

# 수 학 영 역

## (가 형)

성명		수험번호						-				
----	--	------	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(가 형/나 형)의 문제지인지 확인하시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

새로운 세상의 살을 에는 바람 속에서

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오.  
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

## 2021학년도 KUME(쿠메) 모의고사 2회

시행 : 2020년 11월 22일 (일) 오후 7시 55분 ~ 오후 9시 40분

집필 : 고려대학교 수학교육과 소모임 KUME(쿠메) 20

김민석 김정훈 김차민 김현민 박민용 방민서 배동현 백진희 서현덕 양우석 우현석 정상원 조동현  
조영빈 최제현 황재민

손해설 : 손주영

검토 : 양우석

본 모의평가에 대한 저작권은 고려대학교 수학교육과 소모임 KUME(쿠메)에게 있으며  
저작권자의 허락 없이 전부 또는 일부를 영리적 목적으로 사용하거나 2차적 저작물 작성 등으로 이용하는  
일체의 행위는 정보통신망 이용촉진 및 정보보호, 저작권 관련 법률에 따라 금지되어 있습니다.  
KUME(쿠메) 모의고사에 관한 문의사항은 'KUME 모의고사' 페이스북 페이지 또는 bang8999@naver.com으로  
문의바랍니다.

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1.  $\sqrt[3]{4 \times 16^{\frac{1}{3}}}$ 의 값은? [2점]

- ① 4      ② 6      ③ 8      ④ 10      ⑤ 12

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 \times 2^{2n+2} + 1}{4^n + 3^n}$ 의 값은? [2점]

- ① 6      ② 9      ③ 12      ④ 15      ⑤ 18

3. 두 사건  $A, B$ 에 대하여  $A$ 와  $B^C$ 은 배반사건이고

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{2}$$

일 때,  $P(A^C \cap B)$ 의 값은? (단,  $B^C$ 은  $B$ 의 여사건이다.) [2점]

- ①  $\frac{1}{12}$       ②  $\frac{1}{6}$       ③  $\frac{1}{4}$       ④  $\frac{1}{3}$       ⑤  $\frac{5}{12}$

4. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 3, \sum_{n=1}^{\infty} a_n(a_n + 1) = 7$ 일 때,

$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n)^2$ 의 값은? [3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

5. 이항분포  $B\left(n, \frac{2}{3}\right)$ 를 따르는 확률변수  $X$ 에 대하여

$E(6X+4)=140$  일 때,  $n$ 의 값은? [3점]

- ① 34      ② 36      ③ 38      ④ 40      ⑤ 42

6.  $\int_2^3 xe^{x-3} dx$ 의 값은? [3점]

- ①  $1 - \frac{1}{e}$       ②  $2 - \frac{1}{e}$       ③  $3 - \frac{1}{e}$   
 ④  $1 - \frac{2}{e}$       ⑤  $2 - \frac{2}{e}$

7.  $0 < a < b$ 인 두 실수  $a, b$ 에 대하여

$$1 + \log_2(b-a) = \log_4(b^2 - a^2)$$

일 때,  $\frac{b}{a}$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{5}{3}$       ② 2      ③  $\frac{7}{3}$       ④  $\frac{8}{3}$       ⑤ 3

8. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수  $f(x), g(x)$ 가 있다.  
 함수  $g(x)$ 가 함수  $f(2x+1)$ 의 역함수이고  $f(-1)=2$ ,  
 $f'(-1)=3$ 일 때,  $g'(2)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$     ②  $\frac{1}{3}$     ③  $\frac{1}{4}$     ④  $\frac{1}{5}$     ⑤  $\frac{1}{6}$

9. 공차가 음수인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 + a_8 = 12, \quad a_4 a_6 = a_7 a_9$$

일 때,  $a_3$ 의 값은? [3점]

- ① 8    ② 10    ③ 12    ④ 14    ⑤ 16

10. 매개변수  $t$ 로 나타내어진 곡선

$$x = e^t(2t-1), \quad y = e^t(3t^2 - 4t + 11)$$

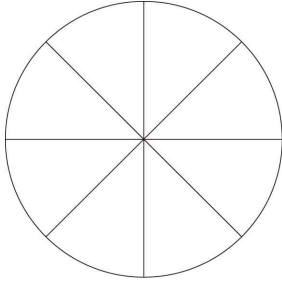
이 있다. 곡선 위의 점  $(a, b)$ 에서의 접선의 기울기가 4일 때,  
 $ab$ 의 값은? [3점]

