

$\int_{\alpha}^{\omega} \nabla \pi \uparrow \downarrow dx$
수학의 바다에서 구원해준다는
스토리텔링을 담고 있다.



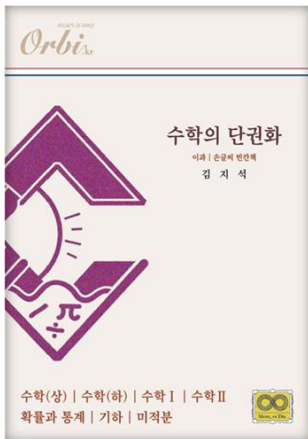
Designer's explanation of work

Math의 M, Master의 M, Mentor의 M과
Mentee의 M을 가져와 로고의 형태를 잡았다.
수학의 바다에 허우적거리고 있는 Mentee에게
하늘에서 Master의 손이 내려와 구원해준다는
스토리텔링을 담고 있다.

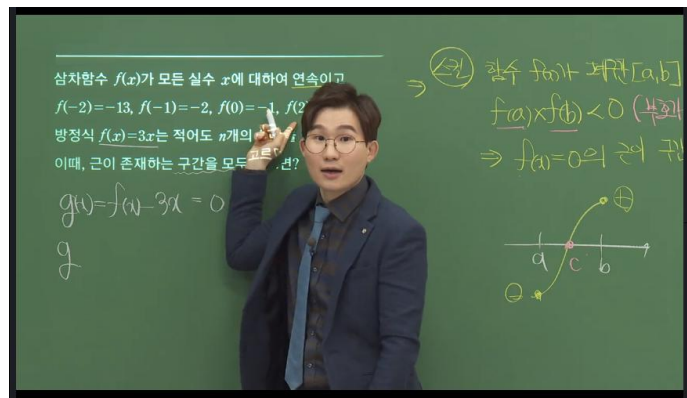
수학의 단권화 공부법

① 인강으로 공부하기 (<https://class.orbi.kr/>)

▼ 「손글씨 빈칸책」



▼ 오르비 인강 (연구/과정/문풀적용 설명)



[★완성★]

TIP 수학의 단권화를 독학 하다가 학습이 막히는 부분만 골라서 강의를 활용해도 좋아요. 해당 부분만 지식T의 '연구'에 대한 설명을 듣고 손글씨 책에다가 필기를 한 후 복습을 열심히 하시면 된답니다!

② 수학의 단권화 혼자서 공부하기

【Step1】 「손글씨 답지책」을 활용하여

「손글씨 빈칸책」을 내손으로 단권화 개념 노트 만들기

『수학의 단권화』는 「손글씨 빈칸책」과 「손글씨 답지책」이 있어요.

▼ 「손글씨 빈칸책」



▼ 「손글씨 답지책」



「손글씨 빈칸책」에서는 필기가 빈칸으로 되어 있어요.

「손글씨 답지책」은 필기가 예쁜 손 글씨로 채워져 있어요.

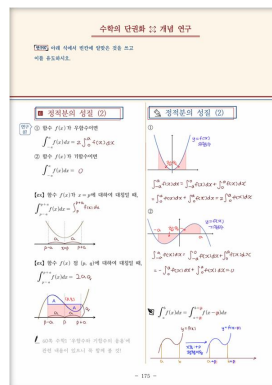
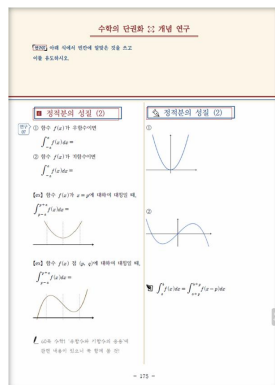
「손글씨 답지책」에 채워진 필기를 보고 개념을 머릿속에 정리하면서,

「손글씨 빈칸책」에 내 손으로 직접 필기를 따라 채워보세요.

그럼 「손글씨 빈칸책」이 나만의 단권화 개념노트를 만들어집니다.

▼ 필기 전

▼ 필기 후



단순히 글자만 따라 쓰면 진정한 단권화 학습이 이루어지지 않아요.

내용을 이해하고 음미하면서, 개념의 흐름을 머릿속에 담는다는 느낌으로

내 손으로 직접 쓰면서 개념을 정리하면 내 머릿속에 개념이 완벽히 정립할 수 있어요.

TIP 손글씨에 자신 없는 친구들은 빈칸 책에 필기해보고 답지 책으로 복습해도 좋습니다!

[Step2] 개념연구 LIST로 2차 복습하기

교재 뒤쪽에 복습 프로그램으로 [개념 연구 LIST]를 만들어 놨어요.

복습 프로그램-[개념 연구 LIST]는 앞에서 단권화한 개념연구 물어보는 질문지로 복습해보아요.

▬
[연구03]
□X□▲□완성○
▬

함수 $f(x)$ 의 $x = a$ 에서의 미분가능하다는 것의

- ① 정의를 쓰고
- ② 조건을 쓰고
- ③ 조건을 유도하시오.

① 그 질문에 대한 답을 한번 써보자.

② 잘 모르겠는 것들은 앞에서 정리한 개념 노트에서 찾아보자.

(개념 노트 위쪽 부분에 뒤에 개념연구LIST와 같은 질문이 있어요!)

수학의 단권화 :: 개념 연구

[연구03] 함수 $f(x)$ 의 $x = a$ 에서의 미분가능하다는 것의

- ① 정의를 쓰고
- ② 조건을 쓰고
- ③ 조건을 유도하시오.

미분 가능성

연구 03 ①정의: 극한값 $f'(a)$ 가 존재

②조건:

- (1) 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 영속이다
- (2) 좌미분계수와 우미분계수가 같다

함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서의 미분계수 $f'(a)$ 가 존재할 때, 함수 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 미분가능하다고 말한다.

함수 $f(x)$ 가 어떤 구간에 속하는 모든 x 값에서 미분가능할 때, 함수 $f(x)$ 는 그 구간에서 미분가능하다고 말한다.

함수 $f(x)$ 가 정의역에 속하는 모든 x 값에서 미분가능할 때, 함수 $f(x)$ 는 미분가능한 함수라고 한다.

연구 04 $y = f(x)$ 가 $x = a$ 에서 미분가능 \Leftrightarrow 연속

비례) $f(x) = |x-a|$ (영속함수)

$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ 존재 \times (이분별)

최대한 위급한 일이 다뤄야 하는데 최대한 위급하지 않는다.

미분 가능성

③조건 유도하기

극한값 $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ 가 존재하면

조건 (1)

(방법 1)

$\langle \text{변모} \rangle = \langle x-a \rangle \rightarrow 0$ 이므로

$\langle \text{분자} \rangle = \langle f(x)-f(a) \rangle \rightarrow 0$ 이다. ∞방식!

따라서 $\lim_{x \rightarrow a} \langle f(x)-f(a) \rangle = 0$

결국 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ 이므로

함수 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 영속이다.

조건 (2)

(방법 2)

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} \times \lim_{x \rightarrow a} (x-a) = f'(a) \times 0$

$= \lim_{x \rightarrow a} \left\{ \frac{f(x)-f(a)}{x-a} \times (x-a) \right\} = 0$

$= \lim_{x \rightarrow a} \langle f(x)-f(a) \rangle = 0$

결국 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ 이므로

함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 영속이다.

질문

답

[연구03] 함수 $f(x)$ 의 $x = a$ 에서의 미분가능하다는 것의

- ① 정의를 쓰고
- ② 조건을 쓰고
- ③ 조건을 유도하시오.

미분 가능성

연구 03 ①정의: 극한값 $f'(a)$ 가 존재

②조건:

- (1) 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 영속이다
- (2) 좌미분계수와 우미분계수가 같다

미분 가능성

③조건 유도하기

극한값 $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ 가 존재하면

조건 (1)

(방법 1)

$\langle \text{변모} \rangle = \langle x-a \rangle \rightarrow 0$ 이므로

$\langle \text{분자} \rangle = \langle f(x)-f(a) \rangle \rightarrow 0$ 이다. ∞방식!

따라서 $\lim_{x \rightarrow a} \langle f(x)-f(a) \rangle = 0$

결국 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ 이므로

함수 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 영속이다.

③ 나의 개념 이해도를 체크해보자! X(아예 생각이 안남) ▲(봤는데 잘 생각안남) 완성!

— [연구03] X ▲ 완성○ —

함수 $f(x)$ 의 $x = a$ 에서의 미분가능하다는 것의

- ①정의를 쓰고
- ②조건을 쓰고
- ③조건을 유도하시오.

④ X → ▲ → 완성! 될 때까지 반복하자!

— [연구03] X ▲ 완성○ —

함수 $f(x)$ 의 $x = a$ 에서의 미분가능하다는 것의

- ①정의를 쓰고
- ②조건을 쓰고
- ③조건을 유도하시오.



이렇게 반복하면 어떤 점이 좋아요?

A. 개념에 대한 감각이 극도로 향상됩니다!

→실전에서 개념 따로 문풀 따로 노는 것이 아니라

개념이 문제에 적용되는 확실한 실전 체감이 이루어집니다! (*출제의도 활용해보기)

책을 읽으면서/ 개념 연구 LIST로/ 기출문제집과 출제의도로/ 다양한 각도로 반복이

가능한 것이 수학의 단권화만의 장점!

A. 개념 연구는 총체적인 논리체계입니다!

여러 단계의 논리를 소화할 수 있는

근본적인 수학적 사고력이 향상되는 것이 [심층 개념]-(우리의 목표) 입니다!

개념 연구를 시작부터 끝까지 모두 유도할 수 있게 되면 바로 심층 개념이 탄생하게 됩니다.

아무리 복잡한 킬러문제의 논리도 가볍게 돌파하는 자신을 만나게 될 수 있습니다.

수학의 단권화 활용법

수학의 단권화 7일 완성 Planner

수학 (상)(하)		☑ 수강 날짜
1일	1강 도형의 방정식 (1)	<input type="checkbox"/>
	2강 도형의 방정식 (2)	<input type="checkbox"/>
	3강 도형의 방정식 (3)	<input type="checkbox"/>
2일	4강 도형의 방정식 (4)	<input type="checkbox"/>
	5강 함수 (1)	<input type="checkbox"/>
	6강 함수 (2)	<input type="checkbox"/>

Point I. 단권화 7일 Planner

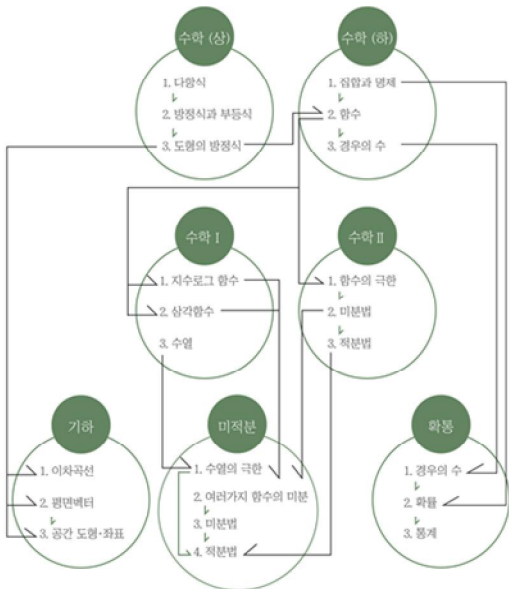
[수학의 단권화] 집중해서 공부하려면?

