2021 EBS 수능특강 선별 20 . 11 Ver.

제작 : 김기대 T

<안내사항>

1. EBS는 최근 체감연계율이 매우 높아졌기 때문에, 전문항 1회독 후 선별문항 2회독 이상 하길 추천합니다.

2. 본 파일은 EBS를 한 번도 보지 않은 학생들을 기준으로 선별되었습니다.
따라서 EBS를 전문항 1회독을 한 학생들은 별표 (중요도)가 3개 이상인 문제들만 보아도 좋습니다.

<중요도 관련 안내>

※ 문항의 절대적 난이도와 중요도는 상관관계가 없습니다.
3점짜리 쉬운 문제여도 신박한 표현이나 완성도 높은 문항은 上등급,
4점짜리 매우 어려운 문제여도 수능스럽지 않은 문항은 下등급을 부여했습니다.

※ 선별 기준 및 별표 등급 안내
선별 기준: 타 교재에서 흔히 볼 수 있고 쉬운 문제는 선별에서 제외, 흔한 문제지만 중요한 문제는 선별.

★등급, ★★등급)
수능 연계 가능성이 적거나 흔한 문제.

★★★등급)
적절한 변형을 가하면 수능 연계 가능성이 약간 보이는 문항, 시중 퀄리티를 보이는 문항

★★★★등급)
적절한 변형을 가하면 수능 연계 가능성이 꽤 높아보이는 문항

★★★★★등급)
자체적으로 완성형인 문제. (=탈 EBS 퀄리티 문항)
오히려 이 완결성 때문에 직접연계가 아닌 간접연계가 돼야하는 아이러니함을 가진 문제.

<주의사항>

1. 본 파일은 수작업한 파일이므로, 간단한 오타와 순서 뒤틀림 등이 있을 수 있습니다.
정오사항을 말씀해주시면 신속히 공지하겠습니다. (Comment에서의 문법적인 오타도 있지만, 작업량이 너무 많아 적당한 건 넘어갔습니다. 맏춤뻡이 아시운 브븐이 이써도 바주도록 하쟈.)

2. 문항을 제외한 *Comment에 대한 인용* 은 저자 외에 불허합니다.

<자료 활용법>

7. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는? [3점]

> (가) $a+b+c+d=8$
> (나) a는 홀수이다.
> (다) $c \ge d$

① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

중요도	★★★★★	쪽번	028 001	문항코드	20009-0051

기대T Comment

전형적으로 '출제자'와 '해설자'가 달라서 생긴, 문제의 가치를 교재 스스로가 깎아버린 아쉬운 문제이다.
해설지대로 풀면 절대 1등급의 눈을 가졌다고 자부할 수 없다. 이번 10월 교육청에서도 나온, 대칭성을 적극적으로 활용할 수 있어야한다.

(가), (나)는 전제조건이라고 하자. $c>d$인 경우의 수와 $c<d$인 경우의 수는 같기 때문에, 전체 경우의 수에서 $c=d$인 경우의 수를 빼고 반띵을 하면 구할 수 있다. 따라서 전체 경우의 수를 m 이라 하고 $c=d$인 경우의 수를 n 이라고 하면, 정답은 $\frac{m-n}{2}+n=\frac{m+n}{2}$ 이다.

이것만큼은 반드시 이해하고 들어가자. 최근 3개년간 확통에서의 대칭성이 많이 쓰였다. (대부분 풀이들이 논리 없이 '이렇게 하면 정답 나오니까 알아둬라~'라고 푼 풀이들이라 수학전공자로써 안타깝ㅠㅠ)

이번 가형 10월 교육청 29번에서도 비슷한 논리가 쓰였는데, 다음 페이지 칼럼에서 대칭성 꽉 잡고 가기로 하자.

<확률과 통계 칼럼 – 대칭성>

본 칼럼은 내년에 출판될 기대T의 실전개념서에 들어가는 내용으로 함부로 훔쳐 쓰면 큰일나요 ^-^

29. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c의 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수를 구하시오. [4점]

> (가) $a<b<c\le 20$
> (나) 세 변의 길이가 a, b, c인 삼각형이 존재한다.

위 문제는 이번 10월 교육청 가형 29번에 있는 문제이다.
나형에는 다른 문제가 대체되어 나왔으므로 문과 친구들은 읽기 전에 풀어보도록 하고, 이 문제를 풀어본 이과 친구들 역시 다시 한 번 풀어보도록 하자. 내 생각엔 10명 중 8명은 비효율적인 방법으로 풀었을 것이라 생각하고, 효율적인 방법을 찾은 나머지 2명 마저도 이 중 1명은 논리가 빈약할 것이라 생각한다.

자, 그럼 풀이 스타트!

(가)에 의하여 a, b, c는 20이하의 자연수이다.
또한 (가), (나)에 의하여 $a<b<c<a+b$ 이다. (삼각형의 결정조건 물론 $a<b+c, b<c+a$ 도 만족시켜야하지만, (가)의 조건식 때문에 쉽게 만족시킴을 알 수 있다.)

여기서 주목할 식은 $c<a+b$이다. 이 식을 포함하여, 비슷한 식 3개를 써 보겠다.
① $a<b<c$ 이면서 $c<a+b$
② $a<b<c$ 이면서 $c>a+b$
③ $a<b<c$ 이면서 $c=a+b$

우오오오오오오! ①, ②가 부등식 방향만 다르니까 대칭적이에오오오오오!

... 그렇다. 그렇게 하면 정답은 나온다.
근데, 이렇게 풀면 논리부족이다. 왜냐면 ①~③ 의 조건 말고도 $a<b<c$의 조건이 있기 때문이다.

직관적으로 생각해보면, c보다 작은 a, b를 더한 $a+b$란 값은 c보다 클 확률보다는 작을 확률이 좀 더 높아보이는게 일반적인 직관이다. (아니면 그 반대거나.)

적어도 $a+b<c$인 경우와 $a+b>c$인 경우가 정확히 같을 것이라고 손목을 걸만한 직관을 가진 사람은 없을거라 생각한다.

1. 1쪽에 보통 2문제씩 문제들이 있고, 하단에 해당 문제에 대한 Comment가 있습니다.
위 문항을 직접 푼 후 읽는 것이 좋습니다.

2. 우측단에 있는 내용처럼 문항에 관련된 칼럼이나 자작문제가 실릴 때가 있습니다.
해당 칼럼/자작문제 역시 EBS 본문항을 푼 후 보시는걸 추천드립니다.

3. 배점표시 ([2점] [3점] [4점])는 무시해주시면 됩니다.

<수능 후 이과 수리논술 Final 개강안내 - 대치오르비>

올해 코로나로 인해 한 반의 정원이 제한적이므로, *작년보다 더 빠른 마감이 진행될 것으로 보입니다.*

최종시간표와 수강신청일이 고지되면 빠른 등록 추천 드립니다. (11일 (수) ~ 13일 (금) 사이 고지 예정)

cf. *비대면 수업신청은 추후 공지합니다.*

개강학교 (ㄱㄴㄷ순)	회차* (기간)	수업일**	수업소개 / 마감주의알림 (작년 마감속도 기준)
논술 Basic	1회 (1일)	3(수능 당일) 저녁	- 논술을 본격적으로 준비한 기간이 4개월 이하인 학생들은 수강 강력 추천! - *작년 기준 빠른 마감, 수능 전 등록 추천*
건국대	2회 (1일)	4(금) 점심+저녁	- 아주대와 약간 다른 수학적 자료해석형. 덕분에 충분히 도전해볼만한 난이도. - 당일 집중 특강으로 건국대 스타일 파악? 핵가능!
동국대	1회 (1일)	5(토) 점심	- 독보적 출제 스타일을 가진 학교. 이에 당황하지 않도록 동국대 유형에 필수인 '수학적 모델링 전략'을 제시
광운대 & 세종대	4회 (4일)	8(화) 아침 + 9(수)~11(금) 점심	- 광운대의 제시문이 더 친절하다는 점을 제외하고, 많은 점이 닮은 두 학교. 과목별 패턴분석으로 효율적 정복 가능! - *작년 기준 빠른 접수. 수능 전 예약/등록 추천*
연세대	4회 (2일)	6(일) 저녁 + 7(월) 아침+점심+저녁	- 쉬워지는 과학논술, 수리논술 고득점은 필수! - 예상모의고사로 최근 3년간 급변하고 있는 연대 수리논술 경향을 간접경험 - *올해 최대 응시자수! 빠른 마감 예상. 수능 전 등록 추천*
에리카	3회 (1일)	13(일) 아침+점심+저녁	- 본캠 시험출제에 영감을 주는 분캠이 있다?? 우수한 출제력, 그 때문에 지원자들에겐 버거운 난이도ㅠ *Final 수강 추천*
아주대	3회 (1일)	12(토) 아침+점심+저녁	- 까다로운 자료해석형 시험출제경향. 이를 아는 것과 모르는 것의 차이가 체감난이도로 직결되는 학교!
이화여대	3회 (1일)	9(수)~11(금) 아침	- 문제는 어려우나 합격자 점수를 보면 '해볼만한데?'란 생각이 드는 학교. - 타학교보다 감점에 신경 써야하는 특수성이 있는 학교. 꼼꼼한 첨삭 제공!
인하대	6회 (6일)	14(월)~19(토) ① 점심반 ② 저녁반	- 인하대 논술이 한양대보다 어렵다고? 그래, 어려운 시험이지.. 떨어지기 어려운 시험! 인하대의 특성을 아는 순간, 체감 난이도는 급하강 - 기대T의 시그니쳐 수리논술 Final로, 모든 Final 중 수업 후 만족도가 제일 높은 수업*** *작년 기준 매우 빠른 마감, 수능 전 등록 강추*
서울 과기대	3회 (2일)	5(토) 저녁 + 6(일) 아침+점심	- 지원자 실력 대비 어렵게 출제하는 과기대는, 중앙대와 달리 살짝 선 넘을 필요가 있다. 그 선, 내가 제시해줄게.
중앙대	4회 (4일)	8(월) ~ 11(목) 저녁	- 수능 전에 굳이 하지 마라. 중앙대는 Final로 충분히 준비되는 학교니까. - 과유불급! 합격의 선을 정확히, 과하지 않게 제시하는 수업 *Final 수강 추천*
한양대	4회 (1일)	4(금) 아침+점심+ 점저+저녁	- 작년보다 빨라진 한양대의 논술시계 ㅠㅠ 예상모의고사 4회분으로 실력 점검하고 역대 우수기출 총정리된 자습자료로 빠르게 한양대 스타일 흡수! - *작년 기준 매우 빠른 마감, 수능 전 등록 강추*
한양대 (의예과)	1회 (일)	5(토) 점심	- 다른 학원 한양의대 Final 수업내용과 겹치지 않아 중복수강할 수 있음. - 고난도 모의고사 2회분으로 자신의 실력을 한번 더 체크해볼 수 있는 기회

* : 회차가 구분된 수업은 모두 '다른 수업'입니다. 내용이 같은 수업은 인하대 점심반/저녁반 이외에 없습니다.

** : 대부분 수업은 아침 09:00~13:00, 점심 13:30~17:30, 저녁 18:00~22:00입니다. 한양대 등 몇몇 학교 Final은 앞뒤로 30분~1시간 정도의 차이가 있을 수 있으므로, 추후 확정시간표로 확인 부탁드립니다.

*** : 수업 후 설문조사 결과 97.64%가 수업/첨삭 '모두 만족' 답변 ('모두 불만족' 응답률 0%))

제 2 교시 EBS 수능특강 확률과통계 홀수형

5지선다형

1. 세 문자 a, b, c 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열할 때, 이웃하는 a와 b가 존재하도록 나열하는 경우의 수는? [2점]

① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

중요도	★★	쪽 번	013 008	문항코드	20009-0022

기대T Comment

확통 스타트! 수특/수완 전권 통틀어서 제일 값어치 하는 교재라 하면 단언컨대 수특 그 중에서도 확통이다.

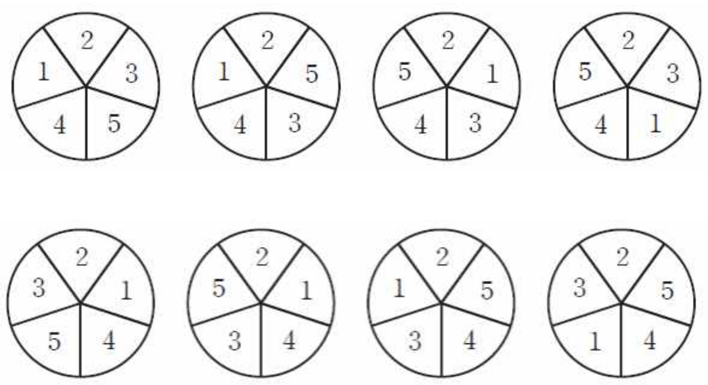
그 교재의 첫 번째 문제. 변형포인트로는
1. 개수 (4개)를 늘리는 방법
2. 문자의 종류를 늘리는 방법
이 있다. 이 경우, 해설지의 풀이로는 어느정도 한계가 있음을 알 수 있다. 따라서 이 문제는 여사건을 쓰는 연습을 하도록 하자.
a, b가 이웃하는 경우가 있는데, 그러한 경우가 몇 번이나 있는지, 또 그러한 경우가 연속적인지 비연속적인지 모르므로 당연히 여사건으로 가는게 일감이다.

확통에서는 위와 같은 코멘트가 많을건데, 노파심에 말하고 넘어가겠다. 이 문제에서 편한 방법? 당연히 알려준다. 하지만 원래 풀이와 비교하여 큰 차이가 안나는 경우, 혹은 오히려 더 불편한 경우가 있을 수 있다. 그거슨.. 기대T의 빅피쳐! 위 문제처럼 변형요소가 여러 가지인 경우, 그 여러 상황에서 모두 먹히는 방법을 모두 정리해둘 필요가 있고, 나는 그 방법들을 제시해주는 것이다. 이 문제에서만 먹히는 풀이만 연습하는 것은, 수능시험이 아닌! EBS 복습테스트를 준비하는 것과 똑같은, 멍청한 짓임을 명심하자.

2. 5 이상의 자연수 n에 대하여 중심각의 크기가 같은 n개의 부채꼴로 원판을 나눈 후, 다음 조건을 만족시키도록 1부터 n까지의 자연수를 각 부채꼴에 하나씩 모두 적는 경우의 수를 $f(n)$이라 하자.

> (가) 짝수를 적은 부채꼴끼리는 서로 이웃하지 않는다.
> (나) 1을 적은 부채꼴과 n을 적은 부채꼴은 서로 이웃하지 않는다.

예를 들어 $n=5$일 때 조건을 만족시키도록 1부터 5까지의 자연수를 적는 경우는 다음과 같이 8가지가 있으므로 $f(5)=8$이다.



$\dfrac{f(n)}{f(n+1)}=\dfrac{1}{60}$을 만족시키는 자연수 n의 값을 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [2점]

중요도	★★★★	쪽 번	014 001	문항코드	20009-0023

기대T Comment

어메이징한 문제. 문제로의 감동보다는 '적당한 퀄리티를 유지한 채 이런 난이도의 문제를 EBS가 낼 수 있었구나' 라는 깨달음을 준 문제이다.

다만 현 상태로는 홀짝을 나눠야하는 어려움이 있는 문제라, n의 홀짝성을 정해준 채 문제를 다운그레이드하여 내는 방안이 제일 느낌있다고 생각한다.

2회독 이상이면 중요도 ★ 3개 이상만 봐도 무방합니다만, Comment는 전문항 다 읽어보기 바랍니다.

