2021 EBS 수능특강 선별 20 . 11 Ver.

제작 : 김기대 T

<안내사항>

1. EBS는 최근 체감연계율이 매우 높아졌기 때문에, 전문항 1회독 후 선별문항 2회독 이상 하길 추천합니다.

2. 본 파일은 EBS를 한 번도 보지 않은 학생들을 기준으로 선별되었습니다.
따라서 EBS를 전문항 1회독을 한 학생들은 별표 (중요도)가 3개 이상인 문제들만 보아도 좋습니다.

<중요도 관련 안내>

※ 문항의 절대적 난이도와 중요도는 상관관계가 없습니다.
3점짜리 쉬운 문제여도 신박한 표현이나 완성도 높은 문항은 上등급,
4점짜리 매우 어려운 문제여도 수능스럽지 않은 문항은 下등급을 부여했습니다.

※ 선별 기준 및 별표 등급 안내
선별 기준: 타 교재에서 흔히 볼 수 있고 쉬운 문제는 선별에서 제외, 흔한 문제지만 중요한 문제는 선별.

★등급, ★★등급)
수능 연계 가능성이 적거나 흔한 문제.

★★★등급)
적절한 변형을 가하면 수능 연계 가능성이 약간 보이는 문항, 시중 퀄리티를 보이는 문항

★★★★등급)
적절한 변형을 가하면 수능 연계 가능성이 꽤 높아보이는 문항

★★★★★등급)
자체적으로 완성형인 문제. (=탈 EBS 퀄리티 문항)
오히려 이 완결성 때문에 직접연계가 아닌 간접연계가 돼야하는 아이러니함을 가진 문제.

<주의사항>

1. 본 파일은 수작업한 파일이므로, 간단한 오타와 순서 뒤틀림 등이 있을 수 있습니다.
   정오사항을 말씀해주시면 신속히 공지하겠습니다. (Comment에서의 문법적인 오타도 있지만, 작업량이 너무 많아 적당한 건 넘어갔습니다. 맏춥뻡이 아시운 브븐이 이써도 바주도록 하쟈.)

2. 문항을 제외한 *Comment에 대한 인용* 은 저자 외에 불허합니다.

<자료 활용법>

4 수학 영역(가형) 홀수형

7. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는? [3점]

> (가) $a+b+c+d=8$
> (나) a는 홀수이다.
> (다) $c \ge d$

① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

중요도	★★★★★	쪽 번	028 001	문항코드	20009-0051

기대T Comment

전형적으로 '출제자'와 '해설자'가 달라서 생긴, 문제의 가치를 교재 스스로가 깎아버린 아쉬운 문제이다.
해설지대로 풀면 절대 1등급의 눈을 가졌다고 자부할 수 없다. 이번 10월 교육청에서도 나온, 대칭성을 적극적으로 활용할 수 있어야한다.

(가), (나)는 전제조건이라고 하자. $c>d$인 경우의 수와 $c<d$인 경우의 수는 같기 때문에, 전체 경우의 수에서 $c=d$인 경우의 수를 빼고 반띵을 하면 구할 수 있다. 따라서 전체 경우의 수를 m 이라 하고 $c=d$인 경우의 수를 n 이라고 하면, 정답은 $\frac{m-n}{2}+n=\frac{m+n}{2}$ 이다.

이것만큼은 반드시 이해하고 들어가자. 최근 3개년간 확통에서의 대칭성이 많이 쓰였다. (대부분 풀이들이 논리 없이 '이렇게 하면 정답 나오니까 알아둬라~'라고 푼 풀이들이라 수학전공자로써 안타깝ㅠㅠ)

이번 가형 10월 교육청 29번에서도 비슷한 논리가 쓰였는데, 다음 페이지 칼럼에서 대칭성 꽉 잡고 가기로 하자.

<확률과 통계 칼럼 - 대칭성>

본 칼럼은 내년에 출판될 기대T의 실전개념서에 들어가는 내용으로 함부로 훔쳐 쓰면 큰일나요 ^-^

29. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c의 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수를 구하시오. [4점]

> (가) $a<b<c\le 20$
> (나) 세 변의 길이가 a, b, c인 삼각형이 존재한다.

위 문제는 이번 10월 교육청 가형 29번에 있는 문제이다.
나형에는 다른 문제가 대체되어 나왔으므로 문과 친구들은 읽기 전에 풀어보도록 하고, 이 문제를 풀어본 이과 친구들 역시 다시 한 번 풀어보도록 하자. 내 생각엔 10명 중 8명은 비효율적인 방법으로 풀었을 것이라 생각하고, 효율적인 방법을 찾은 나머지 2명 마저도 이 중 1명은 논리가 빈약할 것이라 생각한다.

자, 그럼 풀이 스타트!

(가)에 의하여 a, b, c는 20이하의 자연수이다.
또한 (가), (나)에 의하여 $a<b<c<a+b$ 이다. (삼각형의 결정조건 물론 $a<b+c, b<c+a$ 도 만족시켜야하지만, (가)의 조건식 때문에 쉽게 만족시킴을 알 수 있다.)

여기서 주목할 식은 $c<a+b$이다. 이 식을 포함하여, 비슷한 식 3개를 써 보겠다.
① $a<b<c$ 이면서 $c<a+b$
② $a<b<c$ 이면서 $c>a+b$
③ $a<b<c$ 이면서 $c=a+b$

우오오오오오오! ①, ②가 부등식 방향만 다르니까 대칭적이에오오오오오!

... 그렇다. 그렇게 하면 정답은 나온다.
근데, 이렇게 풀면 논리부족이다. 왜냐면 ①~③ 의 조건 말고도 $a<b<c$의 조건이 있기 때문이다.

직관적으로 생각해보면 c보다 작은 a, b를 더한 $a+b$란 값은 c보다 클 확률보다는 작을 확률이 좀 더 높아보이는게 일반적인 직관이다. (아니면 그 반대거나.)

적어도 $a+b<c$인 경우와 $a+b>c$인 경우가 정확히 같을 것이라고 손목을 걸만한 직관을 가진 사람은 없을거라 생각한다.

1. 1쪽에 보통 2문제씩 문제들이 있고, 하단에 해당 문제에 대한 Comment가 있습니다.
위 문항을 직접 푼 후 읽는 것이 좋습니다.

2. 우측단에 있는 내용처럼 문항에 관련된 칼럼이나 자작문제가 실릴 때가 있습니다.
해당 칼럼/자작문제 역시 EBS 본문항을 푼 후 보시는걸 추천드립니다.

3. 배점표시 ([2점] [3점] [4점])는 무시해주시면 됩니다.

<수능 후 이과 수리논술 Final 개강안내 - 대치오르비>

자세한 수업시간은 아래 QR코드로 확인 가능합니다.