수학의 단권화 플래너를 이용해보세요.
하루에 공부할 분량을 미리 나눠서 수강하기 간편할 거예요. 수강날짜 칸에 날짜를 기록하며, 본인의 공부의 흐름이 쳐지지 않게 공통범위를 7일안에 끝낼 수 있어요.
(선택과목까지 10일을 넘기지 않아요!)

Point II. 고등 수학 개념 MAP

지식샘이 만든 개념 맵을 활용해보아요.

간접 범위 내용을 모른다고 더 이상 걱정하지 않아도 돼요.
수학의 Structure를 한 눈에 확인하며 학습한다면 단원 혼합 수능형 문제도 철저하게 대비할 수 있어요.



Point III. 9종 교과서 모두 담아냈어요.

수능 출제자들의 '모든 의도'는
'9종 교과서에 모두' 있어요.

간혹 특정 교과서에서 공통개념을 심도 있게 다루지 않고 넘어가는 경우가 있어요. 교과서 저자님들 따라서 강조하는 포인트가 약간씩 다르죠. 다루지 않는 건 아니지만 심도 있게 다루지 않아서 학생들이 지나치는 경우가 발생해요. 그래서 수학의 단권화는 9종 교과서 모두 빠짐없이 분석하고 담아냈어요. 교집합이 아닌 합집합으로 모두 엮어냈기 때문에 빠지는 것에 대해 염려하지 않아도 된답니다.

교과서 학습 목표

2. 미분법

- 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.
- 미분계수의 기하학적 의미를 안다.
- 미분가능성과 연속성의 관계를 이해한다.
- 함수 $y = x^n$ (n 은 양의 정수)의 도함수를 구할 수 있다.

수학의 단권화 :: 개념 연구

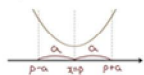
[연구02] 아래 식에서 빈칸에 알맞은 것을 쓰고 이를 유도하시오.

정적분의 성질 (2)

- ① 함수 $f(x)$ 가 우함수이면 $\int_{-a}^a f(x)dx = 2 \int_0^a f(x)dx$
- ② 함수 $f(x)$ 가 기함수이면 $\int_{-a}^a f(x)dx = 0$

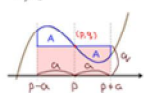
[ex] 함수 $f(x)$ 가 $x=p$ 에 대하여 대칭일 때,

$$\int_{p-a}^{p+a} f(x)dx = 2 \int_p^{p+a} f(x)dx$$



[ex] 함수 $f(x)$ 가 점 (p, a) 에 대하여 대칭일 때,

$$\int_{p-a}^{p+a} f(x)dx = 2 \cdot a \cdot a$$



! 60쪽 수학1 '우함수와 기함수의 응용'에 관련 내용이 있으니 꼭 함께 볼 것!

정적분의 성질 (2)

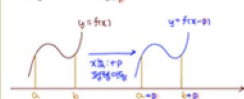
$$\int_{-a}^a f(x)dx = \int_{-a}^0 f(x)dx + \int_0^a f(x)dx$$

$$= \int_0^a f(-x)dx + \int_0^a f(x)dx = 2 \int_0^a f(x)dx$$

$$\int_{-a}^a f(x)dx = \int_{-a}^0 f(x)dx + \int_0^a f(x)dx$$

$$= - \int_0^a f(-x)dx + \int_0^a f(x)dx = 0$$

$$\int_a^b f(x)dx = \int_{a+p}^{b+p} f(x-p)dx$$



[연구03] □X □▲ □완성○

함수 $f(x)$ 의 $x=a$ 에서의 미분가능하다는 것의

- ①정의를 쓰고
- ②조건을 쓰고
- ③조건을 유도하시오.

역대 수능 · 모의고사 기출 문항 출제 의도

I. 함수의 극한

- [출제의도] 함수의 극한값을 계산하는 문제를 해결한다.
- [출제의도] 함수의 그래프로부터 좌극한과 우극한을 구하는 문제를 해결한다.
- [출제의도] 함수의 극한의 성질을 활용하여 문제를 해결한다.
- [출제의도] 도형의 성질을 이용하여 함수의 극한 문제를 해결한다.
- [출제의도] 주어진 조건을 만족시키는 함수의 극한값 구하는 문제를 해결한다.
- [출제의도] 함수의 연속에 대한 성질을 이해하는 문제를 해결한다.
- [출제의도] 연속함수의 정의를 이해하여 함수값을 구하는 문제를 해결한다.
- [출제의도] 함수의 연속성을 이해하여 함수의 연속성을 판단하는 문제를 해결한다.
- [출제의도] 함수의 연속을 이용하여 추론하는 문제를 해결한다.

PointIV. [연구]를 통한 개념확장

수학의 단권화 만의 [개념연구]가 있어요.

연구 포인트는 전체적인 개념의 틀을 잡아준 다거나 킬러문제에 필요한 수학적 사고력을 길러준다거나 논술의 바탕이 될 수 있는 부분 들로만 엄선했어요.

PointV. 내가 직접 만드는 단권화

내 손으로 직접 만드는 점은 수학의 단권화 만의 킬링포인트죠. 무작정 모든 개념을 필기 하는 것은 수학의 단권화가 아니에요. 매해 평가원 문제를 통해 누적된 평가원의 수능 개념 해석법과 지식샘만의 최적화 비법까지 녹여냈어요. 단권화를 하면서 수능 수학의 진수를 체화시켜보세요. 수능 끝까지 갖고 갈 단권화의 개념서로 수학의 단권화는 충분하답니다.

PointVI. 연구를 모아서 N회독 복습

수학의 단권화의 연구부분만 모아서 교재 뒤에 실었어요. 문제만 보고 답을 떠올리는 과정으로도 복습이 됩니다. 자신에게 부족한 부분이 무엇인지 빠르게 파악하는 것은 물론 N회독 복습을 할 수 있게도 만들었어요. 전체 책을 읽으면서도 연구만 모아셔도 이렇게 복습을 다각도로 할 수 있게 만든 건 수학의 단권화의 야심찬 부분이에요.

PointVII. 역대 기출 문항 출제의도

기출 문항 출제의도는 수능을 풀 수 있는 KEY와 같아요. 아무리 문제를 풀어도 성적이 오르지 않는다면, 수학의 단권화가 해결해 줄 수도 있어요. 그래서 수학의 단권화는 다른 개념서와 다르게 출제의도를 꼼꼼하게 적어냈어요. 개념의 총체적 이해를 돕는 수학의 단권화를 기출문제집 옆에 두고 활용해보세요. 분명 성적향상에 도움이 될 거예요.

수학의 단권화 7일 완성 Planner

수학 (상)(하)			☑ 수강 날짜
1일	1강	도형의 방정식 (1)	<input type="checkbox"/>
	2강	도형의 방정식 (2)	<input type="checkbox"/>
	3강	도형의 방정식 (3)	<input type="checkbox"/>
2일	4강	도형의 방정식 (4)	<input type="checkbox"/>
	5강	함수 (1)	<input type="checkbox"/>
	6강	함수 (2)	<input type="checkbox"/>

수학 I			☑ 수강 날짜
3일	7강	지수함수와 로그함수 (1)	<input type="checkbox"/>
	8강	지수함수와 로그함수 (2)	<input type="checkbox"/>
	9강	삼각함수 (1)	<input type="checkbox"/>
	10강	삼각함수 (2)	<input type="checkbox"/>
4일	11강	삼각함수 (3)	<input type="checkbox"/>
	12강	삼각함수 (4)	<input type="checkbox"/>
	13강	수열 (1)	<input type="checkbox"/>
	14강	수열 (2)	<input type="checkbox"/>

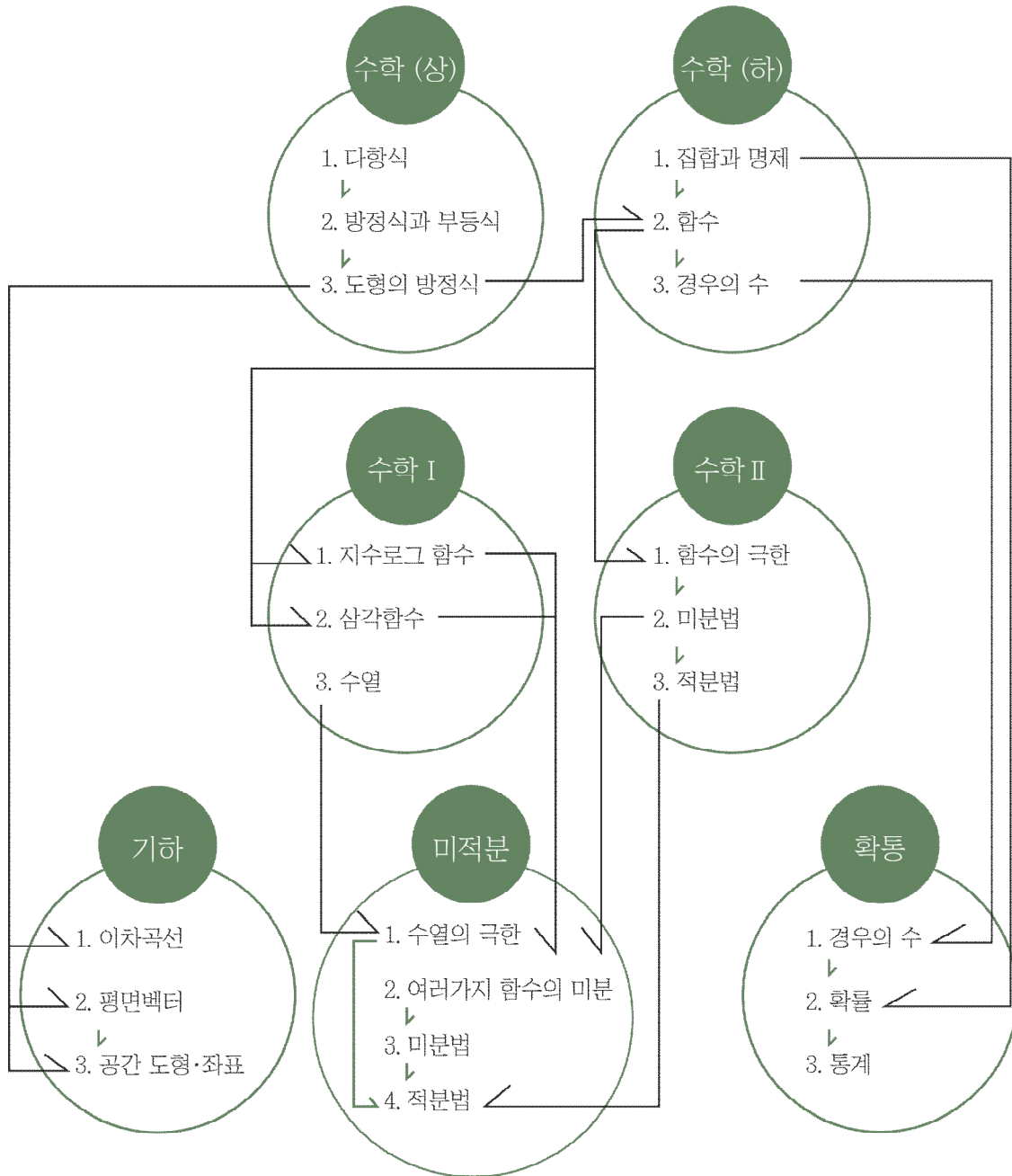
수학 II			☑ 수강 날짜
5일	15강	함수의 극한 (1)	<input type="checkbox"/>
	16강	함수의 극한 (2)	<input type="checkbox"/>
	17강	함수의 극한 (3)	<input type="checkbox"/>
	18강	미적분 (1)	<input type="checkbox"/>
6일	19강	미분법 (2)	<input type="checkbox"/>
	20강	미분법 (3)	<input type="checkbox"/>
	21강	미분법 (4)	<input type="checkbox"/>
	22강	미분법 (5)	<input type="checkbox"/>
7일	23강	적분법 (1)	<input type="checkbox"/>
	24강	적분법 (2)	<input type="checkbox"/>
	25강	적분법 (3)	<input type="checkbox"/>
	26강	적분법 (4)	<input type="checkbox"/>