- ①  $10e^2$     ②  $15e^2$     ③  $20e^2$     ④  $25e^2$     ⑤  $30e^2$

# 4

## 수학 영역(가형)

11. 그림과 같이 원을 8등분한 도형이 있다. 8개의 영역에 1부터 8까지의 자연수를 각각 하나씩 적을 때, 이웃한 면에 적힌 두 수가 모두 서로소인 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



- ① 48      ② 72      ③ 96      ④ 120      ⑤ 144

12. 모든 항이 정수인 수열  $\{a_n\}$ 은  $a_1 = 1$  이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+1} = 1 + (n+2) \times (-1)^{|a_n|}$$

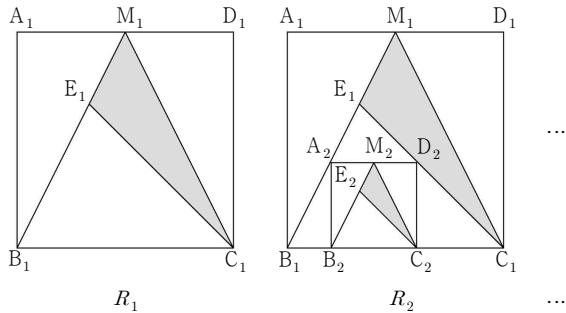
을 만족시킨다.  $|a_k| \leq |a_{10}|$  을 만족시키는 모든 자연수  $k$ 의 개수는? [3점]

- ① 5      ② 7      ③ 9      ④ 11      ⑤ 13

13. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정사각형  $A_1B_1C_1D_1$ 이 있다. 선분  $A_1D_1$ 의 중점을  $M_1$ , 선분  $B_1M_1$ 을 2 : 1로 내분하는 점을  $E_1$ 이라 할 때, 삼각형  $E_1M_1C_1$ 에 색칠하여 얻은 그림을  $R_1$ 이라 하자.

그림  $R_1$ 에서 선분  $B_1E_1$  위의 점  $A_2$ 와 선분  $E_1C_1$  위의 점  $D_2$ , 선분  $B_1C_1$  위의 두 점  $B_2, C_2$ 를 꼭짓점으로 하는 정사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 를 그리고, 그림  $R_1$ 을 얻은 것과 같은 방법으로 정사각형  $A_2B_2C_2D_2$ 의 내부에  $\sphericalangle$  모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을  $R_2$ 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여  $n$ 번째 얻은 그림  $R_n$ 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를  $S_n$ 이라 할 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [3점]



- ①  $\frac{48}{7}$
- ② 7
- ③  $\frac{50}{7}$
- ④  $\frac{51}{7}$
- ⑤  $\frac{52}{7}$

14. 확률변수  $X$ 는 정규분포  $N(m, \sigma_1^2)$ , 확률변수  $Y$ 는 정규분포  $N(m+4, \sigma_2^2)$ 을 따르고, 확률변수  $X$ 와  $Y$ 의 확률밀도함수는 각각  $f(x)$ 와  $g(x)$ 이다.

$$P(X \leq m+1) + P(Y \geq m+3) = 1.3830$$

이고, 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$f(16-x) = g(x)$$

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

일 때,  $P(X \leq 9)$ 의 값을 오른쪽

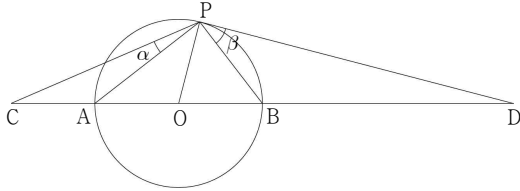
표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

- ① 0.6915
- ② 0.8413
- ③ 0.9104
- ④ 0.9332
- ⑤ 0.9772

# 6

## 수학 영역(가형)

15. 그림과 같이 중심이 O이고 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 원이 있다. 선분 AB를 1 : 3으로 외분하는 점을 C라 하고, 선분 AB를 5 : 3으로 외분하는 점을 D라 하자. 점 D에서 이 원에 접선을 그었을 때 접점을 P라 하자.  $\angle APC = \alpha$ ,  $\angle DPB = \beta$ 라 할 때, 다음은  $\cos(\beta - \alpha)$ 의 값을 구하는 과정이다.