3. 두 집합 $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$, $B=\{1, 2, 3, 4, 5\}$에 대하여 A에서 B로의 함수 f 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수의 개수는? [2점]

> (가) $f(1)+f(3)=4$
> (나) 함수 f의 치역의 원소의 개수는 3이다.

① 2316 ② 2326 ③ 2336 ④ 2346 ⑤ 2356

중요도	★★★	쪽 번	014 002	문항코드	20009-0024

기대T Comment
함수와 경우의 수는 떼어놀 수 없지라~ 함수에서의 경우의 수가 자주 나오는 이유는 '함수 자체가 잘 정의가 되있기 때문'이다. 함수가 중요하기 때문에 경우의 수와 엮어서 내는건... 아니다.. (언젠가 들은 충격적인 소리라 TMI 방출) 이와 별개로, 잘 짜여진 문제이다. 기준이 (가)가 될지 (나)가 될지 생각해보면, (가)의 케이스를 나누는 과정에서 치역 원소의 개수의 '최솟값'이 결정된다. 이는 (나)에 영향을 간접적으로 주기 때문에, (나)보다는 (가)를 우선으로 삼아야겠단 결론에 다다를 수 있고, 이런 과정이 바로 문제접근과정 이다.

4. 흰 공 9개, 검은 공 9개, 파란 공 9개 중에서 9개의 공을 택하여 세 상자 A, B, C에 각각 3개씩 넣을 때, 상자 A와 상자 B에 넣은 파란 공의 총 개수가 4이고, 상자 C에 넣은 흰 공의 개수가 상자 A에 넣은 파란 공의 개수와 같은 경우의 수는? (단, 같은 색의 공은 구분하지 않는다.) [3점]

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

중요도	★★★★	쪽 번	026 001	문항코드	20009-0043

기대T Comment
경우의 수에는 '공' '상자' 의 구분 여부를 동그라미, 별표 등으로 확실히 표시해둔 후 문제에 접근하자. 안 그러면 주관식에서 개털린다. 반면 확률에서는 '공' '상자' 등의 구분여부는 1도 중요하지 않다. 실제로 평가원 문제에서는 구분에 관련된 멘트가 1도 없음을 알 수 있다.

5. 같은 종류의 빵 7개와 같은 종류의 음료수 3개를 세 사람에게 남김없이 나누어 줄 때, 아무것도 받지 못하는 사람이 생기지 않도록 나누어 주는 경우의 수는? [3점]

① 227 ② 247 ③ 267 ④ 287 ⑤ 307

중요도	★★★★	쪽 번	026 002	문항코드	20009-0044

기대T Comment
이 문제도 많은 교재에서 변형된, '좋은 소재'의 문제이다. 기대모의고사에서는 콜라-사이다 문제를 참고하면 좋다.

6. 집합 $X=\{1,2,3,4,5\}$에 대하여 X에서 X로의 함수 f 중 다음 조건을 만족시키는 함수의 개수는? [3점]

> (가) 집합 X의 임의의 두 원소 x_1, x_2에 대하여 $x_1 < x_2$이면 $f(x_1) \geq f(x_2)$이다.
> (나) 함수 f의 치역의 원소의 개수는 4 이하이다.

① 121 ② 122 ③ 123 ④ 124 ⑤ 125

중요도	★★★★★	쪽 번	026 003	문항코드	20009-0045

기대T Comment
3번 멘트와는 다르게, 이번엔 (가)보다는 (나)가 중요하므로 (나)부터 신경쓸 것.. 또한 치역의 원소의 개수의 최댓값이 5라는 것을 발견했으면? 아 (나)에 있는 '4 이하' 가만둘 수 없지 ㅋㅋㅋㅋ 여사건 조지부시! 여사건 쓸 때, (가)는 '전제조건'으로 생각해야한다는 것, 잊지 말자

7. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는? [3점]

(가) $a+b+c+d=8$
(나) a는 홀수이다.
(다) $c \geq d$

① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

중요도	★★★★★	쪽 번	028 001	문항코드	20009-0051

기대T Comment

전형적으로 '출제자'와 '해설자'가 달라서 생긴, 문제의 가치를 교재 스스로가 깎아버린 아쉬운 문제이다.
해설지대로 풀면 절대 1등급의 눈을 가졌다고 자부할 수 없다. 이번 10월 교육청에서도 나온, 대칭성을 적극적으로 활용할 수 있어야한다.

(가), (나)는 전제조건이라고 하자. $c>d$인 경우의 수와 $c<d$인 경우의 수는 같기 때문에, 전체 경우의 수에서 $c=d$인 경우의 수를 빼고 반띵을 하면 구할 수 있다. 따라서 전체 경우의 수를 m 이라 하고 $c=d$인 경우의 수를 n 이라고 하면, 정답은 $\frac{m-n}{2}+n=\frac{m+n}{2}$ 이다.

이것만큼은 반드시 이해하고 들어가자. 최근 3개년간 확통에서의 대칭성이 많이 쓰였다. (대부분 풀이들이 논리 없이 '이렇게 하면 정답 나오니까 알아둬라~'라고 푼 풀이들이라 수학전공자로써 안타깝ㅠㅠ)

이번 가형 10월 교육청 29번에서도 비슷한 논리가 쓰였는데,
다음 페이지 칼럼에서 대칭성 꽉 잡고 가기로 하자.

<확률과 통계 칼럼 - 대칭성>

본 칼럼은 내년에 출판될 기대T의 실전개념서에 들어가는 내용으로, 함부로 훔쳐 쓰면 큰일나요 ^-^

29. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c의 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수를 구하시오. [4점]

> (가) $a<b<c\leq 20$
> (나) 세 변의 길이가 a, b, c인 삼각형이 존재한다.

위 문제는 이번 10월 교육청 가형 29번에 있는 문제이다.
나형에는 다른 문제가 대체되어 나왔으므로 문과 친구들은 읽기 전에 풀어보도록 하고, 이 문제를 풀어본 이과 친구들 역시 다시 한 번 풀어보도록 하자. 내 생각엔, 10명 중 8명은 비효율적인 방법으로 풀었을 것이라 생각하고, 효율적인 방법을 찾은 나머지 2명 마저도 이 중 1명은 논리가 빈약할 것이라 생각한다.

자, 그럼 풀이 스타트!

(가)에 의하여 a, b, c는 20이하의 자연수이다.
또한 (가), (나)에 의하여 $a<b<c<a+b$ 이다. (삼각형의 결정조건! 물론 $a<b+c, b<c+a$ 도 만족시켜야하지만, (가)의 조건식 때문에 쉽게 만족시킴을 알 수 있다.)

여기서 주목할 식은 $c<a+b$이다. 이 식을 포함하여, 비슷한 식 3개를 써 보겠다.
① $a<b<c$ 이면서 $c<a+b$
② $a<b<c$ 이면서 $c>a+b$
③ $a<b<c$ 이면서 $c=a+b$

우오오오오오오! ①, ②가 부등식 방향만 다르니까 대칭적이에오오오오오!

.... 그렇다. 그렇게 하면 정답은 나온다.
근데, 이렇게 풀면 논리부족이다. 왜냐면 ①~③ 의 조건 말고도 $a<b<c$의 조건이 있기 때문이다.

직관적으로 생각해보면, c보다 작은 a, b를 더한 $a+b$란 값은 c보다 클 확률보다는 작을 확률이 좀 더 높아보이는게 일반적인 직관이다. (아니면, 그 반대거나.)

적어도 $a+b<c$인 경우와 $a+b>c$인 경우가 정확히 같을 것이라고 손목을 걸만한 직관을 가진 사람은 없을거라 생각한다.

하지만 이 흔한 직관이 틀렸음을 보이겠다. 즉,
① $a<b<c$이면서 $c<a+b$인 경우와
② $a<b<c$이면서 $c>a+b$인 경우가 정확히 같음을 보이겠다.
② $a<b<c$이면서 $c>a+b$인 경우에서, $a=c-a', b=c-b'$ 이란는 약간의 치환을 하겠다. 이렇게 두면, $a+a'=c, b+b'=c$이므로 a, b, a', b' 모두 c보다는 작은 자연수가 된다. ... ⓐ

이 식을 $c>a+b$에 대입하면 $c>(c-a')+(c-b')$이 되며, 정리하면 $a'+b'>c$가 된다.

???

$c<a'+b'$이 된다니까?? ... ⓑ

???

<u>ⓐ, ⓑ를 종합하면, 결국 ②가 ①과 같은 형태가 나온거다!</u> ... ⓒ

따라서, (a, b, c)를 결정짓는 전체 경우의 수인 ${}_{20}\mathrm{H}_3$에서 ($c=a+b$ and $a<b$)인 경우의 수를 뺀 다음 반띵을 하면 정답이다.

대칭성을 이용하여 아주 멋지게 풀어낸 케이스.

심지어 ㅋㅋㅋ ($c=a+b$ and $a<b$)인 경우의 수 구할 때에도 $a=b$인 경우를 빼서 반띵해가꼬 구할 수 있음. 대칭성 goat,,

최종 정답 식은

$$\frac{{}_{20}\mathrm{C}_3-\left\{\dfrac{\left(\displaystyle\sum_{c=2}^{20}{}_2\mathrm{H}_{c-2}\right)-10}{2}\right\}}{2}=525$$

이다. 복잡한 계산식? 아예 없다. 그냥 저 수식이 젠부데쓰

cf. 날카로운 친구들은, 위에 밑줄 친 ⓒ 부분에서 원래는 $a<b$여야 하니까 $a'<b'$이어야 하는데 실제로는 $b'<a'$이 나와서 '서로 다른거 아니야?' 라는 의심을 할 수 있고, 이는 합리적 의심이다.

하지만 $a'+b'=b'+a'$이라는 교환법칙을 생각하면, 이것은 문제에 영향을 미치지 않음을 알 수 있다.

<수능 후 이과 수리논술 Final 개강안내 - 대치오르비>

올해 코로나로 인해 한 반의 정원이 제한적이므로, *작년보다 더 빠른 마감이 진행될 것으로 보입니다.*

최종시간표와 수강신청일이 고지되면 빠른 등록 추천 드립니다. (11일 (수) ~ 13일 (금) 사이 고지 예정)

cf. *비대면 수업신청은 추후 공지합니다.*

개강학교 (ㄱㄴㄷ순)	회차* (기간)	수업일**	수업소개 / 마감주의알림 (작년 마감속도 기준)
논술 Basic	1회 (1일)	3(수능 당일) 저녁	- 논술을 본격적으로 준비한 기간이 4개월 이하인 학생들은 수강 강력 추천! - *작년 기준 빠른 마감, 수능 전 등록 추천*
건국대	2회 (1일)	4(금) 점심+저녁	- 아주대와 약간 다른 수학적 자료해석형. 덕분에 충분히 도전해볼만한 난이도. - 당일 집중 특강으로 건국대 스타일 파악? 핵가능!
동국대	1회 (1일)	5(토) 점심	- 독보적 출제 스타일을 가진 학교. 이에 당황하지 않도록 동국대 유형에 필수인 '수학적 모델링 전략'을 제시
광운대 & 세종대	4회 (4일)	8(화) 아침 + 9(수)~11(금) 점심	- 광운대의 제시문이 더 친절하다는 점을 제외하고, 많은 점이 닮은 두 학교. 과목별 패턴분석으로 효율적 정복 가능! - *작년 기준 빠른 접수. 수능 전 예약/등록 추천*
연세대	4회 (2일)	6(일) 저녁 + 7(월) 아침+점심+저녁	- 쉬워지는 과학논술, 수리논술 고득점은 필수! - 예상모의고사로 최근 3년간 급변하고 있는 연대 수리논술 경향을 간접경험 - *올해 최대 응시자수! 빠른 마감 예상. 수능 전 등록 추천*
에리카	3회 (1일)	13(일) 아침+점심+저녁	- 본캠 시험출제에 영감을 주는 분캠이 있다?? 우수한 출제력, 그 때문에 지원자들에겐 버거운 난이도ㅠ *Final 수강 추천*
아주대	3회 (1일)	12(토) 아침+점심+저녁	- 까다로운 자료해석형 시험출제경향. 이를 아는 것과 모르는 것의 차이가 체감난이도로 직결되는 학교!
이화여대	3회 (1일)	9(수)~11(금) 아침	- 문제는 어려우나 합격자 점수를 보면 '해볼만한데?'란 생각이 드는 학교. - 타학교보다 감점에 신경 써야하는 특수성이 있는 학교. 꼼꼼한 첨삭 제공!
인하대	6회 (6일)	14(월)~19(토) ① 점심반 ② 저녁반	- 인하대 논술이 한양대보다 어렵다고? 그래, 어려운 시험이지.. 떨어지기 어려운 시험! 인하대의 특성을 아는 순간, 체감 난이도는 급하강 - 기대T의 시그니쳐 수리논술 Final로, 모든 Final 중 수업 후 만족도가 제일 높은 수업*** *작년 기준 매우 빠른 마감, 수능 전 등록 강추*
서울 과기대	3회 (2일)	5(토) 저녁 + 6(일) 아침+점심	- 지원자 실력 대비 어렵게 출제하는 과기대는, 중앙대와 달리 살짝 선 넘을 필요가 있다. 그 선, 내가 제시해줄게.
중앙대	4회 (4일)	8(월) ~ 11(목) 저녁	- 수능 전에 굳이 하지 마라. 중앙대는 Final로 충분히 준비되는 학교니까. - 과유불급! 합격의 선을 정확히, 과하지 않게 제시하는 수업 *Final 수강 추천*
한양대	4회 (1일)	4(금) 아침+점심+ 점저+저녁	- 작년보다 빨라진 한양대의 논술시계 ㅠㅠ 예상모의고사 4회분으로 실력 점검하고 역대 우수기출 총정리된 자습자료로 빠르게 한양대 스타일 흡수! - *작년 기준 매우 빠른 마감, 수능 전 등록 강추*
한양대 (의예과)	1회 (일)	5(토) 점심	- 다른 학원 한양의대 Final 수업내용과 겹치지 않아 중복수강할 수 있음. - 고난도 모의고사 2회분으로 자신의 실력을 한번 더 체크해볼 수 있는 기회

* : 회차가 구분된 수업은 모두 '다른 수업'입니다. 내용이 같은 수업은 인하대 점심반/저녁반 이외에 없습니다.

** : 대부분 수업은 아침 09:00~13:00, 점심 13:30~17:30, 저녁 18:00~22:00입니다. 한양대 등 몇몇 학교 Final은 앞뒤로 30분~1시간 정도의 차이가 있을 수 있으므로, 추후 확정시간표로 확인 부탁드립니다.

*** : 수업 후 설문조사 결과 97.64%가 수업/첨삭 '모두 만족' 답변 ('모두 불만족' 응답률 0%))

8. 3개의 문자 x, y, z에서 중복을 허락하여 10개를 택해 일렬로 나열할 때, 다음 조건을 만족시키도록 나열하는 경우의 수는?

> (가) x와 y는 한 번만 서로 이웃한다.
> (나) y와 z는 한 번만 서로 이웃한다.
> (다) z와 x는 한 번만 서로 이웃한다.

[3점]

① 500 ② 504 ③ 508 ④ 512 ⑤ 516

중요도	★★★★★	쪽 번	028 003	문항코드	20009-0053

기대T Comment
EBS에서 수능예상문제를 보고 싶거든 고개를 들어 수특 확통을 보게하라. 이 문제가 그 증거이다. 감동스러운 문제, 하지만 앞서 말했듯이 너무 완벽한 문제는 수능에 반영되기 힘들다 ㅠㅠ 만약 반영된다면, 완전히 다른 모습을 갖고 새로이 태어날 것이므로 이 문제는 겉모습 보다는 내면의 내용을 잘 습득해놓기를!

9. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4\}$에서 집합 $Y=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$으로의 모든 함수 중에서 임의로 택한 한 함수를 f라 할 때, $f(1)=2$ 또는 $f(2)=3$일 확률은 p이다. $36p$의 값을 구하시오. [3점]

중요도	★★★	쪽 번	035 006	문항코드	20009-0059

기대T Comment
요새 확통의 트렌드, '또는'이다. 포함배제의 원리를 잘 알고 있는지 점검해보자. (물론 여태까지 나온 '또는' 평가원 문제는 확률의 덧셈정리로 쉽게 풀렸지만, 여사건을 곁들인 문제가 나왔을 시엔 포제의 원리가 압도적으로 편하다.) 만약 포제의 원리를 모르거나 알고 싶다면 오르비에서 내 칼럼을 찾아보도록.

10. 서로 다른 종류의 연필 4개와 서로 다른 종류의 볼펜 2개가 있다. 이 6개의 필기구를 임의로 2개씩 같은 종류의 필통 3개에 나누어 넣을 때, 2개의 볼펜을 동일한 필통에 넣지 않을 확률은? [4점]

① $\frac{4}{15}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{8}{15}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

중요도	★★★	쪽 번	037 008	문항코드	20009-0061

기대T Comment
4번의 Comment,, ㄱ나니..? 확률 문제는 분명 구분의 멘트가 없다고 했는데, 여기선 있다. 시롸? 응 실화~ 이건 평가원 문제가 아니잖아 ㅎㅎ.. 아쉬운 문제. 이렇게 아쉬운 부분이 있어야, 평가원이 변형하기 좋다. 내용물은 챙겨갈 것.

11. 다섯 학생 A, B, C, D, E를 각각 1반부터 4반까지 4개의 반 중에서 1개의 반에 임의로 배정할 때, 세 학생 A, B, C를 모두 서로 다른 반에 배정할 확률은? [4점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

중요도	★★★★	쪽 번	038 002	문항코드	20009-0063

기대T Comment
A, B, C가 1~4반 중 각각 다른 반에 들어가되, 그 들어가는 반이 어떻게 되는지는 생각하지 않아도 된다. 어차피 A, B, C가 다른 반에 들어가고 나면, 그 반들은 더 이상 1~4반이 아닌! A의 반 / B의 반 / C의 반 / 아무도 없는 반 이라는 이름으로 명명될 것이기 때문이다. 따라서 A가 어디 들어가면 (확률=1) B는 그것을 피해서 들어가고 (확률=3/4), C는 앞의 두 반을 피해서 들어가면 (확률=2/4) 끝. 따라서 정답은 (3/4)*(2/4)=3/8 이다. D, E를 배정할 필요? 1도 없음!! 중요중요! 이 문제는 문제 자체가 중요하기 보다는 문제풀이 마인드가 중요하므로 별 4개 드립니다.

12. 주머니 속에 흰 공 4개, 검은 공 4개, 빨간 공 4개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공의 색의 종류의 수가 2일 확률은? [4점]

① $\frac{13}{33}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{67}{165}$ ④ $\frac{68}{165}$ ⑤ $\frac{23}{55}$

중요도	★★★	쪽 번	038 004	문항코드	20009-0065

기대T Comment
이번엔 잘 냈다. 확률 문제니까, 공의 구분여부가 없다. 이젠 ㅇㅈㅇㅈ? 공의 색 종류 수가 3개이므로, 전체 확률 1에서 꺼낸 공의 색 종류의 수가 1, 3일 때를 빼는 방식도 고려해봄직 하다.

13. 서로 다른 세 개의 주사위를 동시에 한 번 던질 때, 나온 눈의 수의 최댓값과 최솟값의 합이 5일 확률은? [4점]

① $\frac{1}{36}$ ② $\frac{1}{18}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{5}{36}$

중요도	★★★★★	쪽 번	039 001	문항코드	20009-0067

기대T Comment
중요표시 빠방빠빵! 최댓값과 최솟값의 합 (또는 차)가 n 이상(또는 이하)일 확률로 업그레이드 될 수 있다. 기피셜 아님! 이미 수리논술에선 구닥다리 유형이라구! 아 이즈리얼 마렵다 앞비전 때리고 옴 ㅅㄱ

14. 어느 학급에서 번호가 1번부터 8번까지인 8명의 학생을 임의로 4명씩 두 모둠으로 나눌 때, 각 모둠에 속한 네 학생의 번호의 합이 모두 짝수일 확률은? [4점]

① $\frac{17}{35}$ ② $\frac{18}{35}$ ③ $\frac{19}{35}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

중요도	★★★	쪽 번	039 002	문항코드	20009-0068

기대T Comment
한 판 하고 돌아왔다. 졌다. 도구차이 실화냐? 후 네 수를 더했을 때 짝수가 나오는 경우는? 홀짝 각각 몰빵이거나 홀짝 각각이 2개씩 뽑힐 때이다. 케이스를 잘 나눠서 구하면 될 것.

15. 표본공간 S= {1, 2, 3, 4}의 공집합이 아닌 모든 부분집합 중에서 중복을 허락하여 임의로 택한 두 집합을 차례로 A, B라 할 때, 두 사건 A와 B가 서로 배반사건일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. p+q의 값을 구하시오.(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

중요도	★★★★★	쪽 번	039 003	문항코드	20009-0069

기대T Comment
이거랑 다음문제 개중요 쌉중요 핵중요(나 김정은 아님) 아니아니 문제가 좋아서가 아니고.. 문제표현이, 애매하다. 너무했다 EBS... 중복을 허락하여 임의로 두 개를 택했다는건, 순서가 고려되지 않았다는 뉘앙스가 더 강하다. 하지만 이 둘을 A, B로 구분했다? 도대체 언제 얘네 두 개가 구분된겨?? 정답과 비교하여 확률값이 1/2배 혹은 2배에 근사되게 나온 학생들은, EBS의 애매한 표현에 낚인 것. 좀 아쉬운 문제 표현이다. <=> 평가원은 이 표현을 정제해서 적극적으로 반영할 것이다.

2회독 이상이면 중요도 ★ 3개 이상만 봐도 무방합니다만, Comment는 전문항 다 읽어보기 바랍니다.

16. 집합 U= {1, 2, 3}의 공집합이 아닌 모든 부분집합 중에서 임의로 서로 다른 두 부분집합 A, B를 택할 때, A⊂B일 확률은? [3점]

① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

중요도	★★★★★	쪽 번	040 006	문항코드	20009-0072

기대T Comment
이 문제도 마찬가지로 표현적으로 아쉽다고 생각한다. **이 문제 출제자가 의도한 풀이방향으로 가려면** 집합 U= {1, 2, 3}의 공집합이 아닌 모든 부분집합 중에서 임의로 선택하는 시행을 두 번 할 때, 선택된 집합을 차례대로 A, B라 하자. A⊂B일 확률은? **식으로 문제 표현이 바뀌어야할 것이다.** **물론 내가 모의고사 출제자라 더 민감한 것일 수 있지만, 20번은 그렇다쳐도, 21번은 오류급이라 생각한다.** **왜냐하면 20번은 A, B가 배반이라는 건, 순서가 그렇게 중요하지 않지만 21번은 A⊂B와 B⊂A가 명백히 다르기 때문이다.**

17. 집합 X= {1, 2, 3, 4 }를 정의역과 공역으로 하고 다음 조건을 만족시키는 함수 f 중에서 임의로 하나를 택할 때, 택한 함수 f 의 치역의 원소의 개수가 2일 확률은? [3점]

$f(1)+f(2)+f(3)=7$

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

중요도	★★★★	쪽 번	041 001	문항코드	20009-0075

기대T Comment
박스의 조건을 만족시키는 경우의 수를 찾을 때, 치역의 원소 개수로 케이스를 나눈다면, 확률의 분자를 계산할 때 따로 계산할 필요가 없다. **이러한 현상을 세글자로 줄이면, 기모찌 라고 한다.** **(전문항 코멘트 다 쓰고 검토중인데, 이거 언제 썼고 누가 썼는지 모르겠다. 역시 새벽작업이 무섭다.)**

18. A, B, C, D의 4개의 문자와 1, 2, 3, 4의 4개의 숫자가 있다. 이 8개의 문자와 숫자를 한 번씩 모두 사용하여 임의로 일렬로 나열할 때, 다음 조건을 만족시킬 확률은? [3점]

> (가) 문자 A의 양쪽 옆에 숫자를 나열한다.
> (나) 숫자 1의 양쪽 옆에 문자를 나열한다.

① $\frac{3}{40}$ ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{1}{8}$ ④ $\frac{3}{20}$ ⑤ $\frac{7}{40}$

중요도	6평 반영	쪽번	041 002	문항코드	20009-0076

19. 서로 다른 세 주머니에는 숫자 1, 2, 3, 4, 5가 하나씩 적힌 5개의 공이 각각 들어 있다. 갑이 서로 다른 세 주머니에서 각각 공을 한 개씩 임의로 꺼낸 후, 을도 서로 다른 세 주머니에서 각각 공을 한 개씩 임의로 꺼낸다. 갑이 꺼낸 3개의 공에 적힌 숫자를 크기순으로 a_1, a_2, a_3 ($a_1 \le a_2 \le a_3$)이라 하고 을이 꺼낸 3개의 공에 적힌 숫자를 크기순으로 b_1, b_2, b_3 ($b_1 \le b_2 \le b_3$)이라 할 때, $a_i \ne b_i$인 i (i=1, 2, 3)이 존재할 확률은? (단, 꺼낸 공은 주머니에 다시 넣지 않는다.) [4점]

① $\frac{193}{200}$ ② $\frac{97}{100}$ ③ $\frac{39}{40}$ ④ $\frac{49}{50}$ ⑤ $\frac{197}{200}$

중요도	★★★★★	쪽번	041 003	문항코드	20009-0077

기대T Comment
6평에 반영된 문제다. 다시 반영되어 수능에 나오긴 힘들겠지만, 이 문제를 풀고나서 6평문제를 보았을 때의 그 반가움을 체감해보라는 의미로 넣어두었다. 그 반가움을 2문제에서 느낄 수 있다면, 체감난이도는 확 떨어진다. 렬루!

기대T Comment
박수 세 번 시~작 짝짝짝! 내 모의고사 문제였으면 하는, 몇 안되는 EBS 문제. 적당한 난이도, 적당한 상황설정. Very Good!

20. 네 개의 동전을 동시에 한 번 던질 때 앞면이 나온 동전의 개수가 뒷면이 나온 동전의 개수보다 많을 확률은? [4점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

중요도	★★★	쪽 번	052 005	문항코드	20009-0090

기대T Comment
동전이 4개 밖에 안돼므로 직접 풀어도 되지만, 여러번 강조했던 '대칭성'을 활용해서 푸는 연습을 하자. 만약 문제가 업그레이드되어 동전의 개수가 101개로 올라갔을 때, 정답이 바로 $\frac{1}{2}$로 나와야된다. 물론, 동전의 개수가 100개일 때에는 $\frac{1}{2}$이 아닌 다른 정답이 나오는 이유까지 알아야할 것이다. 모르겠으면 이전 문제의 코멘트로 돌아가자! 정말,, 중요하다궁,,

21. 1부터 10까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 10장의 카드에서 임의로 한 장의 카드를 뽑는 시행을 할 때, 짝수가 적혀 있는 카드를 뽑는 사건을 A라 하자. 이 시행에서 나오는 사건 B가 다음 조건을 만족시킬 때, 사건 B의 개수는? [4점]

> (가) 두 사건 A와 B는 서로 독립이다.
> (나) $n(A \cup B)=7$

① 80 ② 100 ③ 120 ④ 140 ⑤ 160

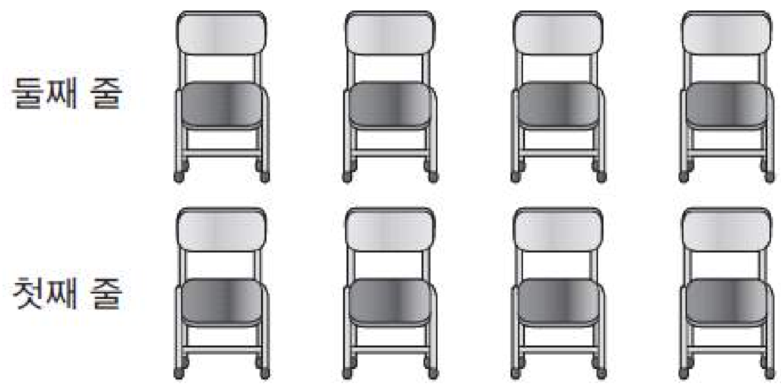
중요도	★★	쪽 번	053 002	문항코드	20009-0092

기대T Comment
독립의 의미를 묻는 문제. '사건'이라는 워딩 자체가 낯설다면, 얼른 개념서를 다시 펴서 복습할 것. 작년부터 이런 문제가 나오고 있다.

22. 주머니에 1이 하나씩 적혀 있는 4개의 공과 2가 하나씩 적혀 있는 3개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼낸 후 꺼낸 공에 적혀 있는 숫자와 같은 숫자가 적혀 있는 공을 공에 적혀 있는 수만큼의 개수를 추가하여 꺼낸 공과 함께 주머니에 넣는다. 이 주머니에서 다시 임의로 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 3개의 공에 적혀 있는 수의 곱이 홀수일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이고 1과 2가 적혀 있는 공은 충분히 많이 있다.) [4점]

중요도	★★★	쪽 번	053 003	문항코드	20009-0093

23. 세 학생 A, B, C가 포함된 8명의 학생이 그림과 같이 두 줄로 배열된 8개의 의자에 임의로 앉으려고 한다. A와 B가 같은 줄에 앉을 때, A와 C가 같은 줄에서 서로 이웃하여 앉을 확률은? (단, 의자는 같은 간격으로 배열되어 있다.) [4점]



① $\frac{1}{12}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

중요도	★★★	쪽 번	054 006	문항코드	20009-0096

기대T Comment

규칙이 복잡한 문제는 개인적으로는 선호하지 않으나, 연습용으로 실어놓는다.

기대T Comment

조건이 크게 두 개인데, 여러 조건에 영향을 주는 녀석인 A의 자리를 미리 정하면 두 조건에 모두 영향을 미치므로 문제가 쉬워진다.

케이스 분류? 별거 없다. 위와 같이 해주면 돼!

24. 상자 A에는 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 4개의 공이 들어 있고, 상자 B에는 숫자 5, 6, 7, 8, 9가 하나씩 적혀 있는 5개의 공이 들어 있다. 갑이 두 상자 A, B에서 각각 임의로 공을 한 개씩 꺼낸 후, 을이 두 상자 A, B에서 각각 임의로 공을 한 개씩 꺼낸다. 갑이 꺼낸 공에 적혀 있는 두 수의 합과 을이 꺼낸 공에 적혀 있는 두 수의 합이 모두 짝수일 확률은? (단, 꺼낸 공은 다시 넣지 않는다.) [4점]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{4}{15}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{7}{15}$

중요도	★★	쪽 번	054 007	문항코드	20009-0097

기대T Comment
살짝 난해할 수 있는 문제, 하지만 케이스 분류를 잘하면 된다. 변형 가능성은 높지 않다. 너무 뻔한 유형이라,,

25. 수직선의 원점에 점 P가 있다. 한 개의 동전을 한 번 던져서 앞면이 나오면 점 P를 1만큼, 뒷면이 나오면 점 P를 -1만큼 이동시키는 시행을 한다. 이 시행을 8번 반복할 때, n번의 시행 후 점 P의 좌표를 x_n이라 하자. $x_4=0$이고 $x_8>0$일 확률은? (단, n=1, 2, 3, ⋯, 8) [4점]

① $\frac{3}{32}$ ② $\frac{13}{128}$ ③ $\frac{7}{64}$ ④ $\frac{15}{128}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

중요도	★★★	쪽 번	054 008	문항코드	20009-0098

기대T Comment
$x_4<0$이고 $x_8>0$일 확률 과 같이 바꿔고 x_4, x_8이 가질 수 있는 값을 더 다양하게 하면 좀 더 생각할 것이 많아진다. 설마 이렇게 내겠어? 모르고 당하는 것보단 낫지.