확률과 통계			<input checked="" type="checkbox"/> 수강 날짜
선택 1일	1강	경우의 수 (1)	<input type="checkbox"/>
	2강	경우의 수 (2)	<input type="checkbox"/>
선택 2일	3강	경우의 수 (3)	<input type="checkbox"/>
	4강	경우의 수 (4)	<input type="checkbox"/>
	5강	확률 (1)	<input type="checkbox"/>
	6강	확률 (2)	<input type="checkbox"/>
선택 3일	7강	통계 (1)	<input type="checkbox"/>
	8강	통계 (2)	<input type="checkbox"/>
	9강	통계 (3)	<input type="checkbox"/>
	10강	통계 (4)	<input type="checkbox"/>

미적분			<input checked="" type="checkbox"/> 수강 날짜
선택 1일	1강	수열의 극한 (1)	<input type="checkbox"/>
	2강	수열의 극한 (2)	<input type="checkbox"/>
	3강	여러 가지 함수의 미분	<input type="checkbox"/>
	4강	여러 가지 미분법 (1)	<input type="checkbox"/>
선택 2일	5강	여러 가지 미분법 (2)	<input type="checkbox"/>
	6강	여러 가지 미분법 (3)	<input type="checkbox"/>
	7강	여러 가지 미분법 (4)	<input type="checkbox"/>
	8강	여러 가지 미분법 (5)	<input type="checkbox"/>
선택 3일	9강	여러 가지 적분법 (1)	<input type="checkbox"/>
	10강	여러 가지 적분법 (2)	<input type="checkbox"/>
	11강	여러 가지 적분법 (3)	<input type="checkbox"/>
	12강	여러 가지 적분법 (4)	<input type="checkbox"/>

기하			<input checked="" type="checkbox"/> 수강 날짜
선택 1일	1강	이차곡선 (1)	<input type="checkbox"/>
	2강	이차곡선 (2)	<input type="checkbox"/>
	3강	평면벡터 (1)	<input type="checkbox"/>
	4강	평면벡터 (2)	<input type="checkbox"/>
선택 2일	5강	평면벡터 (3)	<input type="checkbox"/>
	6강	평면벡터 (4)	<input type="checkbox"/>
	7강	공간 도형·좌표 (1)	<input type="checkbox"/>
	8강	공간 도형·좌표 (2)	<input type="checkbox"/>

지식샘의 고등 수학 개념 MAP



개념 MAP 활용법 tip

〈수학의 단권화〉 뒷부분 단원을 공부하다가 이해가 잘 안 가는 부분이 있다면, 앞부분 내용 중에 뺏겨난 것이 있을 가능성이 크답니다.

공부하고 있던 단원을 이해하는데 필요한 앞 단원을 찾아보고 싶을 때에도 이 개념 MAP을 통해 찾을 수 있어요.

CONTENTS

PART1 [빠른개념] 모든 개념을 한 권에 담아내자

■ 수학(상)	017
■ 수학(하)	061
■ 수학 I	097
■ 수학 II	137
■ 확률과 통계	185
■ 미적분	211
■ 기하	249

PART2 [완벽개념] 한치의 땀구도 허용하지 않는다

■ 개념 연구	305
---------	-----

수학 II

교과서 학습 목표

1. 함수의 극한

- 함수의 극한의 뜻을 안다.
- 함수의 극한에 대한 성질을 이해하고, 여러 가지 함수의 극한값을 구할 수 있다.
- 함수의 연속의 뜻을 안다.
- 연속함수의 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

2. 미분법

- 미분계수의 뜻을 알고, 그 값을 구할 수 있다.
- 미분계수의 기하학적 의미를 안다.
- 미분가능성과 연속성의 관계를 이해한다.
- 함수 $y = x^n$ (n 은 양의 정수)의 도함수를 구할 수 있다.
- 함수의 실수배, 합, 차, 곱의 미분법을 알고, 다항함수의 도함수를 구할 수 있다.
- 접선의 방정식을 구할 수 있다.
- 함수에 대한 평균값 정리를 이해한다.
- 함수의 증가와 감소, 극대와 극소를 판정하고 설명할 수 있다.
- 함수의 그래프의 개형을 그릴 수 있다.
- 방정식과 부등식에 활용할 수 있다.
- 속도와 가속도에 대한 문제에 활용할 수 있다.

3. 적분법

- 부정적분의 뜻을 안다.
- 함수의 실수배, 합, 차의 부정적분을 알고, 다항함수의 부정적분을 구할 수 있다.
- 정적분의 뜻을 안다.
- 부정적분과 정적분의 관계를 이해하고, 이를 이용하여 정적분을 구할 수 있다.
- 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구할 수 있다.
- 정적분을 활용하여 속도와 거리에 대한 문제를 해결할 수 있다.

「수학Ⅱ」 Ⅱ.미분법

연구01 함수 $y = f(x)$ 에서 x 의 값이 a 에서 b 까지 변할 때 평균변화율을 구하시오.

◀ 미리 알아야 할 단원
수학2 - 1.함수의 극한

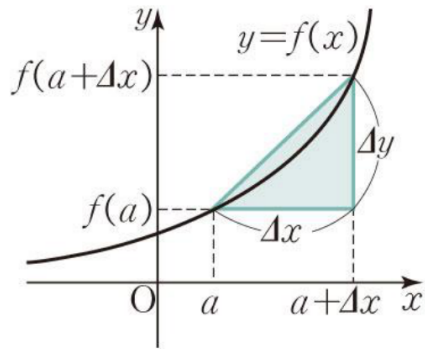
1 평균변화율

연구 01 함수 $y = f(x)$ 에서 x 의 값이 a 에서 b 까지 변할 때의 평균변화율은

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{a + \Delta x - a}$$

☞ x 의 증분 Δx 에 대한 y 의 증분 Δy 의 비율
($\Delta x = b - a$, $\Delta y = f(b) - f(a)$)

☞ 평균변화율



수학의 단권화 ✕ 개념 연구

연구02 함수 $f(x)$ 의 $x = a$ 에서의

- ①미분계수 ②좌미분계수 ③우미분계수

를 쓰시오.

2 미분계수

함수 $f(x)$ 의 $x = a$ 에서의

연구 02 ①미분계수 (순간변화율)

$$\begin{aligned} f'(a) &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a+\Delta x) - f(a)}{a+\Delta x - a} \\ &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \end{aligned}$$

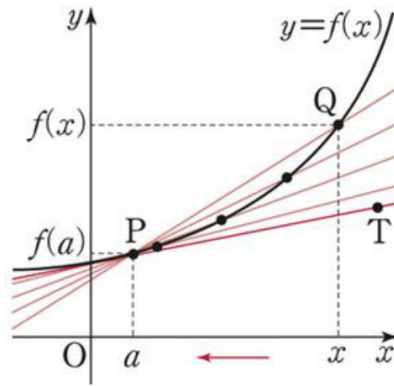
②좌미분계수: $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ (왼쪽접선)

③우미분계수: $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ (오른쪽접선)

기하학적인 의미:

곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 기울기

미분계수



함수 $f(x)$ 의 $x = a$ 에서의 좌극한

= 함수값의 좌극한 = $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$

함수 $f(x)$ 의 $x = a$ 에서의 좌미분계수

= 함수의 변화율의 좌극한 = $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

함수 $\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ 의 $x = a$ 에서의 좌극한

= 함수의 변화율의 좌극한 = $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$

같은 얘기

수학의 단권화 ✕ 개념 연구

연구03 함수 $f(x)$ 의 $x=a$ 에서의 미분가능하다는 것의

- ① 정의를 쓰고
- ② 조건을 쓰고
- ③ 조건을 유도하시오.

연구04 함수 $y=f(x)$ 가 $x=a$ 에서

- ① 미분가능하면 연속인가?
아니라면 예를 드시오.
- ② 연속이면 미분가능한가?
아니라면 예를 드시오.

3 미분 가능성

연구 03

- ① 정의: 극한값 $f'(a)$ 가 존재
- ② 조건:
 - (1) 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 연속이다
 - (2) 좌미분계수와 우미분계수가 같다

📖 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서의 미분계수 $f'(a)$ 가 존재할 때, 함수 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 미분가능하다고 말한다.

📖 함수 $f(x)$ 가 어떤 구간에 속하는 모든 x 값에서 미분가능할 때, 함수 $f(x)$ 는 그 구간에서 미분가능하다고 한다.

📖 함수 $f(x)$ 가 정의역에 속하는 모든 x 값에서 미분가능할 때, 함수 $f(x)$ 는 미분가능한 함수라고 한다.

연구 04

📖 $y=f(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능 \Leftrightarrow 연속
반례) $f(x) = |x-a|$ (연속함수)

$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ 존재 \times (미분불가)
 ↪ 좌극한, 우극한 값이 다르기 때문에 극한값이 존재하지 않는다.

📖 미분 가능성

③ 조건 유도하기

극한값 $f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$ 가 존재하면

조건 (1)

(방법 1)

$\{분모\} = \{x-a\} \rightarrow 0$ 이므로

$\{분자\} = \{f(x)-f(a)\} \rightarrow 0$ 이다. ∞ 방지!

따라서 $\lim_{x \rightarrow a} \{f(x)-f(a)\} = 0$

결국 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ 이므로

함수 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 연속이다.

조건 (1)

(방법 2)

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} \times \lim_{x \rightarrow a} (x-a) = f'(a) \times 0$

$= \lim_{x \rightarrow a} \left\{ \frac{f(x)-f(a)}{x-a} \times (x-a) \right\} = 0$

$= \lim_{x \rightarrow a} \{f(x)-f(a)\} = 0$

결국 $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ 이므로

함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 연속이다.