$$\angle BPA = \angle DPO = \frac{\pi}{2} \text{ 이므로}$$

$$\angle OPA = \beta \text{ 이고, } \angle POB = 2\beta \text{ 이다.}$$

삼각형 POD가 직각삼각형이므로

$$\cos 2\beta = \boxed{\text{(가)}} \text{ 이다.}$$

삼각형 PCO와 삼각형 PAO에서 각각 코사인 법칙에 의하여

$$\overline{PC}^2 = \overline{CO}^2 + \overline{OP}^2 - 2\overline{CO} \times \overline{OP} \times \cos(\pi - 2\beta) = \boxed{\text{(나)}} \text{ 이다.}$$

$$\overline{PA}^2 = \overline{AO}^2 + \overline{OP}^2 - 2\overline{AO} \times \overline{OP} \times \cos(\pi - 2\beta) = \frac{5}{2}$$

이다.

$\angle PAO = \beta$ ,  $\angle PCA = \beta - \alpha$ 이므로 삼각형 PCA에서 코사인 법칙에 의하여

$$\overline{AP}^2 = \overline{PC}^2 + \overline{CA}^2 - 2\overline{PC} \times \overline{CA} \times \cos(\beta - \alpha)$$

이다.

$$\text{따라서 } \cos(\beta - \alpha) = \boxed{\text{(다)}} \text{ 이다.}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각  $p$ ,  $q$ ,  $r$ 라 할 때,

$\frac{r^2}{pq}$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{16}$     ②  $\frac{3}{16}$     ③  $\frac{5}{16}$     ④  $\frac{7}{16}$     ⑤  $\frac{9}{16}$

16. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 연속함수  $f(x)$ 가

$$xf(x^2) = 2f(x)$$

을 만족시킨다. 함수  $F(x)$ 가

$$F(x) = \int_1^x f(t) dt \quad (x > 0), \quad F(e) = \frac{e}{2}$$

일 때,  $F(e^4)$ 의 값은? [4점]

- ①  $2e$     ②  $4e$     ③  $8e$     ④  $16e$     ⑤  $32e$



17. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 모든 함수  $f$  중에서 임의로 하나를 선택할 때, 이 함수가 다음 조건을 만족시킬 확률은? [4점]

(가)  $f(1) \times f(2) = f(3) \times f(4)$   
 (나) 어떤 자연수  $a$ 에 대하여  $f(a) > f(a+1)$ 이다.  
 (단,  $a \leq 3$ )

- ①  $\frac{1}{16}$     ②  $\frac{5}{64}$     ③  $\frac{3}{32}$     ④  $\frac{7}{64}$     ⑤  $\frac{1}{8}$

18. 함수  $f(x) = e^{\sin(\frac{\pi}{2}x)} - 1$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 함수  $f(x)$ 는  $x=1$ 에서 극댓값을 갖는다.  
 ㄴ.  $\int_{-8}^8 f(x) dx = 4 \int_0^4 f(x) dx$   
 ㄷ.  $\int_0^6 x |f'(x)| dx = 12e - \frac{6}{e} - 6$

- ① ㄱ                      ② ㄱ, ㄴ                      ③ ㄱ, ㄷ  
 ④ ㄴ, ㄷ                      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

19. 숫자 1이 적힌 카드 3장, 숫자 2가 적힌 카드 2장, 3이 적힌 카드 2장이 들어있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 장의 카드를 꺼내어 카드에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣지 않는다. 이와 같은 시행을 3번 반복할 때, 꺼낸 카드에 적혀 있는 수를 차례로  $a, b, c$ 라 하자.  
 $a=b$  또는  $b=c$ 일 때,  $(a-3)(b-3)(c-3)=0$ 일 확률은? [4점]

- ①  $\frac{26}{47}$     ②  $\frac{27}{47}$     ③  $\frac{28}{47}$     ④  $\frac{29}{47}$     ⑤  $\frac{30}{47}$

20. 좌표평면의 제1사분면에서 다음 조건을 만족시키는 정사각형의 개수가 16일 때, 양수  $k$ 의 최솟값은? [4점]

- (가) 꼭짓점의  $x$ 좌표는 모두 100 이하이다.  
 (나) 두 꼭짓점은 곡선  $y=7-5\cos(kx)$ 와 직선  $y=\frac{9}{2}$ 의 교점이다.  
 (다) 두 꼭짓점은 곡선  $y=\sin\left(\frac{\pi}{3}x\right)$ 와 직선  $y=\frac{1}{2}$ 의 교점이다.