1주차 (Basic, 한양, 건국, 동국, 과기대)	2주차 (연세, 광운+세종,중앙,이대,아주,에리카)	3주차 (인하대)

개강학교 (ㄱㄴㄷ순)	회차* (기간)	수업일	수업소개 / 마감주의알림 (작년 마감속도 기준)
논술 Basic	1회 (1일)	3(수능 당일) 저녁	- 논술을 본격적으로 준비한 기간이 4개월 이하인 학생들은 수강 강력 추천! - *작년 기준 빠른 마감, 수능 전 등록 추천*
건국대	2회 (1일)	4(금) 점심+저녁	- 아주대와 약간 다른 수학적 자료해석형. 덕분에 충분히 도전해볼만한 난이도. - 당일 집중 특강으로 건국대 스타일 파악? 핵가능!
동국대	1회 (1일)	5(토) 점심	- 독보적 출제 스타일을 가진 학교. 이에 당황하지 않도록 동국대 유형에 필수인 '수학적 모델링 전략'을 제시
광운대 & 세종대	4회 (4일)	8(화) 아침 + 9(수)~11(금) 점심	- 광운대의 제시문이 더 친절하다는 점을 제외하고, 많은 점이 닮은 두 학교. 과목별 패턴분석으로 효율적 정복 가능! - *작년 기준 빠른 접수. 수능 전 예약/등록 추천*
연세대	4회 (2일)	6(일) 저녁 + 7(월) 아침+점심+저녁	- 쉬워지는 과학논술, 수리논술 고득점은 필수! - 예상모의고사로 최근 3년간 급변하고 있는 연대 수리논술 경향을 간접경험 - *올해 최대 응시자수! 빠른 마감 예상. 수능 전 등록 추천*
에리카	3회 (1일)	13(일) 아침+점심+저녁	- 본캠 시험출제에 영감을 주는 분캠이 있다?? 우수한 출제력, 그 때문에 지원자들에겐 버거운 난이도ㅠ *Final 수강 추천*
아주대	3회 (1일)	12(토) 아침+점심+저녁	- 까다로운 자료해석형 시험출제경향. 이를 아는 것과 모르는 것의 차이가 체감난이도로 직결되는 학교!
이화여대	3회 (1일)	9(수)~11(금) 아침	- 문제는 어려우나 합격자 점수를 보면 '해볼만한데?'란 생각이 드는 학교. - 타학교보다 감점에 신경 써야하는 특수성이 있는 학교. 꼼꼼한 첨삭 제공!
인하대	6회 (6일)	14(월)~19(토) ① 점심반 ② 저녁반	- 인하대 논술이 한양대보다 어렵다고? 그래, 어려운 시험이지.. 떨어지기 어려운 시험! 인하대의 특성을 아는 순간, 체감 난이도는 급하강 - 기대T의 시그니쳐 수리논술 Final로, 모든 Final 중 수업 후 만족도가 제일 높은 수업** *작년 기준 매우 빠른 마감, 수능 전 등록 강추*
서울 과기대	3회 (2일)	5(토) 저녁 + 6(일) 아침+점심	- 지원자 실력 대비 어렵게 출제하는 과기대는, 중앙대와 달리 살짝 선 넘을 필요가 있다. 그 선, 내가 제시해줄게.
중앙대	4회 (4일)	8(월) ~ 11(목) 저녁	- 수능 전에 굳이 하지 마라. 중앙대는 Final로 충분히 준비되는 학교니까. - 과유불급! 합격의 선을 정확히, 과하지 않게 제시하는 수업 *Final 수강 추천*
한양대	4회 (1일)	4(금) 아침+점심+ 점저+저녁	- 작년보다 빨라진 한양대의 논술시계 ㅠㅠ 예상모의고사 4회분으로 실력 점검하고 역대 우수기출 총정리된 자습자료로 빠르게 한양대 스타일 흡수! - *작년 기준 매우 빠른 마감, 수능 전 등록 강추*
한양대 (의예과)	1회 (일)	5(토) 점심	- 다른 학원 한양의대 Final 수업내용과 겹치지 않아 중복수강할 수 있음. - 고난도 모의고사 2회분으로 자신의 실력을 한번 더 체크해볼 수 있는 기회

* : 회차가 구분된 수업은 모두 '다른 수업'입니다. 내용이 같은 수업은 인하대 점심반/저녁반 이외에 없습니다.

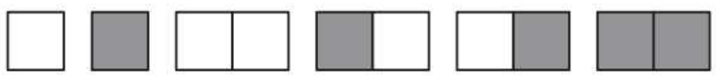
** : 수업 후 설문조사 결과 97.64%가 수업/첨삭 '모두 만족' 답변 ('모두 불만족' 응답률 0%))

제 2 교시 수능완성 가형 확통 모음

홀수형

5지선다형

1. 검은색과 흰색 두 종류의 카드를 일렬로 배열하여 기호를 만들려고 한다. 카드의 색과 상관없이 일렬로 배열 가능한 카드의 장수의 최댓값이 n일 때, 만들 수 있는 모든 기호의 개수를 $f(n)$이라 하자. 예를 들어 $n=2$일 때, 카드의 색과 상관없이 일렬로 배열하는 방법은 다음과 같으므로 $f(2)=6$이다.



$f(n) \geq 2000$을 만족시키는 자연수 n의 최솟값을 구하시오. (단 , 적어도 한 장의 카드는 반드시 사용해야 하고, 검은색과 흰색 카드는 충분히 있고 같은 색의 카드는 서로 구분하지 않는다.) [2점]

중요도	★★	쪽 번	105 009	문항코드	20050-0259

2. 두 집합 X={1, 2, 3, 4, 5}, Y={1, 2, 3}에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f : X \to Y$의 개수는? [2점]

(가) $f(f(1))=2$
(나) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 2 이하이다.

① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

중요도	★★★	쪽 번	105 010	문항코드	20050-0260

기대T Comment
카드가 1, 2, … , n장 있을 때를 나누어 중복순열 해주면 되는 문제. easy

기대T Comment
수특 때랑 비슷한 Comment. (나) 보다는 (가)로 케이스를 나눌 생각을 해줘야한다. 그래야 (나)조건에도 영향을 미치니까.

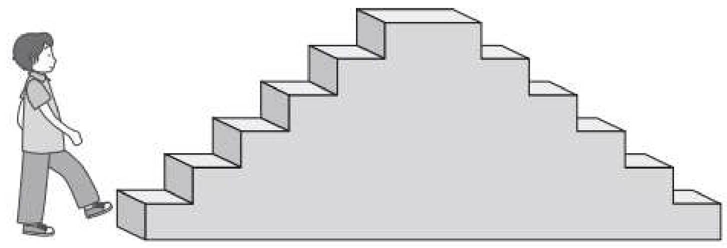
3. 8개의 문자 a,a,a,b,b,c,d,e를 일렬로 나열할 때, c와 d는 서로 이웃하고 d와 e는 서로 이웃하지 않도록 나열하는 경우의 수는? [2점]

① 718 ② 720 ③ 722 ④ 724 ⑤ 726

중요도	★★★	쪽 번	106 012	문항코드	20050-0262

기대T Comment
조건이 2개인데, 두 조건에 동시에 걸치는 d를 기준으로 케이스를 나눠야겠다는 생각을 해준다. 이 때, d가 문자열의 양 끝에 있을 때와 그렇지 않을 때를 케이스로 나누면 좋은 이유도 생각해보고. 또다른 방법으로는, c+d를 묶어서 생각해도 좋다. 아래풀이보다 위의 풀이가 좋을 때에는, d와e 뿐만 아니라 c와 d도 이웃하지 않을 때 라는 조건이라면, 윗 풀이가 더 좋았을 것이다.

4. 그림과 같이 오른쪽과 왼쪽에 각각 6단으로 된 계단이 있다. 이 계단을 다음과 같은 방법으로 올라갔다 내려오는 경우의 수를 구하시오. [3점]



지면에서 출발하여 왼쪽 계단을 한 걸음에 한 단 또는 두 단으로 올라 계단의 맨 위쪽에 도달한다. 그 다음 오른쪽 계단으로 한 걸음에 한 단 또는 두 단 또는 세 단으로 내려와 지면에 도달한다.

중요도	★★	쪽 번	107 017	문항코드	20050-0267

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

기대T Comment
추후에 수리논술을 할 친구들은, 이를 점화식으로 나타내볼 생각을 해봐도 좋다.