수학의 단권화 ✕ 개념 연구

연구05 미분가능한 함수 $g(x)$ 와 $h(x)$ 에 대하여, 함수

$$f(x) = \begin{cases} g(x) & (x \leq a) \\ h(x) & (x > a) \end{cases}$$

가 실수 전체에서 미분가능할 조건을 쓰고 이를 유도하시오.

연구06 함수 $y = f(x)$ 의 도함수의 기호와 정의를 쓰시오.

연구 05

조건 ① $g(a) = h(a)$ ($\because f(x)$ 가 연속)

조건 ② $g'(a) = h'(a)$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{g(x) - g(a)}{x - a} = g'(a)$$

$(\because g(x)$ 가 미분가능)

$$\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{h(x) - h(a)}{x - a} = h'(a)$$

$(\because h(x)$ 가 미분가능)

(2) $\frac{f(x) - f(a)}{x - a}$ 의 $x = a$ 에서의

좌극한과 우극한이 같다.

$$\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

$\underbrace{\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}_{\substack{\parallel \\ x=a \\ \text{에서} \\ \left(\frac{f(x) - f(a)}{x - a} \right) \text{의} \\ \text{좌극한}}} = \underbrace{\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}}_{\substack{\parallel \\ \left(\frac{f(x) - f(a)}{x - a} \right) \text{의} \\ \text{우극한}}} \\ \parallel \\ \left(f(x) \text{의} \right. \\ \left. \text{좌미분계수} \right) \quad \left(f(x) \text{의} \right. \\ \left. \text{우미분계수} \right)$

4 도함수

$y = f(x)$ 가 미분가능한 함수일 때

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{x + \Delta x - x} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \frac{d}{dx} f(x) = \frac{df(x)}{dx} = \frac{dy}{dx} \\ &= f'(x) = y' \end{aligned}$$

idea 기울기의 함수

수학의 단권화 ✕ 개념 연구

연구07 미분가능한 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여

아래 식이 성립함을 유도하시오.

- ① $\{c\}' = 0$
- ② $\{x^n\}' = nx^{n-1}$
- ③ $\{cf(x)\}' = cf'(x)$

5 미분법의 공식

연구 07 미분가능한 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여

- ① $\{c\}' = 0$
- ② $\{x^n\}' = nx^{n-1}$
- ③ $\{cf(x)\}' = cf'(x)$
- ④ $\{f(x) + g(x)\}' = f'(x) + g'(x)$
- ⑤ $\{f(x) - g(x)\}' = f'(x) - g'(x)$
- ⑥ $\{f(x)g(x)\}' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
- ⑦ $\{f(x)g(x)h(x)\}' = f'(x)g(x)h(x) + f(x)g'(x)h(x) + f(x)g(x)h'(x)$
- ⑧ $\{f(x)^n\}' = n\{f(x)\}^{n-1}f'(x)$

✎ 미분법의 공식

- ① $y = f(x) = c$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{x+\Delta x - x}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{c - c}{\Delta x} = 0$$
- ② $y = f(x) = x^n$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{x+\Delta x - x}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x+\Delta x)^n - x^n}{x+\Delta x - x}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{(x+\Delta x) - x\} \{(x+\Delta x)^{n-1} + (x+\Delta x)^{n-2}x + \dots + x^{n-1}\}}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \{ (x+\Delta x)^{n-1} + (x+\Delta x)^{n-2}x + \dots + x^{n-1} \}$$

$$= \underbrace{x^{n-1} + x^{n-1} + x^{n-1} + \dots + x^{n-1}}_{n\text{개}} = n \cdot x^{n-1}$$
- ③ $y = cf(x)$

$$\{cf(x)\}' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{cf(x+\Delta x) - cf(x)}{x+\Delta x - x}$$

$$= c \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{x+\Delta x - x} = cf'(x)$$

수학의 단권화 ※ 개념 연구

④ $\{f(x) + g(x)\}' = f'(x) + g'(x)$

⑤ $\{f(x) - g(x)\}' = f'(x) - g'(x)$

⑥ $\{f(x)g(x)\}' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

④ $y = f(x) + g(x)$

$$\begin{aligned} \{f(x) + g(x)\}' &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{f(x+\Delta x) + g(x+\Delta x)\} - \{f(x) + g(x)\}}{x+\Delta x - x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{f(x+\Delta x) - f(x)\} + \{g(x+\Delta x) - g(x)\}}{x+\Delta x - x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{x+\Delta x - x} + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{x+\Delta x - x} \\ &= f'(x) + g'(x) \end{aligned}$$

⑤ $y = f(x) - g(x)$

$$\begin{aligned} \{f(x) - g(x)\}' &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{f(x+\Delta x) - g(x+\Delta x)\} - \{f(x) - g(x)\}}{x+\Delta x - x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\{f(x+\Delta x) - f(x)\} - \{g(x+\Delta x) - g(x)\}}{x+\Delta x - x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{x+\Delta x - x} - \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{x+\Delta x - x} \\ &= f'(x) - g'(x) \end{aligned}$$

⑥ $y = f(x)g(x)$

$$\begin{aligned} \{f(x)g(x)\}' &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad \begin{array}{l} -f(x)g(x+\Delta x) \\ +f(x)g(x+\Delta x) \end{array} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x)g(x+\Delta x) - f(x)g(x)}{x+\Delta x - x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x)g(x+\Delta x) - f(x)g(x+\Delta x)}{x+\Delta x - x} \\ &\quad + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x)g(x+\Delta x) - f(x)g(x)}{x+\Delta x - x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{x+\Delta x - x} \times g(x+\Delta x) \\ &\quad + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} f(x) \times \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{x+\Delta x - x} \\ &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{x+\Delta x - x} \times \lim_{\Delta x \rightarrow 0} g(x+\Delta x) \\ &\quad + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} f(x) \times \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{x+\Delta x - x} \\ &= f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \end{aligned}$$

수학의 단권화 ✕ 개념 연구

연구08 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식을 쓰시오.

연구09 최대·최소의 정리를 쓰시오.

연구10 사이값 정리를 쓰시오.

6 접선의 방정식

연구 08 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $P(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식은

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

! '사이값의 정리'가

'롤의 정리'와 '평균값의 정리'와는 관계가 없지만, 'c가 열린구간 (a, b) 에 적어도 하나 존재한다'는 결론이 비슷하니 잘 비교해서 보자. 그래야 실전에서 잘 쓸 수 있다!

연구 09 최대·최소의 정리 → 롤의 정리 조건 ① 관련

함수 $f(x)$ 가 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속이면 $f(x)$ 는 이 구간에서 반드시 최대값과 최솟값을 가진다

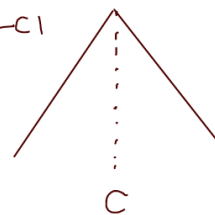
연구 10 사이값 정리

함수 $f(x)$ 가 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 $f(a) \neq f(b)$ 이면, $f(a)$ 와 $f(b)$ 사이의 임의의 값 K 에 대하여 다음을 만족하는 c 가 열린구간 (a, b) 에 적어도 하나 존재한다.

$$f(c) = K$$

* 미분 불가능하면 → 롤의 정리 조건 ② 관련

$$f(x) = -|x - c|$$



$$0 \leq \lim_{x \rightarrow c^-} \frac{f(x) - f(c)}{x - c} \neq \lim_{x \rightarrow c^+} \frac{f(x) - f(c)}{x - c} \leq 0$$

||
↑
||
+1
다를 수 있다!
-1

수학의 단권화 ✕ 개념 연구

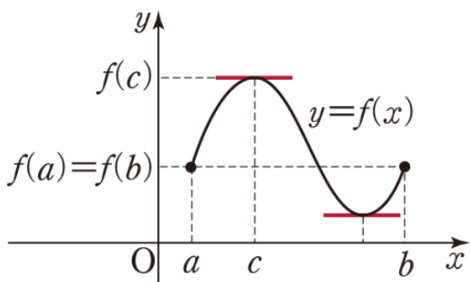
연구11 롤의 정리를 쓰시오

연구12 롤의 정리를 유도하시오.

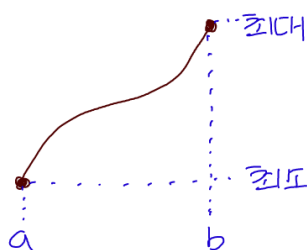
7 롤의 정리

- 연구 11
- 조건 ① 함수 $f(x)$ 가 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속이고
 - 조건 ② 개구간 (a, b) 에서 미분가능할 때, **최대/최소 정리**
 - 조건 ③ $f(a) = f(b)$ 이면

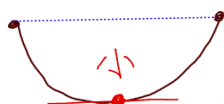
$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = f'(c) = 0$ ($a < c < b$)인 c 가 개구간 (a, b) 에 적어도 하나 존재한다. **↙ 최대 or 최소**



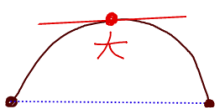
롤의 정리 조건 ③ 관련
 $\times f(a) \neq f(b)$ vs $f(a) = f(b)$



최대가 양끝점이면
 ↪ 최소는 중간에



최소가 양끝점이면
 ↪ 최대는 중간에



↙ vs ↘
 최대 최소가 양끝점이어서 중간에 최대와 최소가 없을 수 있다 vs 양끝점을 제외한 구간에서 반드시 최대나 최소를 갖는다

롤의 정리

- 연구 12
- (i) 함수 $f(x)$ 가 상수함수
 개구간 (a, b) 의 모든 점에서 $f(x) = C$ 이므로 개구간 (a, b) 에 속하는 모든 x 에 대하여 $f'(x) = 0$
 - (ii) 함수 $f(x)$ 가 상수함수가 아닌 경우
 $f(a) = f(b)$ 이므로 양끝점 제외반 (\because 조건 ②)
 $x = c$ ($a < c < b$)에서 최대값 또는 최솟값을 갖는다 (\because 조건 ①)

(1) $x = c$ 에서 최댓값일 때
 $f(x) \leq f(c)$ ($a < x < b$)
 $\Delta y = f(x) - f(c) \leq 0$
 ↙ i) $x < c$ ($x - c < 0$) ii) $x > c$ ($x - c > 0$)
 $0 \leq \lim_{x \rightarrow c^-} \frac{f(x) - f(c)}{x - c} = \lim_{x \rightarrow c^+} \frac{f(x) - f(c)}{x - c} \leq 0$
 ↑ 미분가능 하므로 (\because 조건 ②)

$0 \leq \lim_{x \rightarrow c} \frac{f(x) - f(c)}{x - c} \leq 0$
 $\therefore f'(c) = 0$

(2) $x = c$ 에서 최솟값일 때:
 (1)과 같은 방법으로 한다

수학의 단권화 ✕ 개념 연구

연구13 평균값의 정리를 쓰시오.

연구14 평균값의 정리를 유도하시오.

연구15 함수 $f(x)$ 가 어떤 구간에서

①증가한다는 것의 정의를 쓰시오.

