{\infty} f(\frac{1}{n}) - \sum_{n=1}^{\infty} f(n+2) = ?$$

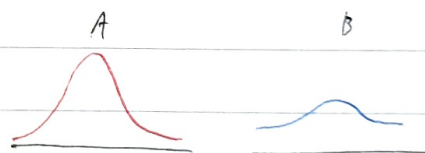
$$\Rightarrow P(-\sigma \leq Z \leq \frac{1}{\sigma})$$

$$= P(-\frac{1}{\sigma} \leq Z \leq \sigma)$$

$$= f(\frac{1}{\sigma})$$

$$\rightarrow f(1) + f(\infty)$$

ex)

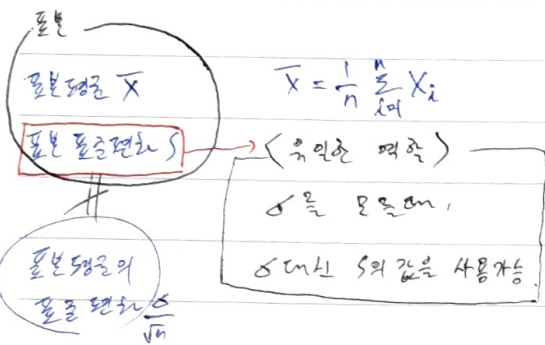
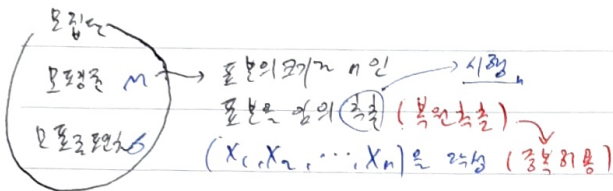


Q: σ 가 A보다 더 크다면 (O/X)

평균에 더 가까워진다



(통계적 추론)

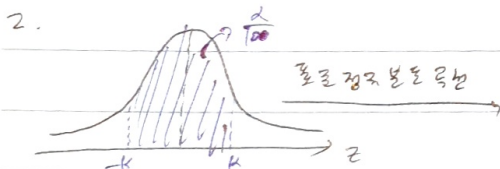


1. $\bar{X}$ 의 분포 $E(\bar{X}) = \mu, V(\bar{X}) = \frac{\sigma^2}{n}$

1) 모집단이 정규분포를 따를 때

$\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$

2) 모집단이 정규분포 X
 ① n 이 크면 $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$
 ② n 이 작으면 직접 구한다



$P(-k \leq z \leq k) = \frac{\alpha}{100} \quad \bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$

$P(-k \leq \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \leq k) = \frac{\alpha}{100}$

$\Leftrightarrow P(\bar{X} - k \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{X} + k \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = \frac{\alpha}{100}$

1) "모집단 μ 에 대한 신뢰도 $1-\alpha$ %의 신뢰구간"의 정의

$[\bar{X} - k \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{X} + k \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}]$
 → 표본 평균의 (중심)

ex) (구간추론)

X	10	20	30	합
$P(X)$	$\frac{1}{2}$	a	$\frac{1}{2}-a$	1

표본의 크기 2 $E(\bar{X}) = 18$

Q: $P(\bar{X} = 20) = ?$

$a = \frac{1}{2} \cdot (10, 30) \cdot \frac{1}{2} \cdot (\frac{1}{2} - a)$
 $(20, 20) a^2$
 $(30, 10) (\frac{1}{2} - a) \cdot \frac{1}{2}$

ex) A, B

	신뢰구간	표본의 크기	신뢰구간
A	α_1 %	n_1	$[a, b]$
B	α_2 %	n_2	$[c, d]$

1) $\alpha_1 = \alpha_2, n_1 < n_2$ 이면 $b-a > d-c$ (0) 신뢰구간의 길이
 $l = 2 \cdot k \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

2) $\alpha_1 > \alpha_2, n_1 = n_2$ 이면 $a < c, d < b$ (X)



한글프린트 #33,

A ↑ : 1

B ↑ : 2, 3

stage : 4, 5, 6

A 5개 B 2개 총 7개 A 이고 확률?

생각 : 미니게임을 1개

$$(A \text{ 2개 확률}) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} + \left(\frac{1}{6}\right)^2 \times \frac{1}{6} + \dots = \left(\frac{1}{3}\right)$$

$$(B \text{ 1개}) = \left(\frac{2}{3}\right)$$

$$A(A)(A)(A)(B)(B)/A \quad \left(6 \times \left(\frac{1}{3}\right)^5 \left(\frac{2}{3}\right)^2\right)$$

(A) 2개 확률

1 → A (5개)

2, 3 → B (2개)

4, 5, 6 → C (1개)

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+6)!}{n!4!2!} \left(\frac{1}{6}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^2 \left(\frac{3}{6}\right)^n$$

생각 : 미니게임 4개

(A 2개 확률)

은 : 승률 게임

A : 승률 A

$$P(A|E) = \frac{k}{k+k} = \left(\frac{1}{3}\right)$$

A(1) (B(2,3))