5. 어느 고등학교 밴드 동아리의 회장 선거에 세 명의 후보가 출마하였다. 12명의 밴드 동아리 회원이 각각 세 명의 후보 중 서로 다른 두 명에게 무기명으로 투표할 때, 가능한 개표 결과의 경우의 수는? (단, 기권이나 무효표는 없는 것으로 한다.) [3점]

① 90 ② 91 ③ 92 ④ 93 ⑤ 94

중요도	★★★★	쪽번	110 023	문항코드	20050-0273

기대T Comment
서로 다른 두 명한테 투표한다는 것은, 후보 세 명에게 다 표를 우선 줘놓고, 한 명한테만 표를 뺏는 것과 같다. 따라서, 결국 한 후보를 선택하는 것(표뺏기)과 같은 문제가 된다.

6. 네 자연수 2, 3, 5, 7 중에서 중복을 허락하여 3개를 택하고 이들 3개의 수를 모두 곱하여 새로운 자연수를 만들었다. 이렇게 만들어진 자연수를 모두 곱한 값이 210^n의 꼴로 나타날 때, 자연수 n의 값은? [3점]

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

중요도	★★★	쪽번	110 024	문항코드	20050-0274

기대T Comment
기대모의고사에 비슷한 문제가 있다. 210을 소인수분해하여 생각해볼 것.

7. 정규분포 $N(m, \sigma^2)$을 따르는 확률변수가 X인 모집단에서 임의추출한 크기 $n\,(n \geq 2)$인 표본의 표본평균을 $\overline{X}$라 하자. 실수 t에 대하여

$F(t) = P(X \geq t) - P(\overline{X} \geq t)$

라 할 때, 함수 $y = F(t)$의 그래프가 직선 $y = k$와 한 점에서만 만나도록 하는 서로 다른 모든 실수 k의 개수는? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

중요도	★★★★★	쪽 번	166 017	문항코드	20050-0451

기대T Comment
좋은 문제. 요새 수능은 통계에서 어렵게 내진 않지만, 15~17수능일 때도 모평에서 통계 쉽게 내다가 수능에서 준킬러로 애들 점수 도륙냈었음 ㅠ ???:애들 기죽게 통계로 왜 죽였어~ 애들이통계라고무시하고맨날공식만달달달달달달외워서대충푸는거 킹받길래그냥준킬러로죽여버렸~어~ TMI : 자유랭이 아닌 팀랭 시절에, 고대 수학과 동기들과 팀랭을 돌리면 꿀탱탱과 만났었다.

8. 두 종류의 카드 ♧와 ♥가 각각 8장, 4장씩 있다. 이 12장의 카드를 일렬로 나열할 때 카드의 종류의 변화가 3번만 나타나도록 카드를 나열하는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 종류의 카드는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

중요도	★★★★	쪽 번	112 034	문항코드	20050-0284

기대T Comment
♧ ♥ ♧ ♥ 일지 ♥ ♧ ♥ ♧ 일지 케이스를 미리 나눠놓은 후 풀 것. 요즘 유행하는 중복조합문제이다.

9. 다항식 $(x+1)^n$의 전개식을 x에 대하여 오름차순으로 정리할 때, 연속하는 세 항의 계수가 105, 455, 1365이다. 자연수 n의 값을 구하시오. [3점]

중요도	★★★★	쪽 번	114 039	문항코드	20050-0289

기대T Comment
처음보면 당황할 수 있는 문제. 쫄지 말고 ${}_n\mathrm{C}_r$, ${}_n\mathrm{C}_{r+1}$, ${}_n\mathrm{C}_{r+2}$로 두고 이웃한 조합식의 '비'를 생각해보자.

10. 자연수 n에 대하여

$f(n)=\sum_{r=0}^{n}{}_n\mathrm{C}_r 2^{-r}$ 일 때, $\sum_{k=1}^{5}f(k)$의 값은? [4점]

① $\frac{633}{32}$ ② $\frac{317}{16}$ ③ $\frac{635}{32}$ ④ $\frac{159}{8}$ ⑤ $\frac{637}{32}$

중요도	★★★	쪽 번	115 042	문항코드	20050-0292

기대T Comment
이항분포 확률식과 비슷한 듯 다르게 생겼다. 이러한 식을 이항정리 완전체로 어떻게 바꾸는지 알아 둘 필요가 있다. **Hint** : $1^{n-r}=1$

11. 1부터 98까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 카드가 각각 1장씩 98장이 있다. 이 98장의 카드 중에서 동시에 3장의 카드를 택할 때, 카드에 적혀 있는 세 수의 합이 98이 되는 경우의 수는? [4점]

① 752 ② 754 ③ 756 ④ 758 ⑤ 760

중요도	★★★★★ ★★★★★	쪽 번	158 018	문항코드	20050-0422

기대T Comment
아으 동동다리. 이 문제 별표쳐두자. 수능완성을 처음 폈을 때 본 첫문제가 이 문제였는데, 보자마자 감탄했다. 올해 수완도 수특급 퀄리티가 있을 줄 알고. 응. 내 감탄은 거기까지였다.

12. 흰 공 5개와 검은 공 5개가 들어 있는 주머니에서 승우와 주희 두 사람이 공을 꺼내려고 한다. 먼저 승우가 공을 임의로 4개 꺼내고 다음에 주희가 공을 임의로 3개 꺼낼 때, 승우와 주희 두 사람이 같은 수의 흰 공을 꺼낼 확률은? (단, 한 번 꺼낸 공은 다시 주머니에 넣지 않는다.) [4점]

① $\frac{11}{42}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{13}{42}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{14}$

중요도	★★★★	쪽 번	122 015	문항코드	20050-0310

기대T Comment
같은 개수의 흰 공을 뽑으려면 각각 흰 공을 1개, 2개 뽑는 경우의 수 밖에 없으므로 케이스분류를 해야겠다는 생각을 해주면 스무스하다.

13. 빨간 공, 파란 공, 노란 공, 검은 공이 각각 2개씩 총 8개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 동시에 4개의 공을 임의로 꺼낼 때, 꺼낸 공의 색의 종류의 수를 확률변수 X라 하자. 확률변수 X의 평균은? [4점]

① $\frac{106}{35}$ ② $\frac{107}{35}$ ③ $\frac{108}{35}$ ④ $\frac{109}{35}$ ⑤ $\frac{22}{7}$

중요도	★★★★★	쪽 번	173 014	문항코드	20050-0478

기대T Comment
4개의 공을 구성할 색의 종류의 수를 2,3,4로 나누고 각각 확률을 계산하면 된다. 이 때, 2, 4일 때의 확률이 구하기 쉬우므로 (공 개수조합이 고정됨) 각각을 p, q로 구한 뒤 3일 때의 확률을 (1-p-q)로 구하는 것도 하나의 팁. (물론 이 문제에서는, 3일 때의 확률도 구하기 너무 쉬워서 큰 차이는 없겠지만, 이런 툴 정도는 알고 있는 것이 좋다.)

14. X [3점]

<수능 후 이과 수리논술 Final 개강안내 - 대치오르비>

자세한 수업시간은 아래 QR코드로 확인 가능합니다.