②감소한다는 것의 정의를 쓰시오.

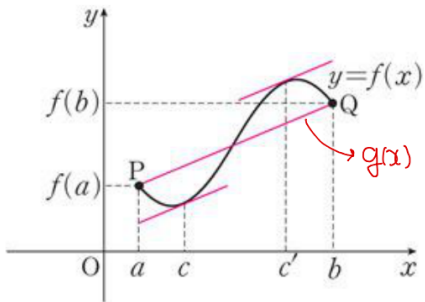
8 평균값의 정리

연구 13

함수 $f(x)$ 가 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속이고
개구간 (a, b) 에서 미분가능하면

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = f'(c) \quad (\text{단, } a < c < b)$$

인 c 가 개구간 (a, b) 안에 적어도 하나
존재한다.



연구 14 평균값의 정리

연구 14

(단계 1) $(a, f(a)), (b, f(b))$ 를 지나는
직선의 방정식을 $y=g(x)$ 라고 하자

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = k \quad \text{일때}$$

$$g(x) = k(x - a) + f(a)$$

$$(g(a) = f(a), g(b) = f(b), g'(x) = k)$$

$$\text{(단계 2) } F(x) = f(x) - g(x)$$

$F(x)$ 는 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속이다.

($\because f(x)$ 는 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속
 $g(x)$ 는 폐구간 $[a, b]$ 에서 연속)

$F(x)$ 는 개구간 (a, b) 에서 미분가능하다.

($\because f(x)$ 는 개구간 (a, b) 에서 미분가능
 $g(x)$ 는 개구간 (a, b) 에서 미분가능)

$$F(a) = F(b)$$

$$(\because F(a) = f(a) - g(a) = 0$$

$$F(b) = f(b) - g(b) = 0)$$

(결론) $F'(c) = 0$ 인 c 가 개구간 (a, b) 에
적어도 하나 존재 (롤의 정리)

$$F(x) = f(x) - g(x) \text{ 이므로}$$

$$F'(x) = f'(x) - g'(x) \rightarrow F'(c) = f'(c) - g'(c) = 0$$

$$f'(c) = g'(c) = k = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

수학의 단권화 ✕ 개념 연구

연구16 함수 $f(x)$ 가 어떤 구간에서 미분가능하고, 그 구간의 모든 x 에 대하여 $f'(x) > 0$ 이면 $f(x)$ 는 이 구간에서 증가함을 유도하시오.

연구17 다음 명제의 참 거짓을 판별하시오.

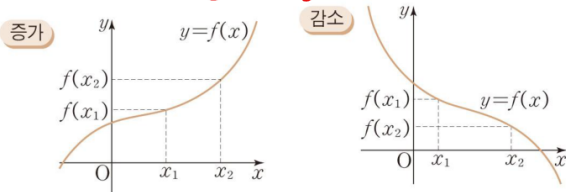
- ① $y=f(x)$ 가 증가함수이면 $f'(x) > 0$ 이다.
- ② $f'(x) > 0$ 이면 $y=f(x)$ 가 증가함수이다.
- ③ $y=f(x)$ 가 증가함수이면 $f'(x) \geq 0$ 이다.
- ④ $f'(x) \geq 0$ 이면 $y=f(x)$ 가 증가함수이다.

9 함수의 증가와 감소

함수 $f(x)$ 가 어떤 구간의 임의의 두 수 x_1, x_2 에 대하여

연구 15 함수의 증가: $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$
↖ ↗ ↘ ↙

함수의 감소: $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) > f(x_2)$
↖ ↗ ↘ ↙



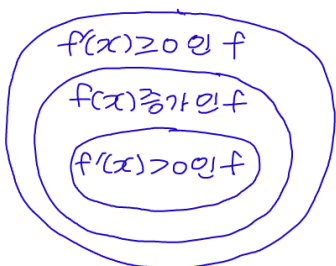
함수 $f(x)$ 가 어떤 구간에서 미분가능하고, 그 구간에서

연구 16 ① $f'(x) > 0$ 이면 $f(x)$ 는 그 구간에서 증가

② $f'(x) < 0$ 이면 $f(x)$ 는 그 구간에서 감소

연구 17 $f(x)$ 증가 $\Leftrightarrow f'(x) > 0$

$f(x)$ 증가 $\Leftrightarrow f'(x) \geq 0$



함수의 증가와 감소

연구16 유도

① 구간의 임의의 두 수

x_1, x_2 에 대하여 $x_1 < x_2$ 라고 하자
 평균값의 정리에 의하여

$$\frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = f'(c) \text{ 인 } c \text{ 가}$$

구간에 적어도 하나 존재한다.

$f'(x) > 0$ 이므로 $f'(c) > 0$ 이고

$x_2 - x_1 > 0$ 이므로

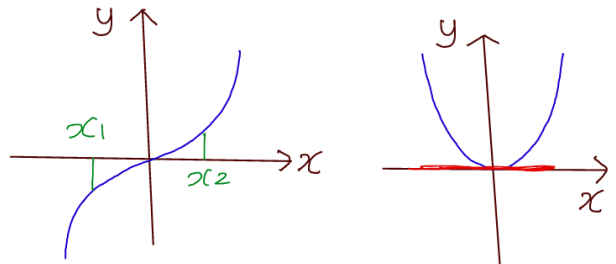
$f(x_2) - f(x_1) > 0$ 이다.

결국 $x_1 < x_2$ 일때, $f(x_1) < f(x_2)$ 정의

연구17 반례

* $f(x) = x^3$ 증가함수 $\rightarrow f'(x) = 3x^2 > 0$

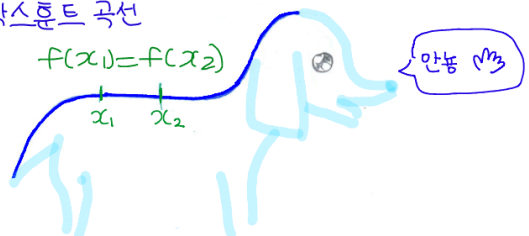
$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$ $f'(0) = 0$ ↕ 모순
 $x^3 < x^3$



* $f'(x) \geq 0 \rightarrow f(x)$ 증가함수 모순!

ex) 닥스톤트 곡선

$$f(x_1) = f(x_2)$$



수학의 단권화 ✕ 개념 연구

연구18 삼차함수 $y = f(x)$ 에 대하여 도함수 $y = f'(x)$ 의 그래프가 다음과 같을 때 알맞은 그래프 개형을 그리시오.

연구 18 3차함수의 그래프 개형

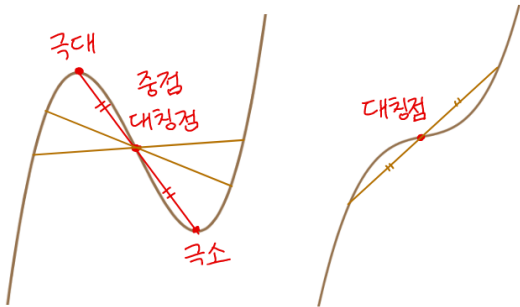
$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 일 때, $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$ 이므로

$(a > 0)$	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$y = f'(x)$ 그래프			
$y = f(x)$ 그래프			

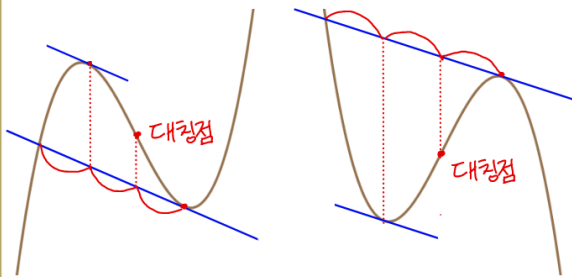
도함수를 보고
원래 함수를
그릴 수 있어야 해

$(a < 0)$	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$y = f'(x)$ 그래프			
$y = f(x)$ 그래프			

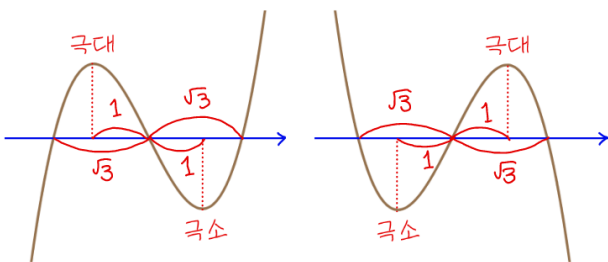
① 대칭성



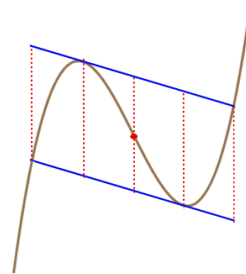
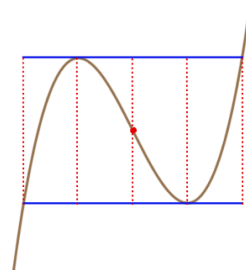
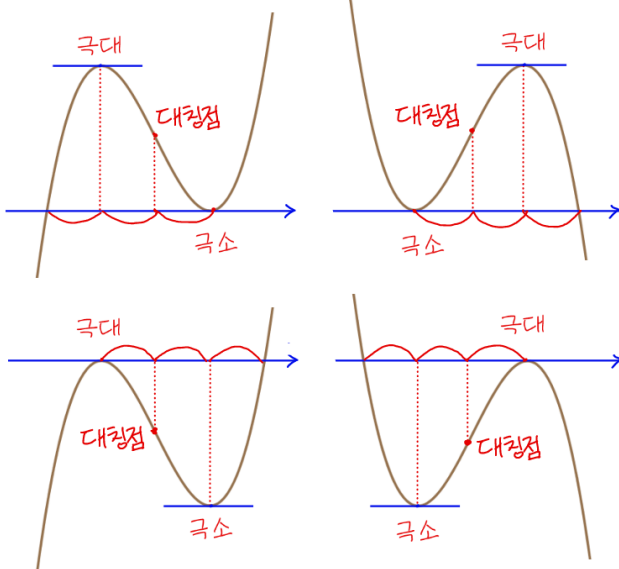
④ 확장