26. 20개의 자연수 1, 2, 3, ⋯, 20 중에서 임의로 1개를 택하는 시행에서 소수가 나오는 사건을 A라 하고, 20보다 작은 자연수 n에 대하여 n 이하의 수가 나오는 사건을 B_n이라 하자. 두 사건 A와 B_n이 서로 독립이 되도록 하는 모든 n의 값의 합은? [4점]

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

중요도	★★★	쪽 번	055 003	문항코드	20009-0101

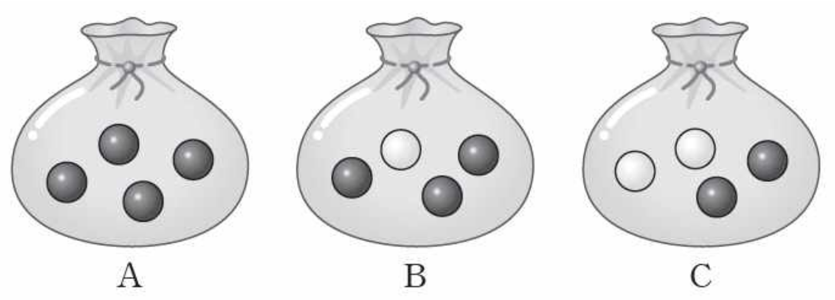
기대T Comment
'사건'의 표기를 낯설어하지 말자. 확통의 생명은 용어이다.

27. 네 쌍의 부부를 대상으로 남편들에게 1, 2, 3, 4 중 서로 다른 숫자를 임의로 하나씩 부여하고 아내들에게도 1, 2, 3, 4 중 서로 다른 숫자를 임의로 하나씩 부여한 후, 모든 사람에게 각각 1, 2, 3, 4 중 임의로 숫자를 하나씩 적도록 한다. 남편이 적은 숫자와 아내가 부여받은 숫자가 일치하고 아내가 적은 숫자와 남편이 부여받은 숫자가 일치할 때에만 부부에게 상품을 주는 게임을 한다. 이 게임에서 네 쌍의 부부 중에서 두 쌍의 부부가 상품을 받을 확률이 $\frac{a}{2^{15}}$ 일 때, a의 값을 구하시오. (단, 부부가 부여받은 숫자는 서로 다를 수 있고, 부여받은 숫자는 서로 알지 못한다.) [4점]

중요도	★★	쪽 번	055 004	문항코드	20009-0102

기대T Comment
각 사건 간의 영향을 신경쓰면서 문제풀면 된다. 우락부락한 외형에 비해 어렵지 않은 문제

28. 그림과 같이 A 주머니에는 검은 공 4개, B 주머니에는 검은 공 3개, 흰 공 1개, C 주머니에는 검은 공 2개, 흰 공 2개가 들어 있다. 세 주머니 A, B, C에서 각각 공을 임의로 한 개씩 꺼낼 때, 꺼낸 공 중 흰 공의 개수를 확률변수 X라 하자. E(X)의 값은? [4점]



① $\frac{9}{16}$ ② $\frac{5}{8}$ ③ $\frac{11}{16}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{13}{16}$

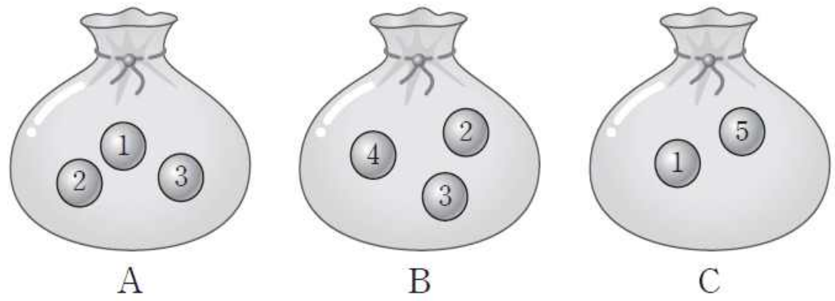
중요도	★★★★	쪽 번	061 004	문항코드	20009-0106

기대T Comment

기대T는 $\frac{0}{4}+\frac{1}{4}+\frac{2}{4}=\frac{3}{4}$로 정답을 냈는데, 왜 이렇게 문제가 풀려버리는지 고민해볼 필요가 있다. A에서 흰 공이 나올 기대치가 0, B에서 흰공이 나올 기대치가 $\frac{1}{4}$, B에서 흰공이 나올 기대치가 $\frac{2}{4}$이기 때문이다.

이를 이해한 학생들은 문제를 바꿔서, A, B, C에서 각각 3,2,1개씩 공을 꺼낼 때, 그 때에도 위와 같은 방식으로 문제가 풀리는지 확인해보자. 좋은 고민거리가 될 것이다.

29. 그림과 같이 주머니 A에는 1, 2, 3의 숫자가 하나씩 적혀 있는 3개의 공이, 주머니 B에는 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 3개의 공이, 주머니 C에는 1, 5의 숫자가 하나씩 적혀 있는 2개의 공이 들어 있다. 세 주머니 A, B, C 중에서 임의로 1개의 주머니를 택하여 임의로 1개의 공을 꺼낼 때, 공에 적혀 있는 숫자를 확률변수 X라 하자. V(X)의 값은? [4점]



① 2 ② $\frac{20}{9}$ ③ $\frac{22}{9}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{26}{9}$

중요도	★★★	쪽 번	070 002	문항코드	20009-0122

기대T Comment

앞 문제와 달리 분산을 구할 땐 어쩔 수 없다. 확률분포표를 구해서 분산의 정의로 문제를 풀 수 밖에.

30. 주머니 속에 자연수 1, 2, 3, ⋯, k-1, k가 하나씩 적혀 있는 공이 각각 k, k-1, k-2, ⋯, 2, 1개씩 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼낼 때, 공에 적혀 있는 수를 확률변수 X라 하자. $E(3X+5)=100$일 때, k의 값을 구하시오. [4점]

중요도	★★★	쪽 번	070 003	문항코드	20009-0123

기대T Comment
$E(X)$가 $\frac{k+2}{3}$로 나오는게 유명한데, 왜 유명한지 모르겠다. 난 이거 언제 본거지.. 아무튼, 저 값이 나오는 과정을 음미해보도록 하자.

31. 이산확률변수 X가 갖는 값은 1, 2, 3, 4, 5이고 이산확률변수 Y가 갖는 값은 1, 3, 5, 7, 9이다. 상수 a에 대하여 $P(Y=2i-1)=a\times P(X=i)+a$ $(i=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$이고 $E(X)=\frac{10}{3}$일 때, $E(9Y+5)$의 값은? [4점]

① 45 ② 47 ③ 49 ④ 51 ⑤ 53

중요도	★★★★★	쪽 번	071 001	문항코드	20009-0125

기대T Comment
기출문제와 기대모의고사 문제 그 사이에 있는 난이도의 문제이다. 물론, 세 문제 모두 풀리는 방향은 비슷하며, 기대모를 푼 학생이라면 이 문제가 어떤 문제와 연관되는지 알 것이다. 아, 그냥 올려준다. 다음 페이지 봐라!

<기대모 출제문항, 수능 출제시 예상번호:(가)19번, (나)20번>

두 이산확률변수 X와 Y가 가지는 값이 각각 1부터 5 까지의 자연수이고

$$P(Y=6-k)=\frac{k}{3}\times P(X=k) \quad (k=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5)$$

이다. $E(Y)=2$일 때, V(X)의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설은 다음 페이지,,

32. 임의의 네 자리의 자연수에 대하여 천의 자리의 수, 백의 자리의 수, 십의 자리의 수, 일의 자리의 수를 각각 a_1, a_2, a_3, a_4라 하자. 자연수 1, 2, 3, 4를 한 번씩 사용하여 만들 수 있는 모든 네 자리의 자연수 중에서 임의로 하나의 자연수를 택할 때, 택해진 수에 대하여 $a_i > a_{i+1}$ (i=1, 2, 3)을 만족시키는 a_i의 개수를 확률변수 X라 하자. 예를 들어 택해진 수가 2314이면 X=1이고 3241이면 X=2이다. V(X)=$\frac{q}{p}$라 할 때, p+q의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

중요도	★★★★★	쪽 번	071 002	문항코드	20009-0126

기대T Comment
이 역시 대칭성! 아니 이번 파일에서 몇 번째 강조중?? 해설 필수로 가져갈 것.

<수능 후 이과 수리논술 Final 개강안내 - 대치오르비>

올해 코로나로 인해 한 반의 정원이 제한적이므로, *작년보다 더 빠른 마감이 진행될 것으로 보입니다.*

최종시간표와 수강신청일이 고지되면 빠른 등록 추천 드립니다. (11일 (수) ~ 13일 (금) 사이 고지 예정)

cf. *비대면 수업신청은 추후 공지합니다.*

개강학교 (ㄱㄴㄷ순)	회차* (기간)	수업일**	수업소개 / 마감주의알림 (작년 마감속도 기준)
논술 Basic	1회 (1일)	3(수능 당일) 저녁	- 논술을 본격적으로 준비한 기간이 4개월 이하인 학생들은 수강 강력 추천! - *작년 기준 빠른 마감, 수능 전 등록 추천*
건국대	2회 (1일)	4(금) 점심+저녁	- 아주대와 약간 다른 수학적 자료해석형. 덕분에 충분히 도전해볼만한 난이도. - 당일 집중 특강으로 건국대 스타일 파악? 핵가능!
동국대	1회 (1일)	5(토) 점심	- 독보적 출제 스타일을 가진 학교. 이에 당황하지 않도록 동국대 유형에 필수인 '수학적 모델링 전략'을 제시
광운대 & 세종대	4회 (4일)	8(화) 아침 + 9(수)~11(금) 점심	- 광운대의 제시문이 더 친절하다는 점을 제외하고, 많은 점이 닮은 두 학교. 과목별 패턴분석으로 효율적 정복 가능! - *작년 기준 빠른 접수. 수능 전 예약/등록 추천*
연세대	4회 (2일)	6(일) 저녁 + 7(월) 아침+점심+저녁	- 쉬워지는 과학논술, 수리논술 고득점은 필수! - 예상모의고사로 최근 3년간 급변하고 있는 연대 수리논술 경향을 간접경험 - *올해 최대 응시자수! 빠른 마감 예상. 수능 전 등록 추천*
에리카	3회 (1일)	13(일) 아침+점심+저녁	- 본캠 시험출제에 영감을 주는 분캠이 있다?? 우수한 출제력, 그 때문에 지원자들에겐 버거운 난이도ㅠ *Final 수강 추천*
아주대	3회 (1일)	12(토) 아침+점심+저녁	- 까다로운 자료해석형 시험출제경향. 이를 아는 것과 모르는 것의 차이가 체감난이도로 직결되는 학교!
이화여대	3회 (1일)	9(수)~11(금) 아침	- 문제는 어려우나 합격자 점수를 보면 '해볼만한데?'란 생각이 드는 학교. - 타학교보다 감점에 신경 써야하는 특수성이 있는 학교. 꼼꼼한 첨삭 제공!
인하대	6회 (6일)	14(월)~19(토) ① 점심반 ② 저녁반	- 인하대 논술이 한양대보다 어렵다고? 그래, 어려운 시험이지.. 떨어지기 어려운 시험! 인하대의 특성을 아는 순간, 체감 난이도는 급하강 - 기대T의 시그니쳐 수리논술 Final로, 모든 Final 중 수업 후 만족도가 제일 높은 수업*** *작년 기준 매우 빠른 마감, 수능 전 등록 강추*
서울 과기대	3회 (2일)	5(토) 저녁 + 6(일) 아침+점심	- 지원자 실력 대비 어렵게 출제하는 과기대는, 중앙대와 달리 살짝 선 넘을 필요가 있다. 그 선, 내가 제시해줄게.
중앙대	4회 (4일)	8(월) ~ 11(목) 저녁	- 수능 전에 굳이 하지 마라. 중앙대는 Final로 충분히 준비되는 학교니까. - 과유불급! 합격의 선을 정확히, 과하지 않게 제시하는 수업 *Final 수강 추천*
한양대	4회 (1일)	4(금) 아침+점심+ 점저+저녁	- 작년보다 빨라진 한양대의 논술시계 ㅠㅠ 예상모의고사 4회분으로 실력 점검하고 역대 우수기출 총정리된 자습자료로 빠르게 한양대 스타일 흡수! - *작년 기준 매우 빠른 마감, 수능 전 등록 강추*
한양대 (의예과)	1회 (일)	5(토) 점심	- 다른 학원 한양의대 Final 수업내용과 겹치지 않아 중복수강할 수 있음. - 고난도 모의고사 2회분으로 자신의 실력을 한번 더 체크해볼 수 있는 기회

* : 회차가 구분된 수업은 모두 '다른 수업'입니다. 내용이 같은 수업은 인하대 점심반/저녁반 이외에 없습니다.

** : 대부분 수업은 아침 09:00~13:00, 점심 13:30~17:30, 저녁 18:00~22:00입니다. 한양대 등 몇몇 학교 Final은 앞뒤로 30분~1시간 정도의 차이가 있을 수 있으므로, 추후 확정시간표로 확인 부탁드립니다.

*** : 수업 후 설문조사 결과 97.64%가 수업/첨삭 '모두 만족' 답변 ('모두 불만족' 응답률 0%))

<기대모 출제문항 해설>

먼저, 확률의 전체 합은 1이므로, 이 성질을 사용하면,

$$\sum_{k=1}^{5} \mathrm{P}(Y=6-k)=\sum_{k=1}^{5} \mathrm{P}(\mathrm{Y}=\mathrm{k})=1$$

임을 알 수 있다. 이것을 다시 정리하면,

$$\sum_{k=1}^{5} \mathrm{P}(Y=k)=\sum_{k=1}^{5} \frac{k}{3}\times \mathrm{P}(X=k)=\frac{1}{3}\mathrm{E}(\mathrm{X})=1$$

이므로, $\mathrm{E}(\mathrm{X})=3$이다.

$$\mathrm{E}(Y)=\sum_{k=1}^{5} k\times \mathrm{P}(Y=k)=\sum_{k=1}^{5}(6-k)\times \mathrm{P}(Y=6-k)$$
$$=\sum_{k=1}^{5}(6-k)\times \frac{k}{3}\times \mathrm{P}(X=k)=2\mathrm{E}(\mathrm{X})-\frac{1}{3}\mathrm{E}(\mathrm{X}^2)=2$$

이므로, $\mathrm{E}(\mathrm{X}^2)=12$이다.

따라서, $\mathrm{V}(\mathrm{X})=\mathrm{E}(\mathrm{X}^2)-\{\mathrm{E}(\mathrm{X})\}^2=12-9=3$ 이다.