1주차 (Basic, 한양, 건국, 동국, 과기대)	2주차 (연세, 광운+세종,중앙,이대,아주,에리카)	3주차 (인하대)

개강학교 (ㄱㄴㄷ순)	회차* (기간)	수업일	수업소개 / 마감주의알림 (작년 마감속도 기준)
논술 Basic	1회 (1일)	3(수능 당일) 저녁	- 논술을 본격적으로 준비한 기간이 4개월 이하인 학생들은 수강 강력 추천! - *작년 기준 빠른 마감, 수능 전 등록 추천*
건국대	2회 (1일)	4(금) 점심+저녁	- 아주대와 약간 다른 수학적 자료해석형. 덕분에 충분히 도전해볼만한 난이도. - 당일 집중 특강으로 건국대 스타일 파악? 핵가능!
동국대	1회 (1일)	5(토) 점심	- 독보적 출제 스타일을 가진 학교. 이에 당황하지 않도록 동국대 유형에 필수인 '수학적 모델링 전략'을 제시
광운대 & 세종대	4회 (4일)	8(화) 아침 + 9(수)~11(금) 점심	- 광운대의 제시문이 더 친절하다는 점을 제외하고, 많은 점이 닮은 두 학교. 과목별 패턴분석으로 효율적 정복 가능! - *작년 기준 빠른 접수. 수능 전 예약/등록 추천*
연세대	4회 (2일)	6(일) 저녁 + 7(월) 아침+점심+저녁	- 쉬워지는 과학논술, 수리논술 고득점은 필수! - 예상모의고사로 최근 3년간 급변하고 있는 연대 수리논술 경향을 간접경험 - *올해 최대 응시자수! 빠른 마감 예상. 수능 전 등록 추천*
에리카	3회 (1일)	13(일) 아침+점심+저녁	- 본캠 시험출제에 영감을 주는 분캠이 있다?? 우수한 출제력, 그 때문에 지원자들에겐 버거운 난이도ㅠ *Final 수강 추천*
아주대	3회 (1일)	12(토) 아침+점심+저녁	- 까다로운 자료해석형 시험출제경향. 이를 아는 것과 모르는 것의 차이가 체감난이도로 직결되는 학교!
이화여대	3회 (1일)	9(수)~11(금) 아침	- 문제는 어려우나 합격자 점수를 보면 '해볼만한데?'란 생각이 드는 학교. - 타학교보다 감점에 신경 써야하는 특수성이 있는 학교. 꼼꼼한 첨삭 제공!
인하대	6회 (6일)	14(월)~19(토) ① 점심반 ② 저녁반	- 인하대 논술이 한양대보다 어렵다고? 그래, 어려운 시험이지.. 떨어지기 어려운 시험! 인하대의 특성을 아는 순간, 체감 난이도는 급하강 - 기대T의 시그니처 수리논술 Final로, 모든 Final 중 수업 후 만족도가 제일 높은 수업** *작년 기준 매우 빠른 마감, 수능 전 등록 강추*
서울 과기대	3회 (2일)	5(토) 저녁 + 6(일) 아침+점심	- 지원자 실력 대비 어렵게 출제하는 과기대는, 중앙대와 달리 살짝 선 넘을 필요가 있다. 그 선, 내가 제시해줄게.
중앙대	4회 (4일)	8(월) ~ 11(목) 저녁	- 수능 전에 굳이 하지 마라. 중앙대는 Final로 충분히 준비되는 학교니까. - 과유불급! 합격의 선을 정확히, 과하지 않게 제시하는 수업 *Final 수강 추천*
한양대	4회 (1일)	4(금) 아침+점심+ 점저+저녁	- 작년보다 빨라진 한양대의 논술시계 ㅠㅠ 예상모의고사 4회분으로 실력 점검하고 역대 우수기출 총정리된 자습자료로 빠르게 한양대 스타일 흡수! - *작년 기준 매우 빠른 마감, 수능 전 등록 강추*
한양대 (의예과)	1회 (일)	5(토) 점심	- 다른 학원 한양의대 Final 수업내용과 겹치지 않아 중복수강할 수 있음. - 고난도 모의고사 2회분으로 자신의 실력을 한번 더 체크해볼 수 있는 기회

* : 회차가 구분된 수업은 모두 '다른 수업'입니다. 내용이 같은 수업은 인하대 점심반/저녁반 이외에 없습니다.

** : 수업 후 설문조사 결과 97.64%가 수업/첨삭 '모두 만족' 답변 ('모두 불만족' 응답률 0%))

15. 두 개의 동전을 동시에 던지는 시행을 192번 반복할 때, 두 개의 동전에서 모두 앞면이 나온 횟수를 확률변수 X라 하자. **보기**에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $V(X)=36$
ㄴ. $P(X=95)<P(X=97)$
ㄷ. $P(X\le 39)>P(X\ge 60)$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

중요도	★★	쪽 번	141 030	문항코드	20050-0364

기대T Comment
시행횟수가 충분히 크면 이항분포를 정규분포로 볼 수 있다는 개념, 배운 적이 있을 것이다. 하지만 수능에서 나오긴 힘들다. '충분히 크면'의 기준이 명확하지 않기 때문이다. 간만에, 복습하는 차원에서 올려두겠다.

16. 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{2}\right)$을 따르는 확률변수 X에 대하여

$V\left(\frac{1}{3}X+1\right)=\frac{1}{3}$일 때, $\sum_{x=0}^{n} x^2 {}_nC_x \left(\frac{1}{2}\right)^n$의 값은? [4점]

① 39
② 42
③ 45
④ 48
⑤ 51

중요도	★★★★★	쪽 번	147 008	문항코드	20050-0382

기대T Comment
$\left(\frac{1}{2}\right)^n=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-r}\times\left(\frac{1}{2}\right)^{n-r}$ 이다. 벌써 두 문제 째.

17. 주머니에 크기와 모양이 같은 n개의 상자가 들어 있다. 그 중에서 m개는 흰색 상자이고 나머지는 검은색 상자이며 3개의 흰색 상자와 5개의 검은색 상자에는 당첨 제비가 각각 하나씩 들어 있다. 주머니에서 임의로 한 개의 상자를 꺼낼 때 당첨 제비가 들어 있는 상자가 나오는 사건을 A, 흰색 상자가 나오는 사건을 B라 하자. 두 사건 A, B가 서로 독립이 되도록 하는 두 자연수 m, n의 모든 순서쌍 (m, n)의 개수를 구하시오. (단, $10 \le m < 100$이고, $n-m \ge 5$) [4점]

중요도	★★★	쪽 번	152 027	문항코드	20050-0401

기대T Comment
보통 이런 문제는 빈칸문제로 변형되는 경우가 많은데, 최근 수능의 빈칸은 수학1의 수학적귀납법에서 나올 확률이 많기 때문에, 단답형으로 준비해두자.

18. 11^{11}의 백의 자리 숫자는? [4점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

중요도	★★	쪽 번	155 006	문항코드	20050-0410

기대T Comment
$(11)^{11} = (10+1)^{11}$을 전개한다.

19. 0에서 9까지의 정수가 하나씩 적혀 있는 10장의 카드가 있다. 이 10장의 카드에서 임의로 3장의 카드를 동시에 택할 때, 이 3장의 카드에 적혀 있는 수 중 가장 큰 값을 a, 가장 작은 값을 b라 하자. 이때 $a-b \le 3$일 확률은? [4점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{7}{40}$ ③ $\frac{11}{60}$ ④ $\frac{23}{120}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

중요도	★★★★	쪽 번	121 014	문항코드	20050-0309

기대T Comment
그린란드X기대 콜라보 모의고사의 변형문제로 사용된 문항이다.

20. $(a+b+c+d)^8$을 전개하여 정리하였을 때, 서로 다른 2개 이상의 문자로 이루어진 서로 다른 항의 개수는? [3점]

① 160 ② 161 ③ 162 ④ 163 ⑤ 164

중요도	★★★	쪽 번	110 025	문항코드	20050-0275

기대T Comment
전체 항의 개수에서 문자 하나로만 이뤄진 항의 개수를 빼주면 되겠다.

21. 주머니에 빨간 $\ast$모양의 스티커 한 개가 붙어 있는 카드 1장과 파란 $\ast$모양의 스티커 한 개가 붙어 있는 카드 1장과 스티커가 붙어 있지 않은 카드 1장이 들어 있다. 이 주머니를 사용하여 다음의 시행을 한다.

> 주머니에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼낼 때, 빨간 $\ast$모양의 스티커가 붙은 카드가 나오면 빨간 $\ast$모양의 스티커 한 개를 그 카드에 더 붙이고 주머니에 다시 넣고, 파란 $\ast$모양의 스티커가 붙은 카드가 나오면 파란 $\ast$모양의 스티커 두 개를 그 카드에 더 붙이고 주머니에 다시 넣고, 스티커가 붙어 있지 않은 카드는 그대로 주머니에 다시 넣는다.