② $\sqrt{3}:1$

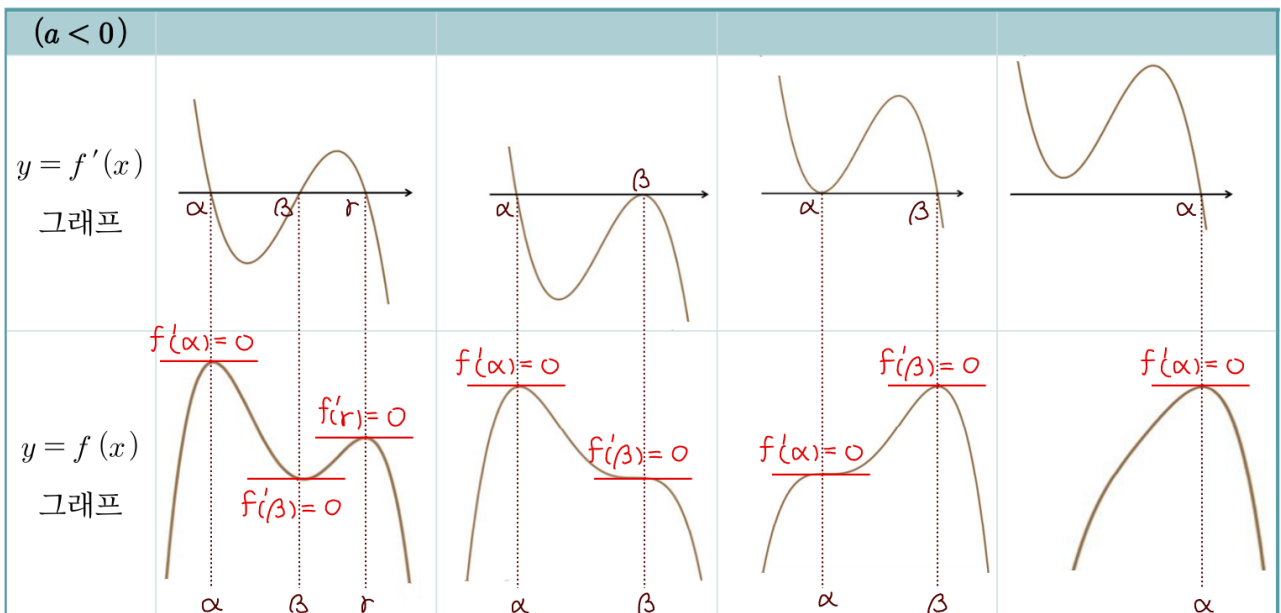
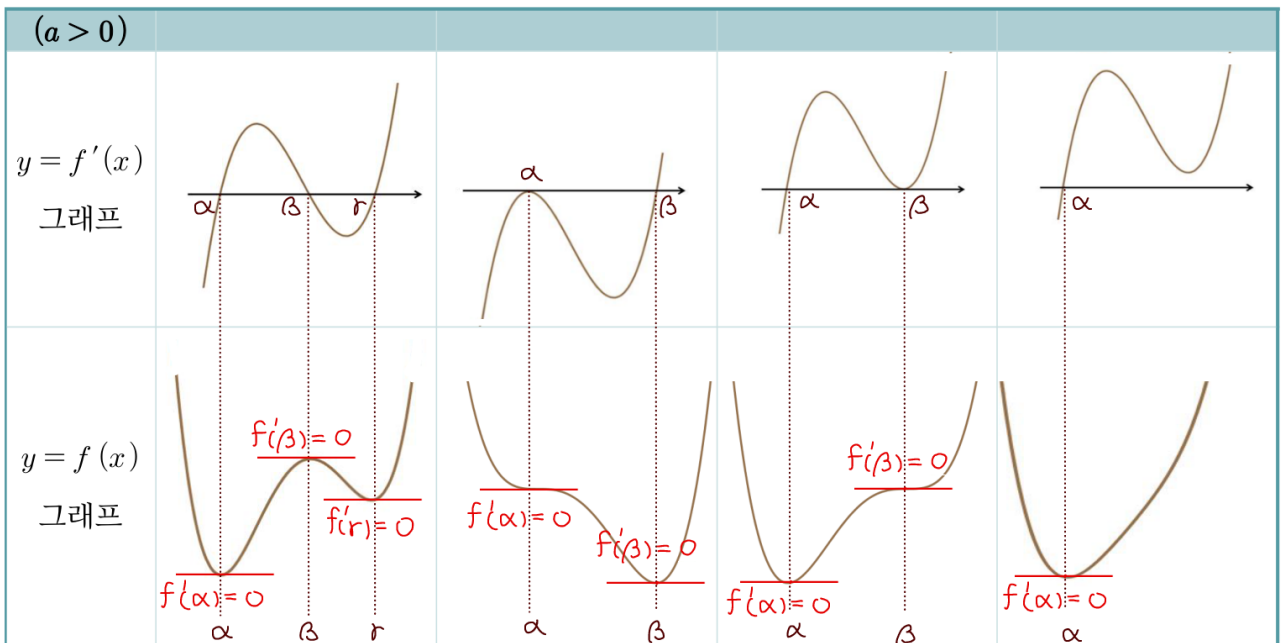


③ 2:1



4차함수의 그래프 개형

$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ 일 때, $f'(x) = 4ax^3 + 3bx^2 + 2cx + d$ 이므로



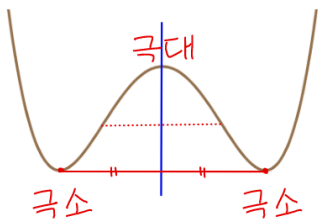
수학의 단권화 ✕ 개념 연구

연구19 다항함수 $f(x)$ 가 아래와 같이 표현될 때, $x = \alpha$ 좌우에서 $f(x)$ 그래프의 부호변화 여부를 쓰시오. (단, $g(\alpha) \neq 0$)

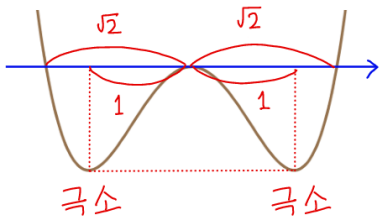
- ① $f(x) = (x - \alpha)^{\text{짝}} g(x)$
- ② $f(x) = (x - \alpha)^{\text{홀}} g(x)$

연구20 다항함수 $f(x)$ 의 그래프가 $x = a$ 에서 x 축에 접할 때, $f(x) = (x - a)^2 g(x)$ 이 성립함을 유도하시오.

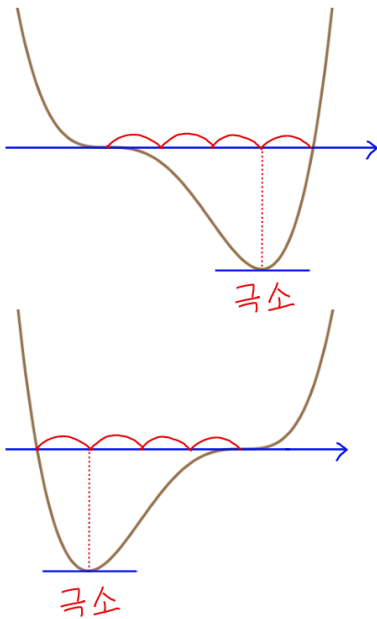
① 대칭성



② $\sqrt{2}:1$

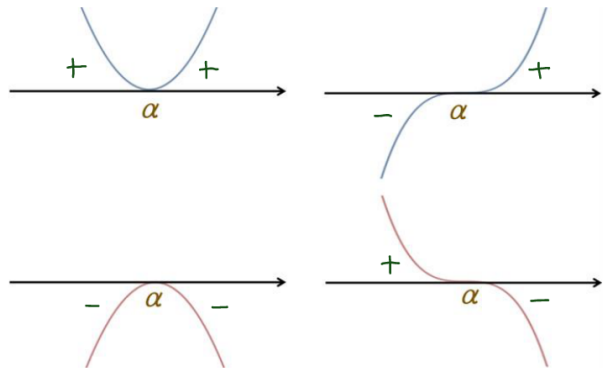


③ 3:1



연구 19 인수의 차수와 그래프 부호 변화

$f(x) = (x - \alpha)^{\text{짝}} g(x)$ vs $f(x) = (x - \alpha)^{\text{홀}} g(x)$
 $\hookrightarrow x = \alpha$ 좌우에서 부호변화 \times $\hookrightarrow x = \alpha$ 좌우에서 부호변화 0



연구 20 $f(x)$ 의 그래프가 $x = a$ 에서 x 축에 접한다.

$\Leftrightarrow f(a) = 0, f'(a) = 0$

$\Leftrightarrow f(x) = (x - a)^2 g(x)$ (단, $f(x)$ 는 다항함수)

$f(a) = 0$ 이므로

$f(x) = (x - a) h(x)$

$f'(x) = 1 \cdot h(x) + (x - a) h'(x)$

$f'(a) = 0$ 이므로

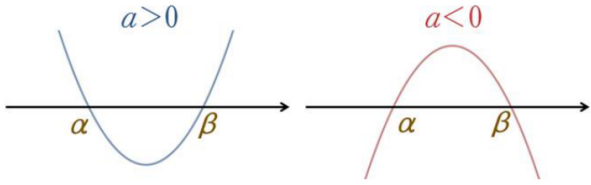
$f'(a) = h(a) + 0 \cdot h'(a) = h(a) = 0$

$\therefore h(x) = (x - a) g(x)$

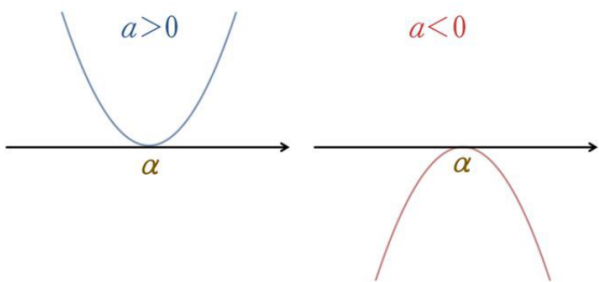
$\therefore f(x) = (x - a)^2 g(x)$

부호를 활용한 그래프 개형

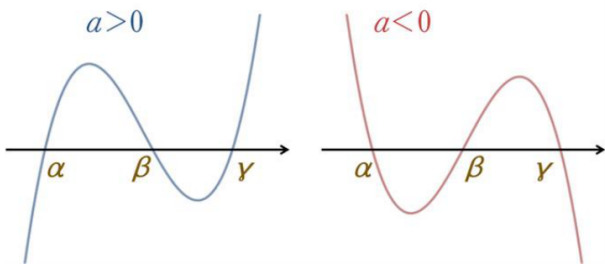
(1) $y = a(x - \alpha)(x - \beta)$



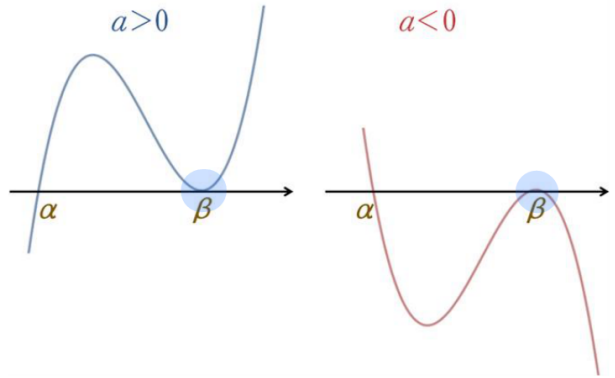
(2) $y = a(x - \alpha)^2$



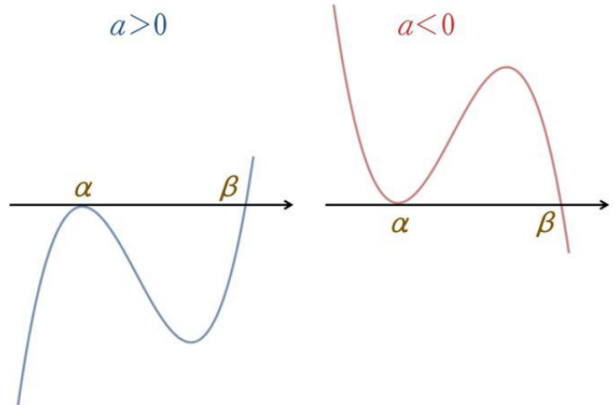
(3) $y = a(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$



