

제 2 교시

수학 영역(나형)

홀수형

5지선다형

1. $3^0 \times 8^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 첫째항이 $\frac{1}{8}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\frac{a_3}{a_2} = 2$ 일 때, a_5 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x - 8}{x - 2}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

4. 함수 $f(x) = 4\cos x + 3$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

5. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(A|B)=P(B), \quad P(A \cap B) = \frac{1}{9}$$

일 때, $P(A)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{18}$ ☒ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{5}{18}$ ④ $\frac{2}{9}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

6. 함수 $f(x) = x^4 + 3x - 2$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ☒ ① 35 ② 37 ③ 39 ④ 41 ⑤ 43

7. 부등식 $\left(\frac{1}{9}\right)^x < 3^{21-4x}$ 을 만족시키는 자연수 x 의 개수는? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ☒ ⑤ 10

8. 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 할 때, $a \times b \times c = 4$ 일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{54}$ ② $\frac{1}{36}$ ③ $\frac{1}{27}$ ④ $\frac{5}{108}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

9. 곡선 $y = x^3 - 3x^2 + 2x + 2$ 위의 점 $A(0, 2)$ 에서의 접선과 수직이고 점 A 를 지나는 직선의 x 절편은? [3점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

10. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^5 a_k = 8, \quad \sum_{k=1}^5 b_k = 9$$

일 때, $\sum_{k=1}^5 (2a_k - b_k + 4)$ 의 값은? [3점]

① 19 ② 21 ③ 23 ④ 25 ⑤ 27

11. 정규분포 $N(20, 5^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 16인

표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\bar{X}$ 라 할 때,

$E(\bar{X}) + \sigma(\bar{X})$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{91}{4}$ ② $\frac{89}{4}$ ③ $\frac{87}{4}$ ④ $\frac{85}{4}$ ⑤ $\frac{83}{4}$

12. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n (a_k - a_{k+1}) = -n^2 + n$$

을 만족시킨다. a_{11} 의 값은? [3점]

- ① 88 ② 91 ③ 94 ④ 97 ⑤ 100

13. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수는? [3점]

$$f(2) \leq f(3) \leq f(4)$$

- ① 64 ② 68 ③ 72 ④ 76 ⑤ 80

14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 2t - 6$$

이다. 점 P가 시간 $t=3$ 에서 $t=k(k>3)$ 까지 움직인 거리가 25일 때, 상수 k 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

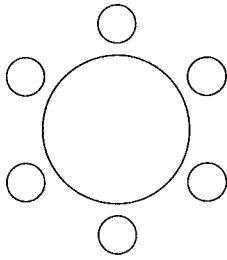
15. 세 학생 A, B, C를 포함한 6명의 학생이 있다.

이 6명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에
다음 조건을 만족시키도록 모두 둘러앉는 경우의 수는?
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

(가) A와 B는 이웃한다.

(나) B와 C는 이웃하지 않는다.

- ① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40



16. $0 \leq x < 4\pi$ 일 때, 방정식

$$4\sin^2 x - 4\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 3 = 0$$

의 모든 해의 합은? [4점]

- ① 5π ② 6π ③ 7π ④ 8π ⑤ 9π

17. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+g(x)}{x} = 3, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)+3}{xg(x)} = 2$$

를 만족시킨다. 함수 $h(x) = f(x)g(x)$ 에 대하여 $h'(0)$ 의 값은?
[4점]

- ① 27 ② 30 ③ 33 ④ 36 ⑤ 39

18. $\frac{1}{4} < a < 1$ 인 실수 a 에 대하여 직선 $y=1$ 이 두 곡선

$y = \log_a x$, $y = \log_{4a} x$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하고,
직선 $y = -1$ 이 두 곡선 $y = \log_a x$, $y = \log_{4a} x$ 와 만나는 점을
각각 C, D라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른
것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 선분 AB를 1:4로 외분하는 점의 좌표는 (0, 1)이다.

ㄴ. 사각형 ABCD가 직사각형이면 $a = \frac{1}{2}$ 이다.

ㄷ. $\overline{AB} < \overline{CD}$ 이면 $\frac{1}{2} < a < 1$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 확률변수 X 는 평균이 8, 표준편차가 3인 정규분포를 따르고, 확률변수 Y 는 평균이 m , 표준편차가 σ 인 정규분포를 따른다. 두 확률변수 X, Y 가

$$P(4 \leq X \leq 8) + P(Y \geq 8) = \frac{1}{2}$$

을 만족시킬 때, $P\left(Y \leq 8 + \frac{2\sigma}{3}\right)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

- ① 0.8351 ② 0.8413 ③ 0.9332
 ④ 0.9772 ⑤ 0.9938

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

20. 실수 $a(a > 1)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = (x+1)(x-1)(x-a)$$

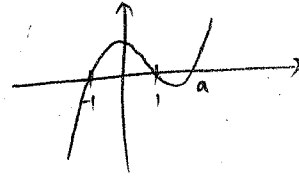
라 하자. 함수

$$g(x) = x^2 \int_0^x f(t) dt - \int_0^x t^2 f(t) dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 a 의 최댓값은? [4점]

- ① $\frac{9\sqrt{2}}{8}$ ② $\frac{3\sqrt{6}}{4}$ ③ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

$$\begin{aligned} g'(x) &= x^2 f(x) + 2x \int_0^x f(t) dt - x^2 f(x) \\ &= 2x \int_0^x f(t) dt \end{aligned}$$