위의 시행을 2번 반복한 뒤 주머니 속에 $\ast$모양의 스티커가 세 개 붙어 있는 카드가 존재할 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

중요도	★★★★	쪽 번	169 028	문항코드	20050-0462

기대T Comment
스티커만 보면 흠칫, 할 수 있지만 이 문제는 풀만하니까 걱정 넣어둬넣어둬 아니 근데 '그 스티커' 문제 내 현역 때 문젠데, 난 1분 컷 했음 ㅅㄱ

22. 상자 속에 숫자 1, 2, 3, 4, 5가 하나씩 적혀 있는 공 5개가 들어 있다. 이 상자에서 공 1개를 임의로 꺼내 적혀 있는 수를 확인한 후 꺼낸 공을 다시 상자에 넣는다. 이와 같은 방법으로 이 상자에서 4개의 공을 차례로 꺼내 확인한 수를 각각 a, b, c, d라 하자.

$(a-b)(b-c)(c-d)(d-a)=0$

이 될 확률은? [3점]

① $\frac{14}{25}$ ② $\frac{71}{125}$ ③ $\frac{72}{125}$ ④ $\frac{73}{125}$ ⑤ $\frac{74}{125}$

중요도	★★★★	쪽 번	123 020	문항코드	20050-0315

기대T Comment
같아도 되는 문자와 달라야만 하는 문자를 잘 구분하여 케이스나눌 것.

<table>
<tr><th colspan="2">기대모의고사 가형/나형 Vol1, 2, 3 링크</th></tr>
<tr><td>Vol.1, 2 : 1등급컷 84~88, 신선함과 동시에 수능스러운 정제됨을 경험할 수 있는 모의고사
Vol.3 (가형) : 올해 6, 9, EBS 반영한 Final 모의고사 (나형은 Vol.3 제작 불발됐습니다.)</td><td>Atom.ac
접속</td></tr>
<tr><th colspan="2">김기대T 수능 후 논술 Final 개강 안내사항</th></tr>
<tr><td>실시간 수능 후 Final 시간표를 확인할 수 있습니다.</td><td></td></tr>
</table>

1) [정답/모범답안]

10

[해설]

카드를 일렬로 1장, 2장, 3장, …, n장 배열할 때, 두 종류의 카드를 사용하여 만들 수 있는
기호의 개수는 각각
${}_2\Pi_1, {}_2\Pi_2, \cdots, {}_2\Pi_n$
이므로 $f(n) = {}_2\Pi_1 + {}_2\Pi_2 + \cdots + {}_2\Pi_n$이 성립한다.
$f(n) \ge 2000$이므로
${}_2\Pi_1 + {}_2\Pi_2 + \cdots + {}_2P_n \ge 2000$
$2^2 + 2^2 + \cdots + 2n \ge 2000$
$\dfrac{2(2^n - 1)}{2-1} \ge 2000, 2^n \ge 1001$
즉, $2^n \ge 2^{10} > 1001, n \ge 10$
따라서 $f(n) \ge 2000$을 만족시키는 n의 최솟값은 10이다.

2) [정답/모범답안]

4

[해설]

$f(1) = 1$이면 $f(\ f(1)) = f(1) = 1$이 되어 조건 (가) $f(\ f(1)) = 2$를 만
족시키지 않으므로 $f(1) \ne 1$이다.
따라서 $f(1) = 2$인 경우와 $f(1) = 3$인 경우로 나누면 다음과 같다.
(ⅰ) $f(1) = 2$이면
조건 (가)에 의하여
$f(f(1)) = f(2) = 2$
조건 (나)에 의하여 $f(3), f(4), f(5)$의 값은 모두 1, 2 중 하나이거나 2, 3 중 하나이어야 한다.
두 가지 경우 모두 서로 다른 2개에서 3개를 택하는 중복순열의 수이므로
$2 \times {}_2\Pi_3 = 2 \times 2^3 = 16$
그런데 $f(3) = f(4) = f(5) = 2$인 경우가 2번 중복되므로 이 경우
함수 f의 개수는
16-1=15
(ⅱ) $f(1) = 3$이면
조건 (가)에 의하여
$f(f(1)) = f(3) = 2$
이고 조건 (나)에 의하여 함수 f 의 치역은 {2, 3}이므로
$f(2), f(4), f(5)$의 값은 모두 2, 3 중 하나이어야 한다.
이때 함수 f 의 개수는 서로 다른 2개에서 3개를 택하는 중복순열의 수이므로
${}_2\Pi_3 = 2^3 = 8$
(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 함수 f 의 개수는
15+8=23

3) [정답/모범답안]

2

[해설]

c와 d를 하나의 문자 A로 생각하면 c, d를 서로 이웃하게 나열하는 방법은 2가지이고 여섯 개의 문자 a, a, a, b, b, A를 일렬로
나열하는 경우의 수는 $\dfrac{6!}{3!2!} = 60$이므로
c와 d가 서로 이웃하도록 나열하는 경우의 수는
2×60=120

∨□∨□∨□∨□∨□∨□∨

이 각각에 대하여 문자 e를 d와 서로 이웃하지 않도록 나열하려면 ∨표시한 7곳 중 d가 놓인 곳의 옆 ∨표시를 제외한 6곳 중 하나에 e를 넣어야 하므로 이 경우의 수는 6
따라서 구하는 경우의 수는
120×6=720

4)

[정답/모범답안]

312

[해설]

(ⅰ) 올라가는 경우의 수
1단을 x회, 2단을 y회 이용하여 6단의 계단을 모두 올라갔다면 방정식 $x + 2y = 6$을
만족시키는 음이 아닌 정수 x, y의 순서쌍(x, y)는
(6, 0), (4, 1), (2, 2), (0, 3)
이고 각각의 경우에 계단을 오르는 경우의 수는
$\dfrac{6!}{6!}, \dfrac{5!}{4!1!}, \dfrac{4!}{2!2!}, \dfrac{3!}{3!}$
이므로 계단을 올라가는 경우의 수는
1+5+6+1=13
(ⅱ) 내려오는 경우의 수
1단을 x회, 2단을 y회, 3단을 z회 이용하여 6단의 계단을 모두 내려왔다면
방정식 $x + 2y + 3z = 6$을 만족시키는 음이 아닌 정수 x, y, z의 순서쌍 (x, y, z)는
(6, 0, 0), (4, 1, 0), (2, 2, 0), (0, 3, 0),
(3, 0, 1), (1, 1, 1), (0, 0, 2)
이고 각각의 경우에 계단을 내려오는 경우의 수는
$\dfrac{6!}{6!}, \dfrac{5!}{4!1!}, \dfrac{4!}{2!2!}, \dfrac{3!}{3!}, \dfrac{4!}{3!1!}, \dfrac{3!}{1!1!1!}, \dfrac{2!}{2!}$
이므로 계단을 내려오는 경우의 수는
1+5+6+1+4+6+1=24

따라서 (ⅰ), (ⅱ) 에서 구하는 경우의 수는
13×24=312

5)

[정답/모범답안]

2

[해설]

세 명의 회장 후보를 A, B, C라 할 때, 각각의 회원은 A, B, C 중 서로 다른 2명에게 무기명 투표하므로 이 중 한 명은 표를 받지 못한다.
따라서 구하는 경우의 수는 12명의 동아리 회원이 각각 세 명의 후보 중 투표하지 않을 1명을 택하는 경우의 수와 같다.
즉, 서로 다른 3개에서 중복을 허락하여 12개를 택하는 중복조합의 수이므로

$${}_3H_{12} = {}_{3+12-1}C_{12} = {}_{14}C_{12} = {}_{14}C_2 = \frac{14\times13}{2\times1} = 91$$