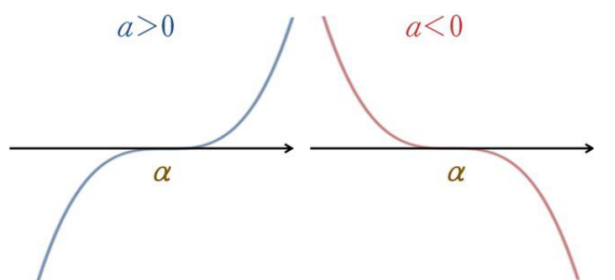
(4) $y = a(x - \alpha)(x - \beta)^2$



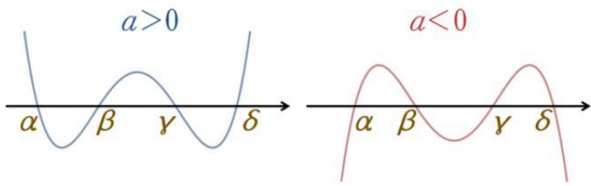
(5) $y = a(x - \alpha)^2(x - \beta)$



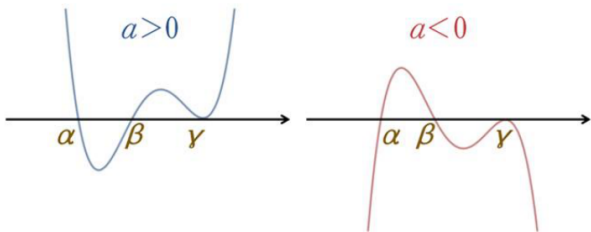
(6) $y = a(x - \alpha)^3$



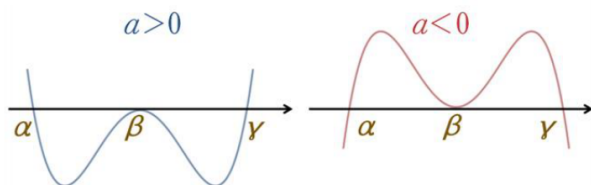
(7) $y = a(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)(x - \delta)$



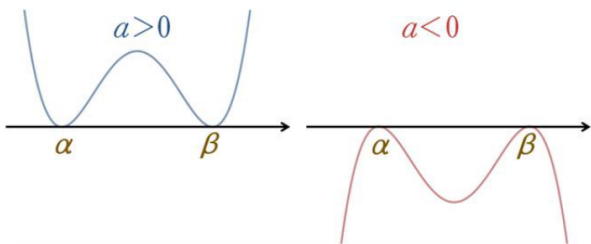
(8) $y = a(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)^2$



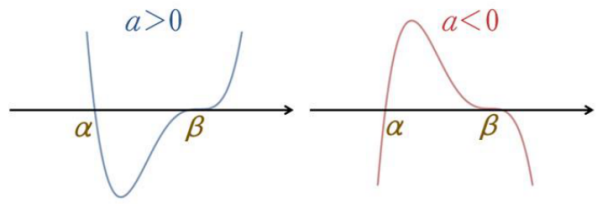
(9) $y = a(x - \alpha)(x - \beta)^2(x - \gamma)$



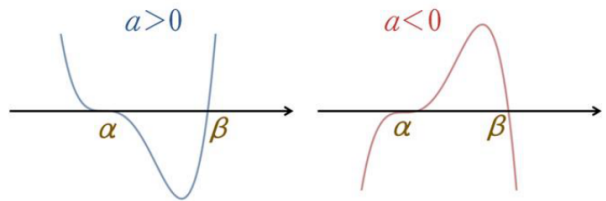
(10) $y = a(x - \alpha)^2(x - \beta)^2$



(11) $y = a(x - \alpha)(x - \beta)^3$

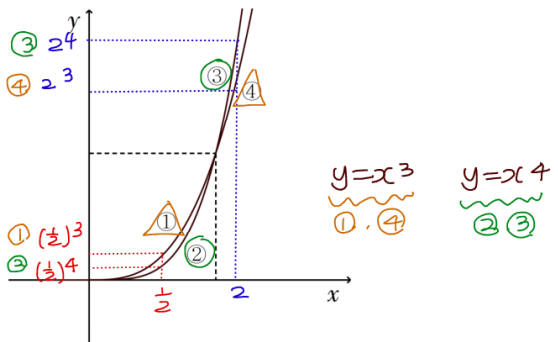


(12) $y = a(x - \alpha)^3(x - \beta)$



(13) 다음은 $y = x^3$ 과 $y = x^4$ 의 그래프의 일부이다.

$y = x^3$ 에 해당되는 부분과 $y = x^4$ 에 해당되는 부분으로 알맞은 것을 짝지으시오.



수학의 단권화 ✕ 개념 연구

연구21 함수의 극대와 극소의 정의를 쓰시오.

연구22 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하고, $x=a$ 에서 극값을 가지면 $f'(a)=0$ 임을 유도하시오.

10 함수의 극대와 극소

함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 를 포함하는 어떤 열린구간에 속하는 모든 x 에 대하여

연구 21 극대: $f(a) \geq f(x)$ 일 때,

$f(x)$ 는 $x=a$ 에서 극대라고 한다.

극댓값 : 극대일 때의 함수값. $f(a)$

극소: $f(a) \leq f(x)$ 일 때,

$f(x)$ 는 $x=a$ 에서 극소라고 한다.

극솟값 : 극소일 때의 함수값. $f(a)$

극값 : 극댓값과 극솟값을 통틀어

극값이라 한다.

(함수의 증감이 바뀌는 점에서의 값)

연구 22 ① 함수 $y=f(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하고, $x=a$ 에서 극값을 가지면 $f'(a)=0$

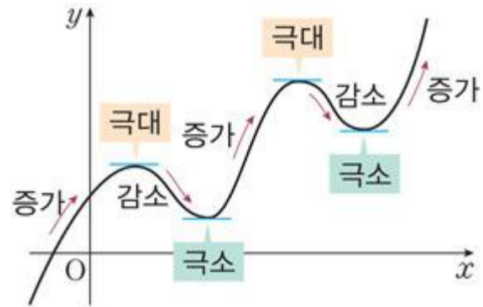
② $f'(a)=0$ 이고,

$x=a$ 의 좌우에서 $f'(x)$ 의 부호가

(1) \oplus 에서 \ominus 변하면 $f(a)$ 는 극댓값

(2) \ominus 에서 \oplus 변하면 $f(a)$ 는 극솟값

함수의 극대와 극소



① $f(a)$ 가 극댓값이라 가정

$f(x)$ 는 $x=a$ 포함하는 충분히 작은 개구간에서 최댓값

$$f(x) \leq f(a)$$

$$f(x) - f(a) \leq 0$$

i) $x < a$ ($x-a < 0$) ii) $x > a$ ($x-a > 0$)

$$0 \leq \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x-a} \stackrel{\substack{= \\ \uparrow \\ \text{미분가능하므로}}}{=} \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x-a} \leq 0$$

$$0 \leq f'(a) \leq 0$$

$$\therefore f'(a) = 0$$

수학의 단권화 ✕ 개념 연구

연구23 다음 명제의 참 거짓을 판별하시오.

- ① $x = a$ 에서 $f(x)$ 가 극값을 가지면 $f'(a) = 0$ 이다.
- ② $f'(a) = 0$ 이면 $x = a$ 에서 $f(x)$ 가 극값을 가진다.

연구 20

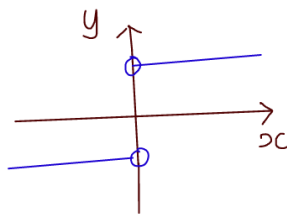
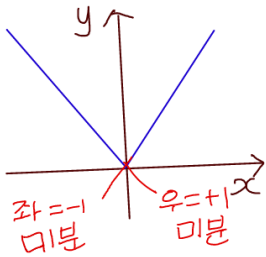
☞ $x = a$ 에서 $f(x)$ 가 극값 ✕ $f'(a) = 0$

✕ 반례

$$f(x) = |x| = \begin{cases} -x & (x \leq 0) \\ x & (x > 0) \end{cases} \quad f'(x) = \begin{cases} -1 & (x < 0) \\ 1 & (x > 0) \end{cases}$$

$x = 0$ 에서 극값

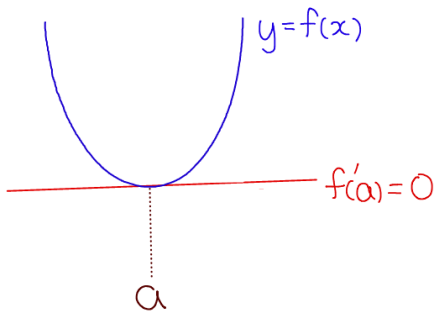
$f'(0)$ 없다



<추가조건>

$y = f(x)$ 미분가능하면

$x = a$ 에서 $f(x)$ 가 극값 $\rightarrow f'(a) = 0$

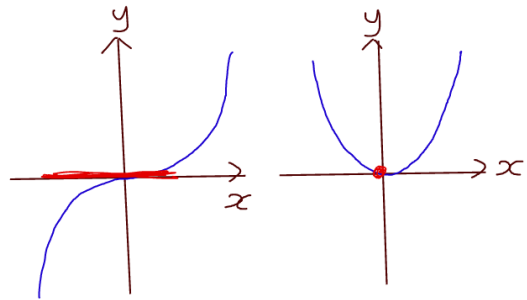


☞ $x = a$ 에서 $f(x)$ 가 극값 ✕ $f'(a) = 0$

✕ 반례

$$f(x) = x^3 \rightarrow f'(x) = 3x^2$$

$x = 0$ 에서 극값 ✕ $\leftarrow f'(0) = 0$



☞ $x = a$ 에서 $f(x)$ 가 극값 $\frac{0}{0}$ $f'(x)$ 부호변화

↙ 대체로 ($f'(x)$ 영등)
 $f'(a) = 0$

수학의 단권화 ✕ 개념 연구

연구24 삼차함수 $f(x)$ 가 극값을 가질 때,
아래 경우마다 $f(x)=0$ 의 근의 종류를 쓰시오.

- ① (극댓값)×(극솟값) < 0
- ② (극댓값)×(극솟값) = 0
- ③ (극댓값)×(극솟값) > 0

11 방정식에의 활용

방정식 $f(x)=0$ 의 실근은
함수 $y=f(x)$ 의 그래프와
 x 축($y=0$)과의 교점의 x 좌표이다.
방정식 $f(x)=g(x)$ 의 실근은 두 함수
 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프의 교점의
 x 좌표이다.

