2021 수리논술 Final

Basic Test

기대수학연구소

KD_MATH_LAB

Everything will be Fine in the end.

If It’s not yet Fine, It is not yet the end.

* 본 강의는 수능 후 학교별 Final을 스무스하게 듣기 위해 수리논술에 꼭 필요한 세 주제 (미분법, 적분법, 증명법) 을 빠른 시간 내에 타이트한 정리를 하는 수업입니다.

* 만약 본인이 애매한 수리논술 실력이라고 판단될 시,
필히 Test 진행 후 75%~80% 이하의 성취도라면 수강 추천합니다.
(수업교재 : 약 90page, 수업시간 : 꽉 찬 3시간 초과 분량)

* 본 테스트는 Basic 수업 때 문제들보다 쉬운 예제들로 구성했습니다.
더 어려운 문제들과 논리 보충이 필요하다면 학교별 Final 듣기 전 Basic 수강추천합니다.

* 정답/오답표는 마지막 페이지에 있으니 반드시 풀어보고 나서 채점해보시기 바랍니다.
*** 수강신청은 다음 QR코드로 진행할 수 있으며, 수능 후 언제든 수강신청 가능합니다.**
*** 수강기간은 올해 마지막 수리논술 시험이 끝날 때 까지입니다.**

또는 https://forms.gle/CrFMZ3MnGeqFDye7A

예시문항 1)

함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<1) \\ x^2-x & (x\geq 1) \end{cases}$$

가 $x=1$에서 연속일 때, $g(1)$과 $f(1)$의 존재성을 판단하고, 존재하면 구하시오. [2점]

예시문항 2)

함수 $i(x)=\begin{cases} f(x) & (x \geq a) \\ g(x) & (x < a) \end{cases}$에 대하여 다음 물음에 답하시오.

[198]

2-a) 함수 $i(x)$가 $x=a$에서 연속일 조건을 구하시오. [3점]

2-b) 두 함수 $f(x), g(x)$가 $x=a$에서 연속일 때, 함수 $i(x)$가 $x=a$에서 미분가능할 조건을 구하시오. [3점]

예시문항 3)

명제 "함수 $f(x)$가 미분가능한 함수이면 도함수 $f'(x)$가 연속함수이다."

(O, X) 를 결정하고 이를 증명하시오. [4점]

예시문항 4)

방정식 $\frac{1}{x-1}+\frac{1}{x-2}+\cdots+\frac{1}{x-n}=0$의 실근의 개수가 정확히 $(n-1)$임을 보이시오. [4점]

예시문항 5)

명제 " 구간 $[0, 2]$에서 정의된 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(1)=2$이면 $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=2$인 순서쌍 (a, b)가 적어도 하나 존재한다."

(O, X) 를 결정하고 이를 증명하시오. [3점]

예시문항 6)

직선과 $f''(x)>0$인 곡선 $y=f(x)$ 사이의 교점은 많아야 2개임을 보이시오. (그래프 불가) [4점]

예시문항 7) 〈191116 수능기출 변형〉

모든 양수 x에 대하여 정의된 연속함수 $f(x)$가 $x \geq 1$일 때

$$f(x)+\frac{1}{x^2}f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x}$$

을 만족시킬 때, $\int_{\frac{1}{2}}^{2} f(x)dx$의 값을 구하시오. [3점]

예시문항 8)

$\int_{-1}^{1} \frac{x^2}{1+e^x}dx$ 와 $\int_{\frac{1}{e}}^{e} \frac{\ln x}{1+x^2}dx$의 값을 구하시오. [각 2점]

연습문제 9)

$\int_{1}^{2} \frac{\sqrt{x^2-1}}{x}dx$, $\int_{4}^{9} \frac{1}{\sqrt{x}+1}dx$의 값을 구하시오. [각 3점]

연습문제 10)

$\sin 1^\circ$, $\cos 1^\circ$ 중 적어도 하나는 무리수임을 보여라. [4점]

번호	정답/오답	배점
1	$g(1)=0$이지만 $f(1)=0$은 보장 못함. $f(1)$은 존재할 수도 안할 수 도 있음.	2
2	$f(a)=g(a)$ **정답 아님.**	3
	$f'(a)=g'(a)$, $\lim_{x\to a+} f'(x)=\lim_{x\to a-} g'(x)$ **둘 다 정답 아님.**	3
3	X가 정답이며 반례 잡을 수 있으면 정답.	4
4	통분하여 분자가 $n-1$차식이라하는 것만으로 끝나면 오답. 이 답안의 경우 근이 $n-1$개 **이하**라는 것을 보인 것.	4
5	X가 정답이며 반례 잡을 수 있으면 정답. 평균값 정리 쓰면 O 아니냐고 할 수 있는데, 이 경우엔 평균값정리의 역을 쓴 셈이라 틀림.	3
6	귀류법과 평균값의 정리 잘 썼다면 정답.	4
7	준식의 양변을 $\frac{1}{2}$부터 2까지 적분했다면 **오답**. 문제의 준식은 $x\geq 1$부터 맞는 식이므로, $\frac{1}{2}$부터 적분할 수 없다. 따라서 양변을 1부터 2까지 적분한 후, 문제에서 묻는 정적분모양으로 구간을 바꿔줄 생각을 해야한다.	3
8	$x=-t$ 치환적분했다면 정답	2
	$x=\frac{1}{t}$ 치환적분했다면 정답	2
9	$x=\sec\theta$ 치환적분했다면 정답 (삼각치환은 수리논술범위)	3
	$\sqrt{x}+1=t$ 치환적분했다면 정답 (치환적분 3대장은 자기자신 미분한 것이 없어도 치환적분 항상 가능)	3
10	귀류법 한 후 $\tan$의 합차공식 활용하여 $\tan 30^\circ$까지 가서 모순임을 밝혔으면 정답.	4
총점 40점 중 32점 이상 => Basic 스킵 후 대학별 Final 들어도 무리 없음.		40