6)

[정답/모범답안]

1

[해설]

2, 3, 5, 7이 모두 소수이므로 중복을 허락하여 3개를 택해 만들어진 수는 모두 서로 다른 자연수가 된다.
따라서 만들어지는 자연수의 개수는

$${}_4H_3 = {}_{4+3-1}C_3 = {}_6C_3 = \frac{6\times5\times4}{3\times2\times1} = 20$$

이들 20개의 자연수를 모두 곱할 때, 곱해지는 소수의 개수는 3×20=60이므로 네 개의 소수 2, 3, 5, 7은 각각 15개씩 곱해지게 된다.
따라서 $2^{15}\times3^{15}\times5^{15}\times7^{15}=(2\times3\times5\times7)^{15}=210^{15}$이므로
n=15

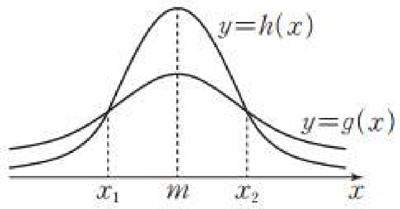
7)

[정답/모범답안]

3

[해설]

확률변수 X의 확률밀도함수를 g(x), 확률변수 $\overline{X}$의 확률밀도함수를
$h(x)$라 하면 확률변수 $\overline{X}$의 평균이 m, 표준편차가 $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$이므로
$y=g(x), y=h(x)$의 그래프는 그림과 같다.



두 곡선 $y=g(x), y=h(x)$의 교점의 x좌표를 $x_1, x_2\ (x_1<x_2)$라 하
면 $x<x_1$일 때 $g(x)>h(x)$이고, $x_1<x<x_2$일 때 $g(x)<h(x)$, $x>x_2$일 때 $g(x)>h(x)$이다.
$G(t)=P(X\le t), H(t)=P(\overline{X}\le t)$라 하면 $F(t)=G(t)-H(t)$이다.

(ⅰ) $t\le x_1$일 때

$G(t)=1-P(X\le t), H(t)=1-P(\overline{X}\le t)$,
$F(t)=P(\overline{X}\le t)-P(X\le t)$이므로 $F(t)<0$이고
t가 커질수록 $F(t)$는 감소한다.
또한, $\lim_{t\to-\infty}P(\overline{X}\le t)=\lim_{t\to-\infty}P(X\le t)=0$이므로
$\lim_{t\to-\infty}F(t)=0$

(ⅱ) $x_1<t<m$일 때

$G(t)=1-P(X\le t), H(t)=1-P(\overline{X}\le t)$,
$F(t)=P(\overline{X}\le t)-P(X\le t)$이므로
t가 커질수록 F(t)는 증가한다.

(ⅲ) $t=m$일 때

$G(m)=H(m)=\frac{1}{2}$
이므로 $F(m)=0$

(ⅳ) $m<t<x_2$일 때

임의의 실수 α에 대하여 $G(m+\alpha)+G(m-\alpha)=1$,
$H(m+\alpha)+H(m-\alpha)=1$이므로
두 함수 $G(t), H(t)$는 모두 점 $\left(m, \frac{1}{2}\right)$에 대하여 점대칭이다.
따라서 t가 커질수록 $F(t)$는 증가한다.

(ⅴ) $t\ge x^{a}$일 때

(ⅳ)와 같은 이유로 인하여, t가 커질수록 $F(t)$는 감소한다.
또한, $\lim_{t\to\infty}P(X\ge t)=\lim_{t\to\infty}P(\overline{X}\ge t)=0$이므로 $\lim_{t\to\infty}F(t)=0$

(ⅰ)~(ⅴ)에서 y=F(t)의 그래프는 그림과 같다.

8)

[정답/모범답안]

42

[해설]

카드의 종류의 변화가 3번 나타나도록 12장의 카드를 나열하려면 ♧♥♧♥ 또는 ♥♧♥♧인 형태에서 나머지 6장의 카드 ♧는 카드 ♧가 있는 자리에, 나머지 2장의 카드 ♥는 카드 ♥가 있는 자리에 놓으면 된다.

(ⅰ) ♧♥♧♥의 형태로 카드를 나열하는 경우

먼저 카드 ♧를 나열하는 경우의 수를 구하면 다음과 같다.

카드 ♧가 놓인 두 부분의 카드 ♧의 개수를 각각 x,y라 하면

방정식 $x+y=8$을 만족시키는 $x \geq 1, y \geq 1$의 모든 자연수의 순서쌍 (x,y)의 개수와 같다.

이때 $x=X+1, y=Y+1$이라 하면 모든 자연수의 순서쌍 (x,y)의 개수는 방정식 $X+Y=6$을

만족시키는 음이 아닌 정수 X, Y의 모든 순서쌍 (X, Y)의 개수와 같다.

즉, 서로 다른 2개에서 중복을 허락하여 6개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_2H_6 = {}_{2+6-1}C_6 = {}_7C_6 = {}_7C_1 = 7$

카드 ♥를 나열하는 경우의 수를 구하면 다음과 같다.

카드 ♥가 놓인 두 부분의 카드 ♥의 개수를 각각 a,b라 하면 방정식 $a+b=4$를

만족시키는 $a \geq 1, b \geq 1$의 모든 자연수의 순서쌍 (a,ba,b)의 개수와 같다.

이때 $a=A+1, b=B+1$이라 하면 모든 자연수의 순서쌍 (a,b)의 개수는 방정식 A+B=2를

만족시키는 음이 아닌 정수 A, B의 모든 순서쌍 (A, B)의 개수와 같다.

즉, 서로 다른 2개에서 중복을 허락하여 2개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_2H_2 = {}_{2+2-1}C_2 = {}_3C_2 = {}_3C_1 = 3$

따라서 ♧♥♧♥의 형태로 카드를 나열하는 경우의 수는

7×3=21

(ⅲ) ♥♧♥♧의 형태로 카드를 나열하는 경우도 같은 방법으로

${}_2H_2 \times {}_2H_6 = 3 \times 7 = 21$

(ⅰ), (ⅲ)에서 구하는 경우의 수는

21+21=42

9)

[정답/모범답안]

15

[해설]

$(x+1)^n$의 전개식의 일반항은 ${}_nC_r\ x^r\ (r=0,1,\cdots,n)$이므로 연속하는 세 항의 계수는

${}_nC_k = \frac{n!}{(n-k)!k!} = 105,$

${}_nC_{k+1} = \frac{n!}{(n-k-1)!(k+1)!} = 455$

${}_nC_{k+2} = \frac{n!}{(n-k-1)!(k+1)!} = 1365$

로 놓을 수 있다.

$\frac{{}_nC_{k+1}}{{}_nC_{k+2}} = \frac{k+1}{n-k} = \frac{10}{455} = \frac{3}{13}$

$13k+13 = 3n-3k, 16k+13 = 3n$ ……㉠

$\frac{{}_nC_{k+1}}{{}_nC_{k+2}} = \frac{k+2}{n-k-1} = \frac{455}{1365} = \frac{1}{3}$

$3k+6 = n-k-1, 4k+7 = n$ ……㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $k=2, n=15$

10)

[정답/모범답안]

1

[해설]

$f(n) = \sum_{r=0}^{n} C_r 2^{-r} = \sum_{r=0}^{n} {}_nC_r \times 1^{n-r} \times \left(\frac{1}{2}\right)^r$

$= \left(1+\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{3}{2}\right)^n$

이므로

$\sum_{k=1}^{5} f(k) = \sum_{k=1}^{5} \left(\frac{3}{2}\right)^k = \frac{\frac{3}{2}\left\{\left(\frac{3}{2}\right)^5 - 1\right\}}{\frac{3}{2}-1}$

$= \frac{729}{32} - 3 = \frac{633}{32}$

11)

[정답/모범답안]

1

[해설]

세 카드에 적혀 있는 숫자를 크지 않은 수부터 차례로 x,y,z라 하면

중복을 허락하지 않을 때는

$x<y<z, x+y+z=98$

중복을 허락할 때는

$x \leq y \leq z, x+y+z=98$ ……㉠

의 해의 개수를 구하면 된다.