- ①  $\frac{5\pi}{6}$     ②  $\frac{2\pi}{3}$     ③  $\frac{\pi}{2}$     ④  $\frac{\pi}{3}$     ⑤  $\frac{\pi}{6}$

21. 모든 항이 정수인 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,  $a_{20} - a_1$ 의 최댓값은? [4점]

- (가) 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_{n+1} > a_n$ 이다.
- (나)  $\sum_{n=1}^{20} (|a_n| - a_n) = 152$
- (다)  $\sum_{n=1}^{20} (|a_n| + a_n) = 72$

- ① 21      ② 23      ③ 25      ④ 27      ⑤ 29

단답형

22.  $\left(\frac{x}{2} + 1\right)^9$ 의 전개식에서  $x^2$ 의 계수를 구하시오. [3점]

23. 함수  $f(x) = e^{3x^2 - 12}$ 에 대하여  $f'(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 방정식  $2\cos^2 x + 4\sin x + k = 0$ 이 실근을 갖도록 하는 실수  $k$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 하자.  $M - m$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수  $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x}$ 에 대하여

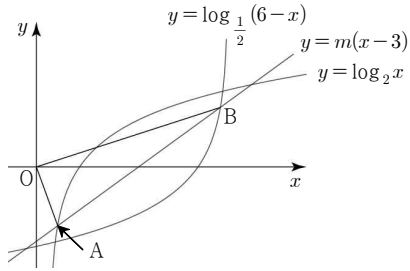
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(1 + \frac{k}{n}\right) f\left(\frac{k}{n}\right) = a \text{ 일 때, } a^2 \text{의 값을 구하시오. [3점]}$$

26. 어느 모집단의 확률변수  $X$ 의 확률분포가 다음 표와 같다.

$X$	-1	1	3	합계
$P(X=x)$	$a$	$\frac{1}{3}$	$b$	1

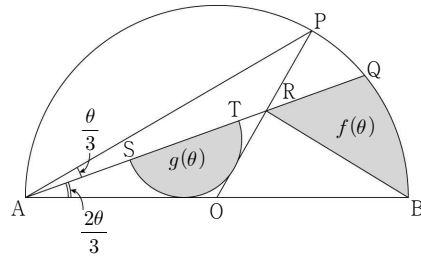
- 이 모집단에서 크기가 2인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을  $\bar{X}$ 라 할 때,  $E(\bar{X}) = \frac{4}{3}$ 이다.  $P(\bar{X} = 1) = \frac{q}{p}$ 일 때,  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $a, b$ 는 상수이고  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

27. 실수  $m$ 에 대하여 직선  $y=m(x-3)$ 이 곡선  $y=\log_2 x$ 와 만나는 점 중 제4사분면에 있는 점을 A, 곡선  $y=\log_{\frac{1}{2}}(6-x)$ 와 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점을 B라 하자. 삼각형 OAB의 넓이가 6일 때, 실수  $m$ 의 값은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



28. 그림과 같이 중심이 O이고 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 원 위의 점 P를  $\angle PAB=\theta$ 가 되도록 잡고, 호 PB의 삼등분점 중 점 P에 가까운 점을 Q라 하자. 선분 OP와 선분 AQ의 교점을 R라 할 때, 호 BQ, 선분 BR, 선분 RQ로 둘러싸인 부분의 넓이를  $f(\theta)$ 라 하자. 선분 AR 위의 두 점 S, T를 지름의 양 끝점으로 하고 선분 OA와 선분 OR에 접하는 반원의 넓이를  $g(\theta)$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\theta \times f(\theta)}{g(\theta)} = a$ 이다.

$20a\pi$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) [4점]



29. 검은색 구슬 3개, 파란색 구슬 2개, 빨간색 구슬 1개를 서로 다른 상자 4개에 남김없이 나누어 넣을 때, 빈 상자의 개수가 1 이하가 되도록 나누어 넣는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색 구슬끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

30. 자연수  $n$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 정수  $m$ 의 값의 합을  $a_n$ 이라 하자.

양의 실수 전체의 집합의 두 부분집합

$$A = \{x \mid x^2 - m = 2\ln x + n - 8\},$$

$$B = \{x \mid x^2 + m = 2\ln x + 3n - 6\}$$

에 대하여  $A = B$ 이다.

$\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]



※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.