$0 < x < 1$ $2x > 0$ $\int_0^x f(t) dt > 0$ $g'(x) > 0$
 $-1 < x < 0$ $2x < 0$ $\int_0^x f(t) dt < 0$ $g'(x) > 0$
 $x < -1$ $2x < 0$ $\int_0^x f(t) dt : - \rightarrow +$ $g'(x) > 0$
 $x > 1$ 극값 없어야 함 $2x > 0$

$$\therefore \int_0^x f(t) dt \leq 0 \quad f(x) = (x^2 - 1)(x - a) = x^3 - ax^2 - x + a$$

$$\left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}ax^3 - \frac{1}{2}x^2 + ax \right]_0^a \geq 0$$

$$\frac{1}{4}a^4 - \frac{1}{3}a^4 - \frac{1}{2}a^2 + a^2 \geq 0$$

$$\frac{1}{12}a^2(-a^2 + 6) \geq 0 \quad (a^2 - 6)a^2 \leq 0$$

$$-\sqrt{6} \leq a \leq \sqrt{6} \quad \therefore \max(a) = \sqrt{6}$$

21. 수열 $\{a_n\}$ 은 $0 < a_1 < 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n} = a_2 \times a_n + 1$

(나) $a_{2n+1} = a_2 \times a_n - 2$

$a_7 = 2$ 일 때, a_{25} 의 값은? [4점]

- ① 78 ② 80 ③ 82 ④ 84 ⑤ 86

단답형

22. 다항식 $(3x+1)^8$ 의 전개식에서 x 의 계수를 구하십시오. [3점]

24

23. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 3x^2 + 4x + 5$ 이고 $f(0) = 4$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하십시오. [3점]

12

24. $\log_3 72 - \log_3 8$ 의 값을 구하시오. [3점] 2

26. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -3x + a & (x \leq 1) \\ \frac{x+b}{\sqrt{x+3}-2} & (x > 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $a+b$ 의 값을 구하시오.
(단, a 와 b 는 상수이다.) [4점] 6

25. 곡선 $y = 4x^3 - 12x + 7$ 과 직선 $y = k$ 가 만나는 점의 개수가
2가 되도록 하는 양수 k 의 값을 구하시오. [3점] 15

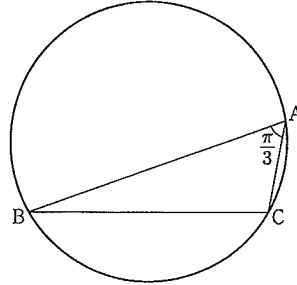
27. 곡선 $y = x^2 - 7x + 10$ 과 직선 $y = -x + 10$ 으로 둘러싸인
부분의 넓이를 구하시오. [4점]

36

28. $\angle A = \frac{\pi}{3}$ 이고 $\overline{AB} : \overline{AC} = 3 : 1$ 인 삼각형 ABC가 있다.

삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 7일 때,
선분 AC의 길이를 k 라 하자. k^2 의 값을 구하시오. [4점]

21

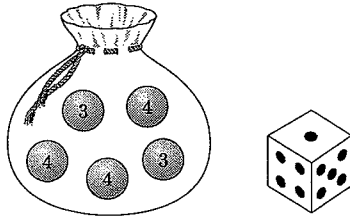


29. 숫자 3, 3, 4, 4, 4가 하나씩 적힌 5개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 규칙에 따라 점수를 얻는 시행을 한다.

주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내어
꺼낸 공에 적힌 수가 3이면 주사위를 3번 던져서 나오는 세 눈의 수의 합을 점수로 하고,
꺼낸 공에 적힌 수가 4이면 주사위를 4번 던져서 나오는 네 눈의 수의 합을 점수로 한다.

이 시행을 한 번 하여 얻은 점수가 10점일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다.
 $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

589



30. 함수 $f(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이고, 함수 $g(x)$ 는 일차함수이다. 함수 $h(x)$ 를

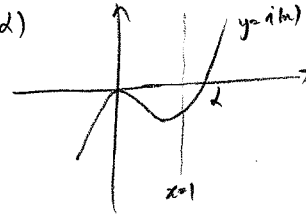
$$h(x) = \begin{cases} |f(x) - g(x)| & (x < 1) \\ f(x) + g(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, $h(0)=0$, $h(2)=5$ 일 때, $h(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

39

$$h(0)=0 \quad h'(0)=0 \quad \text{let } i(x) = f(x) - g(x)$$

$$i(x) = x^2(x-\alpha)$$



$$-f'(1) + g'(1) = f'(1) + g'(1)$$

$$-f''(1) + g''(1) = f''(1) + g''(1)$$

$$\therefore f'(1)=0, f''(1)=0 \quad f(x) = (x-1)^2(x-\beta)$$

$$f(x) = (x^2-2x+1)(x-\beta) \\ = x^3 - (2+\beta)x^2 + (2\beta+1)x - \beta$$

$$i(x) = x^3 - \alpha x^2$$

$$\therefore g(x) = (2\beta+1)x - \beta$$

$$h(2) = 8 - 4(2+\beta) + 4(2\beta+1) - 2\beta = 5 \\ 2\beta + 4 = 5 \quad \beta = \frac{1}{2}$$

$$\therefore f(x) = x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 2x - \frac{1}{2} \quad g(x) = 2x - \frac{1}{2}$$

$$h(4) = 64 - 40 + 16 - 1 = 39$$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.