$x+y+z=98$의 양의 정수해의 개수는

$x=a+1, y=b+1, z=c+1$ (단, a,b,c는 음이 아닌 정수)

로 놓으면 $a+b+c=95$를 만족시키는 음이 아닌 정수해의 개수와 같다.

즉, 서로 다른 3개에서 중복을 허락하여 95개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

${}_3H_{95} = {}_{3+95-1}C_{95}$

$= {}_{97}C_{95} = {}_{97}C_2$

$= \frac{97 \times 96}{2 \times 1} = 97 \times 48$

세 수의 합이 98일 때 세 수 모두 같은 경우는 없으므로

㉠에서 두 수가 같은 경우의 수는

(1, 1, 96), (2, 2, 94), …, (32, 32, 34)

(32, 33, 33), (30, 34, 34), …, (2, 48, 48)

의 48이고 순서를 고려하면 48×3이다.

서로 다른 순서쌍의 경우의 수는 3!이므로

중복을 허락하지 않는 경우의 수는

$\frac{97\times48-3\times485}{3!}=\frac{94\times48}{6}=94\times8=752$

12)

[정답/모범답안]
1

[해설]
흰 공이 5개뿐이므로 승우와 주희가 같은 수의 흰 공을 꺼내는 경우는 각각 1개씩 또는 2개씩 뽑는 두 가지 경우이다.
승우와 주희가 각각 꺼낸 흰 공의 개수가 1인 사건을 A, 승우와 주희가 각각 꺼낸 흰 공의 개수가 2인 사건을 B라 하자.
사건 A가 일어나는 경우는 승우가 흰 공을 1개, 검은 공을 3개 꺼내고, 남은 공에 대하여 주희는
흰 공을 1개, 검은 공을 2개 꺼내는 경우이므로 사건 A가 일어날 확률은

$P(A)=\frac{{}_5C_1\times{}_5C_3}{{}_{10}C_4}\times\frac{{}_4C_1\times{}_2C_2}{{}_6C_3}$

$=\frac{5}{21}\times\frac{1}{5}=\frac{1}{21}$

사건 B가 일어나는 경우는 승우가 흰 공을 2개, 검은 공을 2개 꺼내고, 남은 공에 대하여 주희는
흰 공을 2개, 검은 공을 1개 꺼내는 경우이므로 사건 B가 일어날 확률은

$P(B)=\frac{{}_5C_2\times{}_5C_2}{{}_{10}C_4}\times\frac{{}_3C_2\times{}_3C_1}{{}_6C_3}$

$=\frac{10}{21}\times\frac{9}{20}=\frac{3}{14}$

따라서 구하는 확률은 두 사건 A와 B가 서로 배반사건이므로 확률의 덧셈정리에 의하여

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$=\frac{1}{21}+\frac{3}{14}=\frac{11}{42}$

13)
[정답/모범답안]
5

[해설]
확률변수 X의 값에 따른 각각의 확률을 구하자.
(ⅰ) X=1인 경우는 없다.
(ⅱ) X=2인 경우는 2개씩 같은 색일 때이므로
4가지 색 중에서 2가지 색을 선택하고 선택된 2가지 색의 공 2개씩
을 모두 선택하는 경우이다.

$P(X=2)=\frac{{}_4C_2\times{}_2C_2\times{}_2C_2}{{}_8C_4}=\frac{6}{70}=\frac{3}{35}$

(ⅲ) X=3인 경우는 2개만 같은 색일 때이므로
4가지 색 중에서 3가지 색을 선택한 후 다시 3가지 색 중에서 2개
모두 뽑을 1가지 색을 선택한 다음, 나머지 2가지 색을 공 2개씩에
서 1개씩을 선택하는 경우이다.

$P(X=3)=\frac{{}_4C_3\times{}_3C_1\times{}_2C_1\times{}_2C_1}{{}_8C_4}=\frac{48}{70}=\frac{24}{35}$

(ⅳ) X=4인 경우는 4가지 색이 모두 1개씩 선택되는 경우이다.

$P(X=4)=\frac{{}_2C_1\times{}_2C_1\times{}_2C_1\times{}_2C_1}{{}_8C_4}=\frac{16}{70}=\frac{8}{35}$

X	2	3	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{3}{35}$	$\frac{24}{35}$	$\frac{8}{35}$	1

따라서 확률변수 X의 평균은

$2\times\frac{3}{35}+3\times\frac{24}{35}+4\times\frac{8}{35}=\frac{6}{35}+\frac{72}{35}+\frac{32}{35}$

$=\frac{110}{35}=\frac{22}{7}$

14)

15)
[정답/모범답안]
3

[해설]
두 개의 동전을 동시에 던질 때, 두 개의 동전이 모두 앞면이 나올 확률
은 $\frac{1}{4}$이므로 두 개의 동전을 동시에 던지는 시행을 192번 반복할 때,
두 개의 동전이 모두 앞면이 나온 횟수인 확률변수 X는 이항분포
$B\left(192,\frac{1}{4}\right)$을 따른다.
ㄱ. 확률변수 X의 평균과 분산은 각각

$E(X)=192\times\frac{1}{4}=48$

V(X)=$192\times\frac{1}{4}\times\frac{3}{4}=6^2$ (참)

ㄴ. $P(X=x)={}_{192}C_x\left(\frac{1}{4}\right)^x\left(\frac{3}{4}\right)^{192-x}$ $(x=0,1,2,\cdots,192)$이므로

$P(X=95)={}_{192}C_{95}\left(\frac{1}{4}\right)^{95}\left(\frac{3}{4}\right)^{97}$

$={}_{192}C_{95}\left(\frac{1}{4}\right)^{95}\left(\frac{3}{4}\right)^{97}$

$P(X=97)={}_{192}C_{97}\left(\frac{1}{4}\right)^{97}\left(\frac{3}{4}\right)^{95}$

$={}_{192}C_{95}\frac{3^{95}}{4^{192}}$

따라서 $P(X=95)>P(X=97)$ (거짓)

ㄷ. 192는 충분히 큰 수이므로 확률변수 X는 근사적으로 정규

분포

$N(48,6^2)$을 따른다.

또한, $Z=\frac{X-48}{6}$이라 하면 확률변수 Z는 표준정규분포

N(0, 1)

을 따르므로

$$P(X \le 39) = P\left(\frac{X-48}{6} \le \frac{39-48}{6}\right)$$
$$= P(Z \le -1.5)$$
$$= P(Z \ge 1.5)$$
$$P(X \ge 60) = P\left(\frac{X-48}{6}6 \ge \frac{60-48}{6}\right)$$
$$= P(Z \ge 2)$$

따라서 $P(X \le 39) > P(X \ge 60)$(참)

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

16)

[정답/모범답안]

1

[해설]

$V\left(\frac{1}{3}X+1\right)=\frac{1}{3}$에서

$\frac{1}{9}V(X)=\frac{1}{3}$이므로 V(X)=3

확률변수 X가 이항분포 B$\left(n,\frac{1}{2}\right)$을 따르므로

$V(X)=n\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=3$에서

n=12

따라서 E(X)=$n\times\frac{1}{2}=12\times\frac{1}{2}=6$이므로

$$\sum_{x=0}^{n} x^2 {}_nC_x\left(\frac{1}{2}\right)^n = \sum_{x=0}^{12} x^2 {}_{12}C_x\left(\frac{1}{2}\right)^{12}$$
$$= E(X^2)$$
$$= V(X)+\{E(X)\}^2$$
$$= 3+6^2$$

=3+36=39

17)

[정답/모범답안]

30

[해설]

m개의 흰색 상자 중에는 당첨 제비가 들어 있는 상자가 3개, 당첨 제비가 들어 있지 않은 상자가 (m-3)개이고, (n-m)개의 검은색 상자 중에는 당첨 제비가 들어 있는 상자가 5개, 당첨 제비가 들어 있지 않은 상자가 (n-m-5)개이다.