참고

$$\sum_{k=1}^{5} \mathrm{P}(Y=k)=\sum_{k=1}^{5} \frac{k}{3}\times \mathrm{P}(X=k)=\frac{1}{3}\mathrm{E}(\mathrm{X})$$
$$\mathrm{E}(Y)=\sum_{k=1}^{5} k\times \frac{(6-k)}{3}\times \mathrm{P}(X=k)$$

와 같은 유도과정이 잘 와닿지 않으면 아래 확률분포표를 그려 성질을 확인해 보자.

Y	1	2	3	4	5
p	$\frac{5}{3}\mathrm{P}(X=5)$	$\frac{4}{3}\mathrm{P}(X=4)$	$\frac{3}{3}\mathrm{P}(X=3)$	$\frac{2}{3}\mathrm{P}(X=2)$	$\frac{1}{3}\mathrm{P}(X=1)$

33. $0<\sigma_1<\sigma_2$일 때, 두 확률변수 X와 Y는 각각 정규분포 $\mathrm{N}(10,\ \sigma_1^2)$, $\mathrm{N}(10,\ \sigma_2^2)$을 따르고, 두 확률변수 X와 Y의 확률밀도함수는 각각 f(x), g(x)이다. 10<a<b인 두 상수 a, b에 대하여 $\mathrm{P}(10\le X\le a)=\mathrm{P}(a\le X\le b)$이고, f(a)=g(a)일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(b)<g(b)$
ㄴ. $2a<b+10$
ㄷ. $\mathrm{P}(10\le \mathrm{Y}\le \mathrm{c})=0.25$면 $a<c$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

중요도	Comment	쪽번	083 003	문항코드	20009-0143

기대T Comment

좀 불만인 문제. 그 이유를 같이 알아보자.
두 확밀함의 대칭축은 같다. 표준편차값에 따라서 그래프의 뾰족함이 달라질 것이다. 여기까지는 인정.

그럼, 이 때 두 확밀함의 교점은 존재하는가?
존재한다. 만약 존재하지 않으면, 한 확밀함의 아랫넓이가 다른 확밀함의 아랫넓이보다 크거나 작을텐데, 두 아랫넓이는 확률의 합인 1과 같아야 하니까 모순이라, 존재할 것이다.

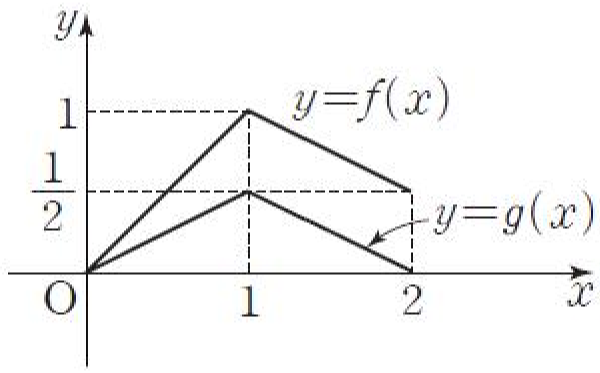
그럼, 교점은 몇 개인가?

이거에 대한 정보는, 확률밀도함수의 식 $\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$ 을 외우고 있어야 해석 가능하다.

결론적으론, 2개? 맞다. 항상 2개가 나와. 결론적으로는 .
근데 확밀함 함수식 외우라는 교육목표는 없거든요? 안외운 우리는 교점이 짝수개 존재한다는거 까지는 유추할 수 있지만 2개라고 단정짓지 못한다.

만약 4개 이상의 교점이 있다고 할 때, 과연 ㄱ 보기를 참이라고 선택할 수 있는지 생각해보도록 하고, 나의 실망감에 동조해주길.

34. $0 \le x \le 2$에서 정의된 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같다.



연속확률변수 X가 갖는 값의 범위가 $0 \le X \le 2$이고, $0<k<1$인 상수 k에 대하여 확률변수 X의 확률밀도함수가 $f(x)-kg(x)$일 때, $P(0 \le X \le k)$의 값은? [4점]

① $\frac{1}{32}$ ② $\frac{3}{32}$ ③ $\frac{5}{32}$ ④ $\frac{7}{32}$ ⑤ $\frac{9}{32}$

중요도	★★★	쪽 번	085 001	문항코드	20009-0147

기대T Comment
한 3년전부터 나오고 있는 특이한 문제. 한 번 쯤 풀어볼만한 문제이다.

35. m, σ가 자연수일 때, 정규분포 $N(m, \sigma^2)$을 따르는 확률변수 X와 표준정규분포 N(0, 1)을 따르는 확률변수 Z가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $P(32 \le X \le 35) > P(35 \le X \le 38)$
(나) $P(32 \le X \le 35) > P(29 \le X \le 32)$
(다) $P(0 \le Z \le 1) < P(33 \le X \le 35) < P(0 \le Z \le 2)$

$P(30 \le X \le 34)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \le Z \le z)$
0.4	0.1554
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.1554 ② 0.1915 ③ 0.3413 ④ 0.4332 ⑤ 0.4772

중요도	★★★★	쪽 번	085 002	문항코드	20009-0148

기대T Comment
조잡한 면이 없잖아 있지만, 그나마 통계 파트에서 괜찮은 문제이다. 풀어보도록.

36. 모평균이 m이고, 모표준편차가 σ인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $P(\overline{X} \leq m+3)=0.9332$이다. 이 모집단에서 크기가 n인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균이 36일 때, 이를 이용하여 구한 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은? (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 1.5)=0.4332$, $P(0 \leq Z \leq 1.96)=0.4750$으로 계산한다.) [4점]

① $32.28 \leq m \leq 39.72$
② $32.18 \leq m \leq 39.82$
③ $32.08 \leq m \leq 39.92$
④ $31.98 \leq m \leq 40.02$
⑤ $31.88 \leq m \leq 40.12$

중요도	★★	쪽 번	098 007	문항코드	20009-0168

기대T Comment
표본을 뽑을 때마다 표본평균은 매번 바뀌고, 이를 이용해 구한 신뢰구간 역시 매번 달라짐을 잊지말자.

37. 모평균이 m이고, 모표준편차가 σ인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 64인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균의 값이 $\overline{x}$이고, 이를 이용하여 구한 모평균 m에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간이 $6.71 \leq m \leq 9.29$이다. 이 모집단에서 크기가 196인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균의 값이 $\overline{x}+1$이고, 이를 이용하여 구한 모평균 m에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간이 $a \leq m \leq b$일 때, 100a의 값을 구하시오.(단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96)=0.95$, $P(|Z| \leq 2.58)=0.99$로 계산한다.) [4점]

중요도	★★	쪽 번	098 008	문항코드	20009-0169

기대T Comment
47번과 같은 코멘트이다.

38. 모집단의 확률변수 X가 갖는 값은 1, 3, 5이고, 이 모집단에서 크기가 2인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $P(\overline{X}=2)=\frac{1}{16}$, $E(\overline{X})=4$이다. $P(X=3)-P(\overline{X}=3)$의 값은? [4점]

중요도	★★	쪽 번	099 001	문항코드	20009-0170

기대T Comment
공식에 매몰됐다면, 이 세줄짜리 문제가 높게만 느껴질 것이다. 표본평균과 표본평균의 평균, 그리고 표본평균의 분산과 같은 용어의 차이를 숙지할 것.

39. 모집단의 확률변수 X는 정규분포 $N(m,\ 1)$을 따르고, 이 모집단에서 크기가 4인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 하자. 양의 실수 k에 대하여 $f(k)=P(0\le X\le m+k+1)$, $g(k)=P(0\le \overline{X}\le m+k)$라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $m\ge 0$) [4점]

<보 기>

ㄱ. $m=1$이면 $f(1)<g(1)$이다.
ㄴ. $m>0$이면 $2f(m)>g(m)$이다.
ㄷ. $f(k)=g(k)$이면 $k\le 1$이다.

① ㄱ
② ㄷ
③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

중요도	★★	쪽 번	099 003	문항코드	20009-0172

기대T Comment
f(k)와 g(k)를 함부로 먼저 해석하려고 들지 말자. 문자가 두 개나 있어서, 두 문자에 대한 정보가 없으면 해석하는 것이 불가능하기 때문이다. ㄱㄴㄷ 각개격파하는 문제로, 수능 연계 가능성은 매우 낮다.

기대모의고사 가형/나형 Vol1, 2, 3 링크	
Vol.1, 2 : 1등급컷 84~88, 신선함과 동시에 수능스러운 정제됨을 경험할 수 있는 모의고사 Vol.3 (가형) : 올해 6, 9, EBS 반영한 Final 모의고사 (나형은 Vol.3 제작 불발됐습니다.)	Atom.ac 접속
김기대T 수능 후 논술 Final 개강 안내사항	
실시간 수능 후 Final 시간표를 확인할 수 있습니다.	

정답과 해설

1)

[정답/모범답안]
5

[해설]
a와 b를 1개 이상씩 택해야 하므로 c는 2개 이하로 택해야 한다.
(ⅰ) c를 택하지 않는 경우
a와 b에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하는 경우의 수는 ${}_2\Pi_4 = 16$이고, 이 중에서 이웃하는 a와 b가 존재하지 않는 경우는 aaaa, bbbb의 2가지뿐이므로 이 경우의 수는
16-2=14
(ⅱ) c를 1개 택하는 경우
㉠ a 가 1개, b가 2개인 경우 a, b, b, c를 일렬로 나열하는 경우의 수는 $\frac{4!}{2!} = 12$이고, 이 중에서 이웃하는 a와 b가 존재하지 않는 경우는 acbb, bbca의 2가지뿐이므로 이 경우의 수는
12-2=10
㉡ a 가 2개, b가 1개인 경우도 ㉠과 마찬가지 방법으로 생각하면 이 경우의 수는 10
따라서 이 경우의 수는 10+10=20
(ⅲ) c를 2개 택하는 경우
a, b, c, c를 a와 b가 이웃하도록 나열하는 경우의 수는
$\frac{3!}{2!} \times 2! = 6$
(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에 의하여 구하는 경우의 수는
14+20+6=40

2)
[정답/모범답안]
12

[해설]
(ⅰ) n=2k-1 (k=3, 4, 5, …)일 때
먼저 (k-1)개의 짝수 중에서 2를 한 부채꼴에 적은 후 남은 (2k-2)개의 부채꼴을 2를 적은 부채꼴과 이웃한 부채꼴부터 순서대로 2개씩 묶는다. 이렇게 묶은 (k-1)쌍의 부채꼴 중 한 쌍의 부채꼴에는 홀수만 적게
되는데, 이 한 쌍의 부채꼴을 택하는 경우의 수는
${}_{k-1}C_1 = k-1$
이 각각에 대하여 나머지 (k-2)쌍의 부채꼴에 (k-2)개의 짝수를 서로 이웃하지 않도록 적는 경우의 수는
(k-2)!
이 각각에 대하여 남은 k개의 홀수를 1과 2k-1이 이웃하지 않도록 적는 경우의 수는
k!-2!×(k-2)!=(k-2)!(k-2)(k+1)
이므로
f(2k-1)
=(k-1)×(k-2)!×(k-2)!(k-2)(k+1)
=(k-1)!(k-2)!(k-2)(k+1)
(ⅱ) n=2k (k=3, 4, 5, …)일 때
먼저 k개의 짝수를 서로 이웃하지 않은 부채꼴에 적는 경우의 수는 회전하여 일치하는 것을 고려하면
(k-1)!
이 각각에 대하여 2k를 적은 부채꼴의 양 옆에는 1을 적을 수 없으므로 1을 적을 부채꼴을 택하는 경우의 수는
k-2
이 각각에 대하여 남은 (k-1)개의 홀수를 적는 경우의 수는
(k-1)!
이므로
f(2k)=(k-1)!×(k-2)×(k-1)!
=(k-1)!(k-1)!(k-2)
㉠ $\frac{f(n)}{f(n+1)}$에서 n=2k-1인 경우
$\frac{f(n)}{f(n+1)} = \frac{f(2k-1)}{f(2k)} = \frac{(k-1)!(k-2)!(k-2)(k+1)}{(k-1)!(k-1)!(k-2)} = \frac{k+1}{k-1}$
이때 $\frac{k+1}{k-1} = \frac{1}{60}$을 만족시키는 자연수 k는 존재하지 않는다.
㉡ $\frac{f(n)}{f(n+1)}$에서 n=2k인 경우
$\frac{f(n)}{f(n+1)} = \frac{f(2k)}{f(2k+1)} = \frac{(k-1)!(k-1)!(k-2)}{k!(k-1)!(k-1)(k+2)} = \frac{k-2}{k(k-1)(k+2)}$
이때 $\frac{k-2}{k(k-1)(k+2)} = \frac{1}{60}$에서
$k^3 + k^2 - 62k + 120 = 0$
$(k-6)(k^2+7k-20) = 0$
k는 자연수이므로 k=6
따라서 구하는 자연수 n의 값은
n=2k=12

3)
[정답/모범답안]
4

[해설]
(ⅰ) f(1)=1, f(3)=3 또는 f(1)=3, f(3)=1인 경우
치역의 나머지 원소는 2, 4, 5 중 1개이어야 하므로 치역의 원소를 택하는 경우의 수는
${}_3C_1 = 3$
이 각각에 대하여 2, 4, 5, 6, 7의 함숫값을 정하는 경우의 수는 2, 4, 5, 6, 7의 함숫값이 모두 1 또는 3이 되는 경우를 제외해야 하므로
${}_3\Pi_5 - {}_2\Pi_5 = 243 - 32 = 211$
따라서 이 경우의 수는

2×3×211=1266
(ⅱ) f(1)=f(3)=2인 경우
치역의 나머지 원소는 1, 3, 4, 5 중 2개이어야 하므로 치역의 원소를 택하는 경우의 수는
$_4C_2=6$
택한 두 원소를 a, b라 할 때, 치역이 {2, a, b}가 되도록 2, 4, 5, 6, 7의 함숫값을 정하는 경우의 수를 생각해 보자.
먼저 2, 4, 5, 6, 7의 함숫값을 2, a, b 중에서 택하는 경우의 수는
$_3\Pi_5=243$
이 중에서
㉠ 치역이 {2, a}가 되는 경우의 수는
$_2\Pi_5-1=31$
㉡ 치역이 {2, b}가 되는 경우의 수는
$_2\Pi_5-1=31$
㉢ 치역이 {2}가 되는 경우의 수는
$_1\Pi_5=1$
이므로 치역이 {2, a, b}가 되도록 2, 4, 5, 6, 7의 함숫값을 정하는 경우의 수는
243-(31+31+1)=180
따라서 이 경우의 수는
6×180=1080
(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 구하는 함수의 개수는
1266+1080=2346

4)

[정답/모범답안]

4

[해설]