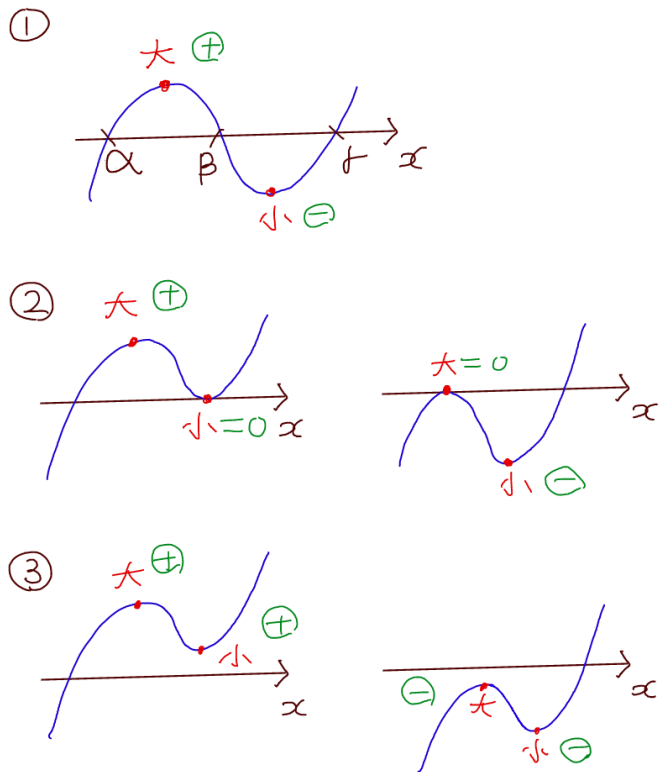
연구
21

- 삼차함수 $f(x)$ 가 극값을 가질 때,
- ① (극댓값)×(극솟값) < 0 → 서로 다른 세 실근
 - ② (극댓값)×(극솟값) = 0 → 한 실근과 중근
 - ③ (극댓값)×(극솟값) > 0 → 한 실근과 두 허근

12 부등식에의 활용

- ① 어떤 구간에서 부등식 $f(x) > 0$ 이
성립함을 보이려면
주어진 구간에서 $y=f(x)$ 의
최솟값 > 0임을 보이면 된다.
- ② 어떤 구간에서 부등식 $f(x) > g(x)$ 이
성립함을 보이려면
 $h(x) = f(x) - g(x)$ 로 놓고,
주어진 구간에서 $y=h(x)$ 의
최솟값 > 0임을 보이면 된다.

1 방정식에의 활용



! 교과서 미분 단원 후반부에 있는 <속도와 가속도> 내용은 학습의 효율성을 위해 적분 단원의 <속도와 거리>내용과 통합하여 적분단원 마지막에 배치하였다.



계속 문제만 풀다보니 개념에 빵꾸난 부분이 있는 것 같은데...

걱정하지마! 개념 연구로 빵꾸난 부분을 초스피드로 몽땅 다 찾아낼 수 있어!



내신, 수능 준비하기도 바쁜데 논술은 또 언제하나요?

걱정하지마!
개념 연구는 수능 수학의 모든 개념을 백지에 논술형으로 유도할 수 있게 훈련시켜 준다! 9종 교과서 개념+대학별 수리논술 문제 빠짐없이 연구했어!



그냥 개념을 알면 됐지, 백지에 유도까지 할 필요가 있나요?

모르는 말씀! 실전에 꼭 필요하다!



① 수능 문제의 출제 의도 파악이 잘 된다!

수능은 교과개념을 제대로 이해했는지 확인하기 위해 내는 것이라 일부러 문제 풀이과정을 개념 유도과정과 유사하게 출제한다.

개념 연구를 하면 문제 풀 때 출제자 의도에 맞게 접근법을 금방 찾아내게 된다!

② 문제에 개념 적용이 잘된다!

맨날 해설지를 보면서 “이! 그렇구나”해도 직접 풀지는 못하는 우리 밥팅들!

백지에 개념 유도과정을 쓸 줄 모르니까. 문제에 개념을 어떻게 쓸 줄 모르지!

③ 여러 가지 공식이 적용된 최고난도 문제 풀이가 잘된다!

A, B, C 세 가지 공식을 따로 알고 있으면 공식을 하나만 적용하는 단순계산문제 밖에 못푼다!

A→B→C로 유도되는 과정을 알아야 A, B, C 공식이 모두 적용되는 문제에서 식을 어떻게 조합하고 합쳐야 풀 수 있는지를 알 수 있다!



좀 어려운데요;; ㅠ

어려우면 도망치지 말고, 당장 공부를 해!
모두 교과서에 실려 있는 기본 개념 내용이야. 설마 이것도 정확히 모른 채로 시험을 잘 보길 바라는 건 아니겠지?



놓쳤던 1%를 채운다!
상위 1%의 3초 개념 점검!
수능과 논술을 한번에!

개념 연구

개념 연구 학습법

Step1. 개념 연구의 질문을 읽으며 답을 모르는 문항을 찾아내고 x표시를 한다.

(이것이 너의 개념이 빵꾸난 부분!)

Step2. 수학의 단권화 개념 총정리에서 ✓표시에 해당하는 개념을 찾아본다.

(책에 전부다 표시되어 있어!)

Step3. 백지에 완벽히 답을 쓸 수 있을 때까지 ✓표시 질문들을 계속 복습한다.

(그럼 너는 진정한 개념 마스터!)

나의 개념 이해도를 체크해보자! X ▲ 완성○

수학 II
II. 미분법

[연구01] X ▲ 완성○

함수 $y = f(x)$ 에서 x 의 값이 a 에서 b 까지 변할 때 평균변화율을 구하시오.

[연구02] X ▲ 완성○

함수 $f(x)$ 의 $x = a$ 에서의

- ①미분계수
- ②좌미분계수
- ③우미분계수 를 쓰시오.

[연구03] X ▲ 완성○

함수 $f(x)$ 의 $x = a$ 에서의 미분가능하다는 것의

- ①정의를 쓰고
- ②조건을 쓰고
- ③조건을 유도하시오.

[연구04] X ▲ 완성○

미분가능한 함수 $g(x)$ 와 $h(x)$ 에 대하여, 함수

$$f(x) = \begin{cases} g(x) & (x \leq a) \\ h(x) & (x > a) \end{cases}$$

가 실수 전체에서 미분가능할 조건을 쓰고 이를 유도하시오.

[연구05] X ▲ 완성○

함수 $y = f(x)$ 가 $x = a$ 에서

- ①미분가능하면 연속인가? 아니라면 예를 드시오.
- ②연속이면 미분가능한가? 아니라면 예를 드시오.

[연구06] X ▲ 완성○

함수 $y = f(x)$ 의 도함수의 기호와 정의를 쓰시오.

[연구07] X ▲ 완성○

미분가능한 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 아래 식이 성립함을 유도하시오.

- ① $\{c\}' = 0$
- ② $\{x^n\}' = nx^{n-1}$
- ③ $\{cf(x)\}' = cf'(x)$
- ④ $\{f(x) + g(x)\}' = f'(x) + g'(x)$
- ⑤ $\{f(x) - g(x)\}' = f'(x) - g'(x)$
- ⑥ $\{f(x)g(x)\}' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

[연구08] X ▲ 완성○

곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$ 에서의 접선의 방정식을 쓰시오.

개념 연구 ▶ 최상위권 수능 개념

☑X → ☑▲ → ☑완성○ 될 때까지 복습하자!

☑X ☑▲ ☑완성○ [연구09]

최대·최소의 정리를 쓰시오.

☑X ☑▲ ☑완성○ [연구15]

함수 $f(x)$ 가 어떤 구간에서

- ①증가한다는 것의 정의를 쓰시오.
- ②감소한다는 것의 정의를 쓰시오.

☑X ☑▲ ☑완성○ [연구10]

사이값 정리를 쓰시오.

☑X ☑▲ ☑완성○ [연구16]

함수 $f(x)$ 가 어떤 구간에서 미분가능하고, 그 구간의 모든 x 에 대하여 $f'(x) > 0$ 이면 $f(x)$ 는 이 구간에서 증가함을 유도하시오.

※ $f'(x) < 0$ 이면 $f(x)$ 는 이 구간에서 감소한다.

☑X ☑▲ ☑완성○ [연구11]

롤의 정리를 쓰시오

☑X ☑▲ ☑완성○ [연구12]

롤의 정리를 유도하시오.

☑X ☑▲ ☑완성○ [연구17]

다음 명제의 참 거짓을 판별하시오.

- ① $y = f(x)$ 가 증가함수이면 $f'(x) > 0$ 이다.
- ② $f'(x) > 0$ 이면 $y = f(x)$ 가 증가함수이다.
- ③ $y = f(x)$ 가 증가함수이면 $f'(x) \geq 0$ 이다.
- ④ $f'(x) \geq 0$ 이면 $y = f(x)$ 가 증가함수이다.

☑X ☑▲ ☑완성○ [연구13]

평균값의 정리를 쓰시오.

☑X ☑▲ ☑완성○ [연구14]

평균값의 정리를 유도하시오.

개념 연구 ▶ 최상위권 수능 개념

나의 개념 이해도를 체크해보자! X ▲ 완성○

[연구18] X ▲ 완성○

삼차함수 $y = f(x)$ 에 대하여 도함수 $y = f'(x)$ 의 그래프가 다음과 같을 때 알맞은 그래프 개형을 그리시오.

$(a > 0)$	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$f'(x)$ 그래프			
$f(x)$ 그래프			

[연구19] X ▲ 완성○

다항함수 $f(x)$ 가 아래와 같이 표현될 때, $x = \alpha$ 좌우에서 $f(x)$ 그래프의 부호변화 여부를 쓰시오. (단, $g(\alpha) \neq 0$)

- ① $f(x) = (x - \alpha)^{\text{짝}}g(x)$
- ② $f(x) = (x - \alpha)^{\text{홀}}g(x)$

[연구20] X ▲ 완성○

다항함수 $f(x)$ 의 그래프가 $x = a$ 에서 x 축에 접할 때, $f(x) = (x - a)^2g(x)$ 이 성립함을 유도하시오.

[연구21] X ▲ 완성○

함수의 극대와 극소의 정의를 쓰시오.

[연구22] X ▲ 완성○

함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 미분가능하고, $x = a$ 에서 극값을 가지면 $f'(a) = 0$ 임을 유도하시오.

[연구23] X ▲ 완성○

다음 명제의 참 거짓을 판별하시오.

- ① $x = a$ 에서 $f(x)$ 가 극값을 가지면 $f'(a) = 0$ 이다.
- ② $f'(a) = 0$ 이면 $x = a$ 에서 $f(x)$ 가 극값을 가진다.

[연구24] X ▲ 완성○

삼차함수 $f(x)$ 가 극값을 가질 때, 아래 경우마다 $f(x) = 0$ 의 근의 종류를 쓰시오.

- ① (극대값) × (극소값) < 0
- ② (극대값) × (극소값) = 0
- ③ (극대값) × (극소값) > 0