그러므로 전체 상자 중에는 당첨 제비가 들어 있는 상자가 3+5=8(개), 당첨 제비가 들어 있지 않은 상자가 (n-8)개이다.

이때 $P(A)=\frac{8}{n}, P(B)=\frac{m}{n}$

$P(A\cap B)=\frac{3}{n}$

즉, 두 사건 A, B가 서로 독립이면

$P(A\cap B)=P(A)P(B)$이어야 하므로

$\frac{3}{n}=\frac{8}{n}\times\frac{m}{n}$에서 $\frac{m}{n}=\frac{3}{8}$

따라서

$\frac{m}{n}=\frac{3\times4}{3\times4}=\frac{3\times5}{3\times5}=\cdots=\frac{3\times33}{8\times33}$

이므로 두 자연수 m, n의 모든 순서쌍 (m, n)의 개수는 30이다.

18)

[정답/모범답안]

3

[해설]

$$11^{11}=(1+10)^{11}$$
$$= {}_{11}C_0+{}_{11}C_1\times10+{}_{11}C_2\times10^2+{}_{11}C_3\times10^3+\cdots+{}_{11}C_{11}\times10^{11}$$
$$=1+110+5500+165000+\cdots$$

이므로 백의 자리 숫자는

1+5=6

19)

[정답/모범답안]

3

[해설]

10장의 카드 중 3장의 카드를 택하는 경우의 수는

${}_{10}C_3=\frac{10\times9\times8}{3\times2\times1}=120$

$a-b\le3$에서 $a-b=2$인 사건을 A, $a-b=3$인 사건을 B라 하자.

3장의 카드에 적혀 있는 수를 순서쌍 (a,c,b)로 나타내면

사건 A가 일어나는 경우의 수는

$a>c>b, a=b+2$에서

$(b+2,b+1,b)(b=0,1,2,3,\cdots,7)$

8이므로 사건 A가 일어날 확률은

$P(A)=\frac{8}{120}=\frac{1}{15}$

사건 B가 일어나는 경우의 수는

$a>c>b, a=b+3$에서

$(b+3,b+1,b)$ 또는 $(b+3,b+2,b)(b=0,1,2,3,\cdots,6)$

7_2=14이므로 사건 B가 일어날 확률은

$P(B)=\frac{14}{120}=\frac{7}{60}$

따라서 구하는 확률은 두 사건 A와 B가 서로 배반사건이므로

확률의 덧셈정리에 의하여

$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$= \frac{1}{15} + \frac{7}{60}$

$= \frac{11}{60}$

20)

[정답/모범답안]

2

[해설]

$(a+b+c+d)^8$ 의 전개식에서 서로 다른 항의 개수는 서로 다른 네 문자 a,b,c,d에서 중복을 허락하여 8개를 택하는 중복조합의 수이므로

$_4H_8 = {}_{4+8-1}C_8 = {}_{11}C_8 = {}_{11}C_3 = \frac{11 \times 10 \times 9}{3 \times 2 \times 1} = 165$

이때 한 개의 문자만 있는 항은 a^8, b^8, c^8, d^8의 4개이므로 구하는 항의 개수는

165-4=161

{다른 풀이}

$(a+b+c+d)^8$의 전개식에서 각 항을 $a^x b^y c^z d^w$이라 하면 서로 다른 항의 개수는 방정식 $x+y+z+w=8$을 만족시키는 음이 아닌 정수 x,y,z,w의 모든 순서쌍 (x,y,z,w)의 개수와 같다. 즉, 서로 다른 4개에서 중복을 허락하여 8개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$_4H_8 = {}_{4+8-1}C8 = {}_{11}C_8 = {}_{11}C_3 = \frac{11 \times 10 \times 9}{3 \times 2 \times 1} = 165$

이때 한 개의 문자만 있는 항은 a^8, b^8, c^8, d^8 의 4개이므로 구하는 항의 개수는

165-4=161

21)

[정답/모범답안]

5

[해설]

한 번의 시행을 할 때

빨간 $*$모양의 스티커가 붙어 있는 카드가 꺼내어지는 것을 a

파란 $*$모양의 스티커가 붙어 있는 카드가 꺼내어지는 것을 b

스티커가 붙어 있지 않은 카드가 꺼내어지는 것을 c로 나타내고

한 번의 시행에서 a와 b,b와 c,c와 a가 나타나는 사건을 각각 A, B,C라 하자.

$P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{3}$

이고, 두 번의 시행 후 빨간 $*$모양의 스티커가 세 개 붙어 있는 카드가 있으려면

‘사건 A와 사건 A’ 또는 ‘사건 A와 사건 C’ 또는 ‘사건 C와 사건 A’ 또

는 ‘사건 C와 사건 C’가 일어나야 하므로 그 확률은

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 4 = \frac{4}{9}$

두 번의 시행 후 파란 $*$모양의 스티커가 세 개 붙어 있는 카드가 있으려

면 ‘사건 A와 사건 C’ 또는 ‘사건 C와 사건 A’ 또는 ‘사건 B와 사건 C’

또는 ‘사건 C와 사건 B’가 일어나야 하므로 그 확률은

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 4 = \frac{4}{9}$

두 번의 시행 후 빨간 *모양의 스티커 세 개가 붙어 있는 카드도 있고

파란 $*$모양의 스티커 세 개가 붙어 있는 카드도 있으려면

‘사건 A와 사건 C’ 또는 ‘사건 C와 사건 A’가 일어나야 하므로 그 확률은

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{9}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{9} + \frac{4}{9} - \frac{2}{9} = \frac{2}{3}$이므로

$p+q=5$

22)

[정답/모범답안]

4

[해설]

5개의 공에서 중복을 허락하여 4개의 공을 꺼내 적혀 있는 수를 차례로 나열하는 모든 경우의 수는 5^4

$(a-b)(b-c)(c-d)(d-a) = 0$인 사건을 A라 하면 사건 A의 여사건 A^C 은

$(a-b)(b-c)(c-d)(d-a) \neq 0$인 사건이다.

즉, 사건 A^C 은 $a \neq b, b \neq c, c \neq d, d \neq a$이고

이때 a와 c는 같아도 되고 b와 d도 같아도 되므로 a에 올 수 있는 수는 5가지이고, b와 d에는

a와 다른 수를 써야 하므로 다음 두 가지 경우로 나눌 수 있다.

(ⅰ) $b=d$인 경우

b는 a와 다른 수이므로 4가지, d와 b는 같은 수이므로 1가지,

c는 b,d와 다른 수이므로 4가지이다.

그러므로 조건을 만족시키는 경우의 수는 4×1×4=16

(ⅱ) $b \neq d$인 경우

b는 a와 다른 수이므로 4가지, d는 a, b와 다른 수이므로 3가지,

c는 b, d와 다른 수이므로 3가지이다.

그러므로 조건을 만족시키는 경우의 수는 4×3×3=36

(ⅰ), (ⅱ)로부터 $(a-b)(b-c)(c-d)(d-a) \neq 0$일 확률은

$P(A^C) = \frac{5 \times (16+36)}{5^4} = \frac{52}{125}$

따라서 구하는 확률은

$P(A)=1-P(A^C)$

$=1-\frac{52}{125}=\frac{73}{125}$