(ⅰ) 파란 공을 상자 A에 3개, 상자 B에 1개 넣은 경우
상자 B에 넣을 나머지 공 2개는 흰 공, 검은 공 중에서 중복을 허락하여 2개를 택해야 하므로 그 경우의 수는
$_2H_2={}_{2+2-1}C_2={}_3C_2={}_3C_1=3$
이 각각에 대하여 상자 C에 흰 공 3개를 넣어야 하므로
그 경우의 수는
1
따라서 이 경우의 수는
$_3C_1=3$
(ⅱ) 파란 공을 상자 A에 2개, 상자 B에 2개 넣은 경우
상자 A에 넣을 나머지 공 1개는 흰 공, 검은 공 중에서 택해야 하므로 그 경우의 수는
2
이 각각에 대하여 상자 B에 넣을 나머지 공 1개도 흰 공, 검은 공 중에서 택해야 하므로 그 경우의 수는
2
이 각각에 대하여 상자 C에 흰 공 2개를 넣고, 나머지 공 1개는 검은 공, 파란 공 중에서 택해야 하므로 그 경우의 수는
2
따라서 이 경우의 수는
2×2×2=8
(ⅲ) 파란 공을 상자 A에 1개, 상자 B에 3개 넣은 경우
상자 A에 넣을 나머지 공 2개는 흰 공, 검은 공 중에서 중복을 허락하여 2개를 택해야 하므로 그 경우의 수는
$_2H_2={}_{2+2-1}C_2={}_3C_2={}_3C_1=3$
이 각각에 대하여 상자 C에 흰 공 1개를 넣고, 나머지 공 2개는 검은 공, 파란 공 중에서 중복을 허락하여 2개를 택해야 하므로 그 경우의 수는
$_2H_2={}_{2+2-1}C_2={}_3C_2={}_3C_1=3$
따라서 이 경우의 수는
3×3=9
(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에 의하여 구하는 경우의 수는
3+8+9=20

5)

[정답/모범답안]

3

[해설]

세 사람이 받는 음료수의 개수에 따라 다음과 같은 경우로 나누어 생각할 수 있다.
(ⅰ) 세 사람이 음료수를 각각 1개씩 받는 경우
같은 종류의 빵 7개를 세 사람에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는 서로 다른 3개에서 7개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로
$_3H_7={}_{3+7-1}C_7={}_9C_7={}_9C_2=36$
(ⅱ) 세 사람 중 두 사람만 음료수를 받는 경우
음료수를 받지 못하는 한 사람을 택하는 경우의 수는
$_3C_1=3$
이 각각에 대하여 나머지 두 사람에게 음료수 3개를 각 사람이 적어도 1개씩 받도록 나누어 주는 경우의 수는 먼저 두 사람에게 음료수를 1개씩 나누어 준 후 나머지 음료수를 받을 한 사람을 택하는 경우의 수와 같으므로
$_2C_1=2$
이 각각에 대하여 음료수를 받지 못한 사람에게 먼저 빵을 1개 나누어 주고 나머지 빵 6개를 세 사람에게 남김 없이 나누어 주는 경우의 수는 서로 다른 3개에서 6개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로
$_3H_6={}_{3+6-1}C_6={}_8C_6={}_8C_2=28$
따라서 이 경우의 수는
3×2×28=168
(ⅲ) 세 사람 중 한 사람만 음료수 3개를 받는 경우
음료수 3개를 받을 한 사람을 택하는 경우의 수는
$_3C_1=3$
이 각각에 대하여 음료수를 받지 못한 두 사람에게 먼저 빵을 1개씩 나누어 주고 나머지 빵 5개를 세 사람에게 남김없이 나누어 주는 경우의 수는 서로 다른 3개에서 5개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로
$_3H_5={}_{3+5-1}C_5={}_7C_5={}_7C_2=21$
따라서 이 경우의 수는

3×21=63
(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에 의하여 구하는 경우의 수는
36+168+63=267

6)

[정답/모범답안]

5

[해설]

함수 f가 조건 (가)를 만족시키려면 1, 2, 3, 4, 5에서 중복을 허락하여 5개를 택한 후 큰 수부터 크기순으로 $f(1)$, $f(2)$, f(3), f(4), f(5)의 값으로 정하면 된다. 즉, 조건 (가)를 만족시키는 함수 f의 개수는 서로 다른 5개에서 5개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$_5H_5 = {}_{5+5-1}C_5 = {}_9C_5 = {}_9C_4 = 126$

이 중에서 조건 (나)를 만족시키지 않는 함수는
f(1)=5, f(2)=4, f(3)=3, f(4)=2, f(5)=1
인 한 가지뿐이다.
따라서 구하는 함수의 개수는
126-1=125

7)

[정답/모범답안]

5

[해설]

조건 (나)에 의하여 a가 홀수이므로
a=2a'+1 (a'은 음이 아닌 정수) …… ㉠
로 놓을 수 있고, 조건 (다)에 의하여 c≥d이므로
c=d+c' (c'은 음이 아닌 정수) …… ㉡
로 놓을 수 있다.
㉠, ㉡을 조건 (가)의 a+b+c+d=8에 대입하면
(2a'+1)+b+(d+c')+d=8
2a'+b+c'+2d=7
즉, 2(a'+d)+b+c'=7 (a', b, c', d는 음이 아닌 정수)
(ⅰ) a'+d=0인 경우
a'+d=0을 만족시키는 음이 아닌 정수 a', d의 순서쌍 (a', d)는 (0, 0)뿐이므로 그 개수는 1이고, 이 각각에
대하여 b+c'=7을 만족시키는 음이 아닌 정수 b, c'의 모든 순서쌍 (b, c')의 개수는

$_2H_7 = {}_{2+7-1}C_7 = {}_8C_7 = {}_8C_1 = 8$

따라서 이 경우의 수는
1×8=8
(ⅱ) a'+d=1인 경우
a'+d=1을 만족시키는 음이 아닌 정수 a', d의 모든 순서쌍 (a', d)의 개수는

$_2H_1 = {}_{2+1-1}C_1 = {}_2C_1 = 2$

이 각각에 대하여 b+c'=5를 만족시키는 음이 아닌 정수 b, c'의 모든 순서쌍 (b, c')의 개수는

$_2H_5 = {}_{2+5-1}C_5 = {}_6C_5 = {}_6C_1 = 6$

따라서 이 경우의 수는
2×6=12
(ⅲ) a'+d=2인 경우
a'+d=2를 만족시키는 음이 아닌 정수 a', d의 모든 순서쌍 (a', d)의 개수는

$_2H_2 = {}_{2+2-1}C_2 = {}_3C_2 = {}_3C_1 = 3$

이 각각에 대하여 b+c'=3을 만족시키는 음이 아닌 정수 b, c'의 모든 순서쌍 (b, c')의 개수는

$_2H_3 = {}_{2+3-1}C_3 = {}_4C_3 = {}_4C_1 = 4$

따라서 이 경우의 수는
3×4=12
(ⅳ) a'+d=3인 경우
a'+d=3을 만족시키는 음이 아닌 정수 a', d의 모든 순서쌍 (a', d)의 개수는

$_2H_3 = {}_{2+3-1}C_3 = {}_4C_3 = {}_4C_1 = 4$

이 각각에 대하여 b+c'=1을 만족시키는 음이 아닌 정수 b, c'의 모든 순서쌍 (b, c')의 개수는

$_2H_1 = {}_{2+1-1}C_1 = {}_2C_1 = 2$

따라서 이 경우의 수는
4×2=8
(ⅰ)~(ⅳ)에 의하여 구하는 순서쌍의 개수는
8+12+12+8=40

8)

[정답/모범답안]

2

[해설]

x와 y, y와 z, z와 x가 각각 한 번씩만 서로 이웃하면 나열된 문자열을 같은 문자가 연속하여 나열되는 네 개의 구역으로 나눌 수 있다.
예를 들어 조건을 만족시키는 문자열 xxyyyzxxxx에서 네 개의 구역을 그림으로 나타내면 다음과 같다.

xx	yyy	z	$xxxx$

이때 각 구역에 나열하는 문자의 종류를 그림으로 나타내면 다음과 같은 6가지 경우가 있다.

x	y	z	x
x	z	y	x
y	z	x	y
y	x	z	y
z	x	y	z
z	y	x	z

이 각각에 대하여 각 구역에는 해당 문자를 적어도 한 개 나열해야 하고 각 구역에 나열한 문자의 개수의 총합은 10이 되어야 하므로 각 구역에 나열하는 문자의 개수를 첫 번째 구역부터 차례로 a, b, c, d라 하면

a+b+c+d=10 (a, b, c, d는 자연수)

이고,

a=a'+1, b=b'+1, c=c'+1, d=d'+1 (a', b', c', d'은 음이 아닌 정수)로 놓으면

a'+b'+c'+d'=6 …… ㉠

이때 ㉠을 만족시키는 음이 아닌 정수 a', b', c', d'의 모든 순서쌍 (a', b', c', d')의 개수는 서로 다른 4개에서 6개를 택하는 중복조합의 수와 같으므로

$_{4}H_{6} = {}_{4+6-1}C_{6} = {}_{9}C_{6} = {}_{9}C_{3} = \frac{9\times8\times7}{3\times2\times1} = 84$

따라서 구하는 경우의 수는 곱의 법칙에 의하여

6×84=504

9)

[정답/모범답안]

11

[해설]

집합 X= {1, 2, 3, 4}에서 집합 Y= {1, 2, 3, 4, 5, 6}으로의 함수의 개수는

$_{6}\Pi_{4} = 6^4$

(ⅰ) f(1)=2인 사건을 A라 하면

$P(A)= \frac{_{6}\Pi_{3}}{_{6}\Pi_{4}} = \frac{6^3}{6^4} = \frac{1}{6}$

(ⅱ) f(2)=3인 사건을 B라 하면

$P(A)= \frac{_{6}\Pi_{3}}{_{6}\Pi_{4}} = \frac{6^3}{6^4} = \frac{1}{6}$

(ⅲ) f(1)=2, f(2)=3인 사건은 A∩B이므로

$P(A\cap B)= \frac{_{6}\Pi_{2}}{_{6}\Pi_{4}} = \frac{6^2}{6^4} = \frac{1}{36}$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 확률은 확률의 덧셈정리에 의하여

P(A∪B)=P(A)+P(B)-P(A∩B)= $\frac{1}{6}+\frac{1}{6}-\frac{1}{36}=\frac{11}{36}$

따라서 $p=\frac{11}{36}$이므로 36p=11

10)

[정답/모범답안]

5

[해설]

서로 다른 6개의 필기구를 2개씩 같은 종류의 필통 3개에 나누어 넣는 경우의 수는

$_{6}C_{2}\times{}_{4}C_{2}\times{}_{2}C_{2}\times\frac{1}{3!} = \frac{6\times5}{2\times1}\times\frac{4\times3}{2\times1}\times1\times\frac{1}{6} = 15$

2개의 볼펜이 동일한 필통에 있도록 6개의 필기구를 세 개의 필통에 나누어 넣는 경우의 수는

$_{2}C_{2}\times\left({}_{4}C_{2}\times{}_{2}C_{2}\times\frac{1}{2!}\right) = 1\times\left(\frac{4\times3}{2\times1}\times1\times\frac{1}{2}\right) = 3$

이므로 2개의 볼펜을 동일한 필통에 넣을 확률은

$\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$

따라서 2개의 볼펜을 동일한 필통에 넣지 않을 확률은 여사건의 확률에 의하여

$1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$

11)

[정답/모범답안]

2

[해설]

세 학생 A, B, C를 포함한 5명의 학생을 각각 4개의 반에 배정하는 경우의 수는

$_{4}\Pi_{5} = 4^5$

세 학생 A, B, C를 모두 서로 다른 반에 배정하는 경우의 수는

$_{4}P_{3}\times{}_{4}\Pi_{2} = {}_{4}P_{3}\times4^2$

따라서 구하는 확률은

$\frac{_{4}P_{3}\times4^2}{4^5} = \frac{4\times3\times2}{4\times4\times4} = \frac{3}{8}$

12)

[정답/모범답안]

4

[해설]

12개의 공 중에서 4개의 공을 동시에 꺼내는 경우의 수는

$_{12}C_{4} = \frac{12\times11\times10\times9}{4\times3\times2\times1} = 495$

꺼낸 공의 색의 종류의 수가 2인 경우는 다음과 같다.

(ⅰ) 같은 색의 공 3개와 나머지 다른 색의 공이 1개가 나오는 사건을 A라 하면

$P(A)= \frac{_{3}P_{2}\times\left({}_{4}C_{3}\times{}_{4}C_{1}\right)}{_{12}C_{4}}$

$= \frac{3\times2\times(4\times4)}{495} = \frac{32}{165}$

(ⅱ) 같은 색의 공이 2개씩 2종류가 나오는 사건을 B라 하면

$P(B)=\dfrac{{}_3C_2\times({}_4C_2\times{}_4C_2)}{{}_{12}C_4}$

$=\dfrac{3\times(6\times6)}{495}=\dfrac{12}{55}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 두 사건 A와 B는 서로 배반사건이므로 확률의 덧셈정리에 의하여 구하는 확률은

P(A∪B) =P(A)+P(B)

$=\dfrac{32}{165}+\dfrac{12}{55}=\dfrac{68}{165}$

13)

[정답/모범답안]

4

[해설]

서로 다른 세 개의 주사위를 동시에 한 번 던져서 나오는 경우의 수는

$6\times6\times6=6^3$

나온 눈의 수의 최댓값과 최솟값의 합이 5인 경우는 다음과 같다.

(ⅰ) 눈의 수의 최솟값이 1, 최댓값이 4인 사건을 A라 하면 나온 눈의 수가 각각

(1, 1, 4), (1, 2, 4), (1, 3, 4), (1, 4, 4)

일 때이고 이들을 나열하는 경우의 수는

$\dfrac{3!}{2!}+3!+3!+\dfrac{3!}{2!}=3+6+6+3=18$

이므로

$P(A)=\dfrac{18}{6^3}=\dfrac{1}{12}$

(ⅱ) 눈의 수의 최솟값이 2, 최댓값이 3인 사건을 B라 하면 나온 눈의 수가 각각

(2, 2, 3), (2, 3, 3)

일 때이고 이들을 나열하는 경우의 수는

$\dfrac{3!}{2!}+\dfrac{3!}{2!}=3+3=6$

이므로

$P(B)=\dfrac{6}{6^3}=\dfrac{1}{36}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 두 사건 A와 B는 서로 배반사건이므로 확률의 덧셈정리에 의하여 구하는 확률은

P(A∪B) =P(A)+P(B)

$=\dfrac{1}{12}+\dfrac{1}{36}=\dfrac{1}{9}$

14)

[정답/모범답안]

3

[해설]

8명의 학생을 4명씩 두 모둠으로 나누는 경우의 수는

${}_8C_4\times{}_4C_4\times\dfrac{1}{2!}=\dfrac{8\times7\times6\times5}{4\times3\times2\times1}\times1\times\dfrac{1}{2}=35$

1부터 8까지의 자연수에는 홀수 4개와 짝수 4개가 있다.

각 모둠에 속한 네 학생의 번호의 합이 모두 짝수인 경우는 다음과 같다.

(ⅰ) 각 모둠에 번호가 홀수인 학생이 2명, 번호가 짝수인 학생이 2명이 있는 경우

이 경우의 수는

$({}_4C_2\times{}_4C_2)\times({}_2C_2\times{}_2C_2)\times\dfrac{1}{2!}$

$=\left(\dfrac{4\times3}{2\times1}\times\dfrac{4\times3}{2\times1}\right)\times(1\times1)\times\dfrac{1}{2}=18$

(ⅱ) 번호가 홀수인 학생이 4명인 모둠과 번호가 짝수인 학생이 4명인 모둠이 있는 경우

이 경우의 수는 1

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\dfrac{18+1}{35}=\dfrac{19}{35}$

15)

[정답/모범답안]

11

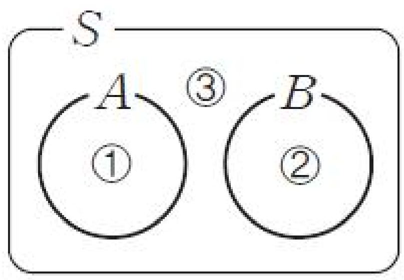
[해설]

표본공간 S의 공집합이 아닌 부분집합의 개수는

$2^4-1=15$

이므로 두 사건 A, B를 정하는 경우의 수는

${}_{15}\Pi_2=15^2$



그림과 같이 A∩B=∅일 때 ①은 집합 A, ②는 집합 B, ③은 집합 $(A\cup B)^C$을 나타낸다고 하자.

두 사건 A와 B가 서로 배반사건, 즉 A ∩B=∅이 되도록 두 사건 A, B를 정하려면 네 수 1, 2, 3, 4가 각각 ①, ②, ③의 세 집합 중 어느 한 집합에 속하면 된다.

이때 네 수가 ① 또는 ③에만 속하면 B=∅이고 네 수가 ② 또는 ③에만 속하면 A=∅이므로 제외해야 한다.

따라서 A=∅또는 B=∅이 되는 경우의 수는

${}_2\Pi_4+{}_2\Pi_4-1=16+16-1=31$

공집합이 아닌 두 사건 A와 B가 서로 배반사건인 경우의 수는

${}_3\Pi_4-31=3^4-31=50$

이므로 구하는 확률은

$\dfrac{50}{15^2}=\dfrac{2}{9}$

따라서 p=9, q=2이므로

p+q=9+2=11

16)

[정답/모범답안]
2

[해설]
집합 U= {1, 2, 3}의 공집합이 아닌 부분집합의 개수는
$2^3-1=7$
이므로 서로 다른 두 부분집합 A, B를 정하는 경우의 수는
${}_7P_2=7\times6=42$
공집합이 아닌 두 부분집합 A, B의 원소의 개수를 각각 a, b라 하면 A⊂B이고 A≠B이므로 $1\le a<b\le3$이어야 한다.
(ⅰ) a=1, b=2인 경우
집합 U의 원소 1, 2, 3 중 1개를 택해 집합 A의 원소로 하고 남은 2개의 원소 중 1개를 택해 집합 B-A의 원소로 하는 경우의 수는
${}_3C_1\times{}_2C_1=6$
(ⅱ) a=1, b=3인 경우
집합 U의 원소 1, 2, 3 중 1개를 택해 집합 A의 원소로 하고 B=U로 하는 경우의 수는
${}_3C_1\times1=3$
(ⅲ) a=2, b=3인 경우
집합 U의 원소 1, 2, 3 중 2개를 택해 집합 A의 원소로 하고 B=U로 하는 경우의 수는
${}_3C_2\times1=3$
(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 구하는 확률은
$\frac{6+3+3}{42}=\frac{2}{7}$

17)
[정답/모범답안]
2

[해설]
f(1)=a, f(2)=b, f(3)=c라 하면
f(1)+f(2)+f(3)=7에서
a+b+c=7 (a, b, c는 1 이상 4 이하의 자연수)를 만족시킨다.
a=a'+1, b=b'+1, c=c'+1로 놓으면
a'+b'+c'=4 (a', b', c'은 음이 아닌 3 이하의 정수)
이 방정식을 만족시키는 모든 순서쌍 (a', b', c')의 개수는 서로 다른 3개에서 중복을 허락하여 4개를 뽑는 조합의 수에서 순서쌍 (a', b', c')이 (4, 0, 0), (0, 4, 0), (0, 0, 4)인 경우의 수 3을 빼야 하므로
${}_3H_4-3={}_{3+4-1}C_4-3$
$={}_6C_4-3={}_6C_2-3$
$=\frac{6\times5}{2\times1}-3=12$
이때 f(4)의 값은 1, 2, 3, 4 중 하나이므로 함수 f의 개수는 12×4=48
한편, a+b+c=7인 함수 f 중에서 치역의 원소의 개수가 2인 경우는 다음과 같다.
(ⅰ) a, b, c의 값이 1, 3, 3이고 f(4)가 1 또는 3인 경우
1, 3, 3을 일렬로 나열하는 경우의 수가 $\frac{3!}{2!}$
이 각각에 대하여 f(4)가 1 또는 3이므로 구하는 경우의 수는
$\frac{3!}{2!}\times2=6$
(ⅱ) a , b, c의 값이 2, 2, 3이고 f(4)가 2 또는 3인 경우
2, 2, 3을 일렬로 나열하는 경우의 수가 $\frac{3!}{2!}$
이 각각에 대하여 f(4)가 2 또는 3이므로 구하는 경우의 수는
$\frac{3!}{2!}\times2=6$
(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은
$\frac{6+6}{48}=\frac{1}{4}$

18)
[정답/모범답안]
1

[해설]
서로 다른 8개의 문자와 숫자를 일렬로 나열하는 경우의 수는 8!
(ⅰ) 문자 A와 숫자 1을 이웃하여 나열하지 않는 경우
문자 A의 양쪽 옆에 숫자 1을 제외한 숫자를 나열하고, 숫자 1의 양쪽 옆에 문자 A를 제외한 문자를 나열해야 한다.
문자 A의 양쪽 옆에 숫자 1을 제외한 숫자를 나열하는 경우의 수는 ${}_3P_2=6$
이 각각에 대하여 숫자 1의 양쪽 옆에 문자 A를 제외한 문자를 나열하는 경우의 수는 ${}_3P_2=6$
이 각각에 대하여 이들 각각을 한 묶음씩 두 묶음으로 생각하고 나머지 숫자 1개, 문자 1개와 함께 일렬로 나열하는 경우의 수는 4!
따라서 구하는 경우의 수는
6×6×4!=36×4!
(ⅱ) 문자 A와 숫자 1을 이웃하여 나열하는 경우
문자 A의 양쪽 옆에 1과 세 숫자 2, 3, 4 중 하나의 숫자를 나열하고, 숫자 1의 양쪽 옆에 A와 세 문자 B, C, D 중 하나의 문자를 나열해야 한다.
문자 A에 이웃하여 숫자 1을 나열하는 경우의 수는 2!
이 각각에 대하여 문자 A와 숫자 1을 한 묶음으로 생각하여 양쪽 옆에 숫자 1개, 문자 1개를 나열하는 경우의 수는
${}_3C_1\times{}_3C_1=9$
이 각각에 대하여 다시 이들을 한 묶음으로 생각하고 나머지 숫자 2개, 문자 2개와 함께 일렬로 나열하는 경우의 수는 5!
따라서 구하는 경우의 수는
2!×9×5!=90×4!
(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은
$\frac{36\times4!+90\times4!}{8!}=\frac{(36+90)\times4!}{8!}$
$=\frac{126}{8\times7\times6\times5}=\frac{3}{40}$

19)

[정답/모범답안]

5

[해설]

갑과 을이 서로 다른 세 주머니에서 공을 각각 한 개씩 꺼내는 경우의 수는

$5^3 \times 4^3$

$a_i \neq b_i$인 i (i=1, 2, 3)이 존재하는 사건을 A라 하면 사건 A의 여사건 A^C은 $a_i \neq b_i$인 i가 존재하지 않는 사건이다.

즉, $a_1 = b_1$, $a_2 = b_2$, $a_3 = b_3$인 사건이다.

서로 다른 세 주머니에는 1, 2, 3, 4, 5가 적힌 공이 1개씩 있으므로 갑과 을이 꺼낸 3개의 공에 적힌 숫자를 크기순으로 배열했을 때 사건 A^C이 일어나려면 갑이 꺼낸 3개의 공에 적힌 숫자는 서로 달라야 한다.

1, 2, 3, 4, 5의 5개의 숫자에서 갑이 꺼낸 3개의 공에 적힌 서로 다른 숫자를 정하는 경우의 수는

${}_5C_3 = {}_5C_2 = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$

(ⅰ) 이 10가지 경우 중에서 갑이 서로 다른 세 주머니에서 1, 2, 3이 적힌 공을 꺼냈다고 가정할 때, 꺼내는 순서를 정하는 경우의 수는 3!

(ⅱ) (ⅰ)에서 갑이 1, 2, 3이 적힌 공을 차례로 꺼냈다고 할 때 을도 서로 다른 세 주머니에서 1, 2, 3이 적힌 공을 꺼내려면 차례로 2, 3, 1이 적힌 공을 꺼내거나 3, 1, 2가 적힌 공을 꺼내야 한다.

(ⅰ), (ⅱ)에서 갑과 을이 모두 1, 2, 3이 적힌 공을 꺼내는 경우의 수는

3!×2=12

따라서

$P(A^C) = \frac{10 \times 12}{5^3 \times 4^3} = \frac{3}{5^2 \times 2^3} = \frac{3}{200}$이므로 구하는 확률은

$P(A) = 1 - P(A^C) = 1 - \frac{3}{200} = \frac{197}{200}$

20)

[정답/모범답안]

2

[해설]

네 개의 동전을 동시에 한 번 던질 때 앞면이 나온 동전의 개수가 뒷면이 나온 동전의 개수보다 많은 경우는 다음과 같다.

(ⅰ) 앞면이 나온 동전이 3개, 뒷면이 나온 동전이 1개인 경우

이때의 확률은

${}_4C_3 \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{1}{2}\right)^1 = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$

(ⅱ) 앞면이 나온 동전이 4개인 경우

이때의 확률은

${}_4C_4 \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{4} + \frac{1}{16} = \frac{5}{16}$

21)

[정답/모범답안]

2

[해설]

시행의 결과로 나올 수 있는 표본공간을 S라 하면

S= {x | x는 10 이하의 자연수}, n(S)=10

A= {2, 4, 6, 8, 10}, n(A)=5

A^C={1, 3, 5, 7, 9}, n(A^C)=5

P(A∪B)=P(A)+P(B)-P(A∩B)에서

두 사건 A와 B가 서로 독립이므로

P(A∪B)=P(A)+P(B)-P(A)P(B)

n(S)=10, n(A∪B)=7, n(A)=5이므로

$\frac{7}{10} = \frac{5}{10} + \frac{n(B)}{10} - \frac{5}{10} \times \frac{n(B)}{10}$

$\frac{1}{5} = \frac{n(B)}{20}$, n(B)=4

P(A∩B)=P(A)P(B)에서

$\frac{n(A \cap B)}{10} = \frac{5}{10} \times \frac{4}{10}$이므로

n(A∩B)=2

이때 n(B)=4이고 n(A∩B)=2를 만족시키는 사건 B는 사건 A의 원소와 사건 A^C의 원소를 각각 2개씩 포함하여야 한다.

따라서 구하는 사건 B의 개수는

${}_5C_2 \times {}_5C_2 = 10 \times 10 = 100$

22)

정답/모범답안]

55

[해설]

처음 꺼낸 공이 1이 적혀 있는 공인 사건을 A, 주머니에서 다시 꺼낸 3개의 공에 적혀 있는 수의 곱이 홀수인 사건을 B라 하자.

(ⅰ) 처음 꺼낸 공이 1이 적혀 있는 공일 확률은

$P(A) = \frac{4}{7}$

1이 적혀 있는 공을 1개 추가하여 주머니에 넣으면 주머니에는 1이 적혀 있는 공 5개와 2가 적혀 있는 공 3개가 들어 있게 된다. 이때 꺼낸 3개의 공에 적혀 있는 수의 곱이 홀수이려면 1이 적혀 있는 공 3개를 동시에 꺼내야 하므로 이 확률은

$P(B|A) = \frac{{}_5C_3}{{}_8C_3} = \frac{10}{56} = \frac{5}{28}$

$P(A \cap B) = P(A)P(B|A) = \frac{4}{7} \times \frac{5}{28} = \frac{5}{49}$

(ⅱ) 처음 꺼낸 공이 2가 적혀 있는 공일 확률은

$P(A^C)=\frac{3}{7}$

2가 적혀 있는 공을 2개 추가하여 주머니에 넣으면 주머니에는 1이 적혀 있는 공 4개와 2가 적혀 있는 공 5개가 들어 있게 된다. 이때 꺼낸 3개의 공에 적혀 있는 수의 곱이 홀수이려면 1이 적혀 있는 공 3개를 동시에 꺼내야 하므로 이 확률은

$P(B|A^C)=\frac{{}_4C_3}{{}_9C_3}=\frac{4}{84}=\frac{1}{21}$

$P(A^C\cap B)=P(A^C)P(B|A^C)=\frac{3}{7}\times\frac{1}{21}=\frac{1}{49}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$P(B)=P(A\cap B)+P(A^C\cap B)$

$=\frac{5}{49}+\frac{1}{49}=\frac{6}{49}$

따라서 p=49, q=6이므로

p+q=49+6=55

23)

[정답/모범답안]

2

[해설]

8명의 학생이 8개의 의자에 앉는 경우의 수는 8!

A와 B가 같은 줄에 앉는 사건을 A, A와 C가 같은 줄에서 서로 이웃하여 앉는 사건을 B라 하면 구하는 확률은 $P(B|A)$이다.

A와 B가 같은 줄에 앉을 확률은 A, B가 같이 앉을 줄을 선택하는 경우의 수가 2, 선택한 줄에서 A, B가 앉는 경우의 수가 ${}_4P_2$,

나머지 6명의 학생이 남아 있는 6개의 의자에 앉는 경우의 수가 6!이므로

$P(A)=\frac{2\times{}_4P_2\times 6!}{8!}=\frac{3}{7}$

A와 B가 같은 줄에 앉고 A와 C가 같은 줄에서 서로 이웃하여 앉을 확률은 A, B, C가 같이 앉을 줄을 선택하는 경우의 수가 2, 선택한 줄에서 A와 C를 한 묶음으로 생각하여 B와 한 줄에 앉는 경우의 수가 ${}_3P_2$, A와 C가 서로 바꾸어 앉는 경우의 수가 2!, 나머지 5명의 학생이 남아 있는 5개의 의자에 앉는 경우의 수는 5!이므로

$P(A\cap B)=\frac{2\times{}_3P_2\times 2!\times 5!}{8!}=\frac{1}{14}$

따라서 구하는 확률은

$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{1}{14}}{\frac{3}{7}}=\frac{1}{6}$

24)

[정답/모범답안]

2

[해설]

갑이 꺼낸 공에 적혀 있는 두 수의 합이 짝수이므로 구하는 경우는 다음 두 가지로 나눌 수 있다.

(ⅰ) 갑이 꺼낸 공에 적혀 있는 두 수가 모두 짝수인 경우

갑이 모두 짝수가 적혀 있는 공을 꺼내고, 을은 모두 짝수가 적혀 있거나 모두 홀수가 적혀 있는 공을 꺼내는 경우이고 이 확률은

$\frac{2}{4}\times\frac{2}{5}\times\left(\frac{1}{3}\times\frac{1}{4}+\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}\right)$

$=\frac{1}{5}\times\left(\frac{1}{12}+\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{7}{60}$

(ⅱ) 갑이 꺼낸 공에 적혀 있는 두 수가 모두 홀수인 경우

갑이 모두 홀수가 적혀 있는 공을 꺼내고, 을은 모두 짝수가 적혀 있거나 모두 홀수가 적혀 있는 공을 꺼내는 경우이고 이 확률은

$\frac{2}{4}\times\frac{3}{5}\times\left(\frac{2}{3}\times\frac{2}{4}+\frac{1}{3}\times\frac{2}{4}\right)$

$=\frac{3}{10}\times\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{6}\right)$

$=\frac{3}{20}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{7}{60}+\frac{3}{20}=\frac{16}{60}=\frac{4}{15}$

25)

[정답/모범답안]

4

[해설]

8번의 시행을 할 때, $x_4=0$인 사건을 A, $x_8>0$인 사건을 B라 하면 구하는 확률은 P(A∩B)이다.

이때 $x_4=0$이고 $x_8>0$인 경우는 다음과 같다.

(ⅰ) $x_4=0$이고 $x_8=2$인 경우

4번째 시행까지 앞면이 2번, 뒷면이 2번 나온 후 다음 4번의 시행에서 앞면이 3번, 뒷면이 1번 나와야 하므로 이 경우의 확률은

$\left\{{}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2\right\}\times\left\{{}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^1\right\}$

$=\frac{3}{8}\times\frac{1}{4}=\frac{3}{32}$

(ⅱ) $x_4=0$이고 $x_8=4$인 경우

4번째 시행까지 앞면이 2번, 뒷면이 2번 나온 후 다음 4번의 시행에서 앞면이 4번 나와야 하므로 이 경우의 확률은

$\left\{{}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2\right\}\times\left\{{}_4C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4\right\}$

$=\frac{3}{8}\times\frac{1}{16}=\frac{3}{128}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$P(A\cap B)=\frac{3}{32}+\frac{3}{128}=\frac{15}{128}$

26)

[정답/모범답안]

4

[해설]

소수가 나오는 사건이 A이므로

A= {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19}

$P(A)=\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$

20보다 작은 자연수 n에 대하여 n 이하의 수가 나오는 사건이 B_n이므로

B_n ={1, 2, 3, ⋯, n}

$P(B_n)=\frac{n}{20}$

20보다 작은 자연수 n에 대하여 두 사건 A와 B_n이 서로 독립이려면

$P(A\cap B_n)=P(A)P(B_n)$이어야 한다.

$n(A\cap B_n)=k$라 하면

$\frac{k}{20}=\frac{2}{5}\times\frac{n}{20}$이므로

$k=\frac{2}{5}n$ …… ㉠

이때 k는 자연수이므로 n은 5의 배수이다.

(ⅰ) n=5일 때

$A\cap B_n$ ={2, 3, 5 }

에서 k=3이므로 ㉠을 만족시키지 않는다.

(ⅱ) n=10일 때

$A\cap B_n$ ={2, 3, 5, 7 }

에서 k=4이므로 ㉠을 만족시킨다.

(ⅲ) n=15일 때

$A\cap B_n$ ={2, 3, 5, 7, 11, 13 }

에서 k=6이므로 ㉠을 만족시킨다.

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ)에서 두 사건 A와 Bn이 서로 독립이 되도록 하는 n의 값은 10, 15이므로 구하는 모든 n의 값의 합은

10+15=25

27)

[정답/모범답안]

675

[해설]

남편과 아내들이 숫자를 부여받은 모든 경우마다 부부끼리 부여받은 숫자와 적은 숫자가 일치할 확률은 같은 정도로 기대되므로 남편과 아내들이 숫자를 부여받은 어떤 한 경우를 생각하여 확률을 구하면 된다.

이때 어느 한 쌍의 부부 중 남편이 부여받은 숫자와 아내가 적은 숫자가 일치할 확률과 아내가 부여받은 숫자와 남편이 적은 숫자가 일치할 확률은 각각 4!;이므로 한 쌍의 부부가 상품을 받을 확률은

$\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{16}$

이고 상품을 받지 못할 확률은

$1-\frac{1}{16}=\frac{15}{16}$

한편, 각 쌍의 부부가 상품을 받는 사건은 서로 독립이므로 네 쌍의 부부 중 두 쌍의 부부가 상품을 받을 확률은

${}_4C_2\left(\frac{1}{16}\right)^2\left(\frac{15}{16}\right)^2=6\times\frac{1}{2^8}\times\frac{225}{2^8}=\frac{675}{2^{15}}$

따라서 a=675

28)

[정답/모범답안]

4

[해설]

확률변수 X가 갖는 값은 0, 1, 2이고,

X=0일 때

세 주머니 A, B, C에서 각각 검은 공을 꺼내야 하므로

$P(X=0)=\frac{4}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{4}=\frac{3}{8}$

X=1일 때

(ⅰ) 주머니 A에서 검은 공, 주머니 B에서 흰 공, 주머니 C에서 검은 공을 꺼내는 경우

$\frac{4}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{2}{4}=\frac{1}{8}$

(ⅱ) 주머니 A에서 검은 공, 주머니 B에서 검은 공, 주머니 C에서 흰 공을 꺼내는 경우

$\frac{4}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{4}=\frac{3}{8}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $P(X=1)=\frac{1}{8}+\frac{3}{8}=\frac{1}{2}$

X=2일 때

주머니 A에서 검은 공, 주머니 B에서 흰 공, 주머니 C에서 흰 공을 꺼내야 하므로

$P(X=2)=\frac{4}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{2}{4}=\frac{1}{8}$

따라서

$E(X)=0\times\frac{3}{8}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{8}=\frac{3}{4}$

29)

[정답/모범답안]

1

[해설]

확률변수 X가 갖는 값은 1, 2, 3, 4, 5이고, 세 주머니 중에서 임의로 한 주머니를 택할 확률은 $\frac{1}{3}$이다.

(ⅰ) X=1일 때

주머니 A 또는 C를 택하여 1이 적혀 있는 공을 꺼내는 경우이므로

$P(X=1)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{5}{18}$

(ii) X=2일 때

주머니 A 또는 B를 택하여 2가 적혀 있는 공을 꺼내는 경우이므로

$P(X=2)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$

(iii) X=3일 때

주머니 A 또는 B를 택하여 3이 적혀 있는 공을 꺼내는 경우이므로

$P(X=3)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$

(iv) X=4일 때

주머니 B를 택하여 4가 적혀 있는 공을 꺼내는 경우이므로

$P(X=4)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$

(v) X=5일 때

주머니 C를 택하여 5가 적혀 있는 공을 꺼내는 경우이므로

$P(X=5)=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{6}$

(i)~(v)에 의하여 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	4	5	계
$P(X=x)$	$\frac{5}{18}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$	1

$E(X)=1\times\frac{5}{18}+2\times\frac{2}{9}+3\times\frac{2}{9}+4\times\frac{1}{9}+5\times\frac{1}{6}=\frac{8}{3}$

$E(X^2)=1^2\times\frac{5}{18}+2^2\times\frac{2}{9}+3^2\times\frac{2}{9}+4^2\times\frac{1}{9}+5^2\times\frac{1}{6}=\frac{82}{9}$

따라서

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

$=\frac{82}{9}-\left(\frac{8}{3}\right)^2=2$

30)

[정답/모범답안]

93

[해설]

주머니에 들어 있는 모든 공의 개수는

$k+(k-1)+(k-2)+\cdots+2+1=\sum_{i=1}^{k}i=\frac{k(k+1)}{2}$

이고, X=i인 공의 개수는 k-i+1이므로

$P(X=i)=\frac{k-i+1}{\frac{k(k+1)}{2}}=\frac{2(k+1-i)}{k(k+1)}$

따라서

$E(X)=\sum_{i=1}^{k}\{i\times P(X=i)\}$

$=\sum_{i=1}^{k}\left\{i\times\frac{2(k+1-i)}{k(k+1)}\right\}$

$=\sum_{i=1}^{k}\frac{2(k+1)i-2i^2}{k(k+1)}$

$=\frac{2}{k}\sum_{i=1}^{k}i-\frac{2}{k(k+1)}\sum_{i=1}^{k}i^2$

$=\frac{2}{k}\times\frac{k(k+1)}{2}-\frac{2}{k(k+1)}\times\frac{k(k+1)(2k+1)}{6}$

$=k+1-\frac{2k+1}{3}$

$=\frac{k+2}{3}$

E(3X+5)=100에서

E(3X+5)=3E(X)+5

$=3\times\frac{k+2}{3}+5$

=k+7=100

이므로 k=93

31)

[정답/모범답안]

4

[해설]

P(X=i)=p_i, P(Y=2i-1)=q_i (i=1, 2, 3, 4, 5)라 하면

P(Y=2i-1)=a×P(X=i)+a이므로

$q_i=ap_i+a$

$\sum_{i=1}^{5}p_i=1$이므로

$\sum_{i=1}^{5}q_i=\sum_{i=1}^{5}(ap_i+a)$

$=a\sum_{i=1}^{5}p_i+\sum_{i=1}^{5}a$

$=a+5a=6a$

$\sum_{i=1}^{5}q_i=1$이므로 6a=1에서 $a=\frac{1}{6}$

따라서 P(Y=2i-1)= $q_i=\frac{1}{6}p_i+\frac{1}{6}$

한편,

E(X)=$\sum_{i=1}^{5}ip_i$, E(Y)=$\sum_{i=1}^{5}(2i-1)q_i$이므로

$E(Y)=\sum_{i=1}^{5}(2i-1)q_i$

$=\sum_{i=1}^{5}(2i-1)\left(\frac{1}{6}p_i+\frac{1}{6}\right)$

$=\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{5}(2ip_i+2i-p_i-1)$

$=\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{5}ip_i+\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{5}i-\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{5}p_i-\frac{1}{6}\times5$

$=\frac{1}{3}E(X)+\frac{1}{3}\times\frac{5\times6}{2}-\frac{1}{6}\times1-\frac{5}{6}$

$=\frac{1}{3}E(X)+4$

$=\frac{1}{3}\times\frac{10}{3}+4=\frac{46}{9}$

따라서

$E(9Y+5)=9E(Y)+5$

$=9\times\frac{46}{9}+5=51$

{참고}

P(X=i)=p_i, P(Y=2i-1)=q_i (i=1, 2, 3, 4, 5)라 하면

P(Y=2i-1)=a×P(X=i)+a (i=1, 2, 3, 4, 5)이므로 두 확률변수 X, Y의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	4	5	계
$P(X=i)$	p_1	p_2	p_3	p_4	p_5	1

Y	1	3	5	7	9	계
$P(Y=2i-1)$	ap_1+a	ap_2+a	ap_3+a	ap_4+a	ap_5+a	1

따라서

$\sum_{i=1}^{5}p_i=1$, $\sum_{i=1}^{5}(ap_i+a)=1$이고

$E(X)=\sum_{i=1}^{5}ip_i$, $E(Y)=\sum_{i=1}^{5}(2i-1)(ap_i+a)$

임을 알 수 있다.

32)

[정답/모범답안]

17

[해설]

자연수 1, 2, 3, 4를 한 번씩 사용하여 만들 수 있는 네 자리 자연수의 집합을 S라 하면 n(S)=4!=24이고, X가 갖는 값은 0, 1, 2, 3이다.

m∈S인 자연수 m의 각 자리의 숫자를 거꾸로 나열하여 만든 자연수를 m'이라 하면 m'∈S이고, 임의의 자연수 m에 대하여 m'이 반드시 하나 존재한다.

이때 자연수 m에 대하여 $a_i>a_{i+1}$ (i=1, 2, 3)을 만족시키는 a_i의 개수가 k (k=0, 1, 2, 3)이면 자연수 m'에 대하여 $a_i>a_{i+1}$을 만족시키는 a_i의 개수는 3-k이다.

따라서 P(X=k)=P(X=3-k) (k=0, 1, 2, 3)이다.

한편, X=0일 때, 택해진 수는 1234인 경우뿐이므로

P(X=0)= $\frac{1}{24}$이고,

P(X=3)=P(X=3-3)=P(X=0)= $\frac{1}{24}$

또, P(X=1)=P(X=3-1)=P(X=2)이고

P(X=1)+P(X=2)=1-{P(X=0)+P(X=3)}

$=1-\left(\frac{1}{24}+\frac{1}{24}\right)$

$=\frac{11}{12}$

이므로 P(X=1)=P(X=2)= $\frac{11}{24}$이다.

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{24}$	$\frac{11}{24}$	$\frac{11}{24}$	$\frac{1}{24}$	1

$E(X)=0\times\frac{1}{24}+1\times\frac{11}{24}+2\times\frac{11}{24}+3\times\frac{1}{24}=\frac{3}{2}$

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

$=\left(0^2\times\frac{1}{24}+1^2\times\frac{1}{24}+2^2\times\frac{11}{24}+3^2\times\frac{1}{24}\right)-\left(\frac{3}{2}\right)^2$

$=\frac{5}{12}$

따라서 p=12, q=5이므로 p+q=12+5=17

{다른 풀이}

확률변수 X가 갖는 값은 0, 1, 2, 3이고, 각각의 값에 대응하는 확률은 다음과 같다.

(ⅰ) X=0일 때

1234의 1개이므로

P(X=0)$\frac{1}{24}$

(ⅱ) X=1일 때

$a_1<a_2$, $a_2<a_3<a_4$인 경우

2134, 3124, 4123

$a_1<a_2$, $a_2>a_3$, $a_3<a_4$인 경우

1324, 2314, 1423, 2413, 3412

$a_1<a_2<a_3$, $a_3>a_4$인 경우

1243, 1342, 2341

따라서 모두 11개이므로

P(X=1)= $\frac{11}{24}$

(ⅲ) X=2일 때

$a_1>a_2>a_3$, $a_3<a_4$인 경우

3214, 4213, 4312

$a_1>a_2$, $a_2<a_3$, $a_3>a_4$인 경우

2143, 3142, 3241, 4132, 4231

$a_1<a_2$, $a_2>a_3>a_4$인 경우

1432, 2431, 3421

따라서 모두 11개이므로

P(X=2)= $\frac{11}{24}$

(ⅳ) X=3일 때

4321의 1개이므로

P(X=3)= $\frac{1}{24}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{24}$	$\frac{11}{24}$	$\frac{11}{24}$	$\frac{1}{24}$	1

$E(X)=0\times\frac{1}{24}+1\times\frac{11}{24}+2\times\frac{11}{24}+3\times\frac{1}{24}=\frac{3}{2}$

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

$=\left(0^2\times\frac{1}{24}+1^2\times\frac{1}{24}+2^2\times\frac{11}{24}+3^2\times\frac{1}{24}\right)-\left(\frac{3}{2}\right)^2$

$=\frac{5}{12}$

따라서 p=12, q=5이므로 p+q=12+5=17

33)

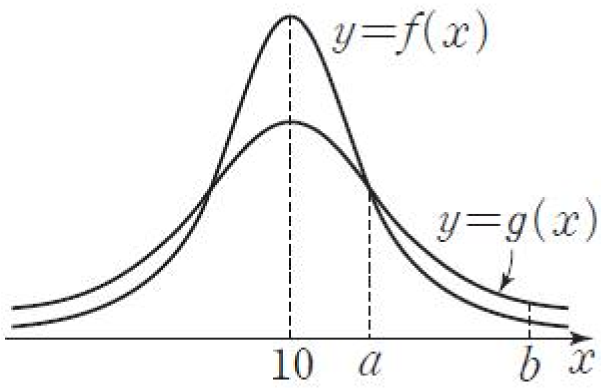
[정답/모범답안]

5

[해설]

$\sigma_1<\sigma_2$이고, f(a)=g(a)이므로

두 함수 y=f(x), y=g(x)의 그래프는 그림과 같다.



ㄱ. x>a일 때, f(x)<g(x)이므로 f(b)<g(b) (참)

ㄴ. 함수 y=f(x)의 그래프는 직선 x=10에 대하여 대칭이고, 종 모양의 곡선이므로

P(10≤X≤a)=P(a≤X≤b)이면 a-10<b-a이다.

즉, 2a<b+10 (참)

ㄷ. P(X≥10)=0.5이므로

P(10≤X≤a)+P(a≤X≤b)<0.5이다.

P(10≤X≤a)=P(a≤X≤b)이므로

2P(10≤X≤a)<0.5

즉, P(10≤X≤a)<0.25이다.

따라서 P(10≤Y≤a)<P(10≤X≤a)<0.25이므로

P(10≤Y≤c)=0.25이면 a<c이다.(참)

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

34)

[정답/모범답안]

2

[해설]

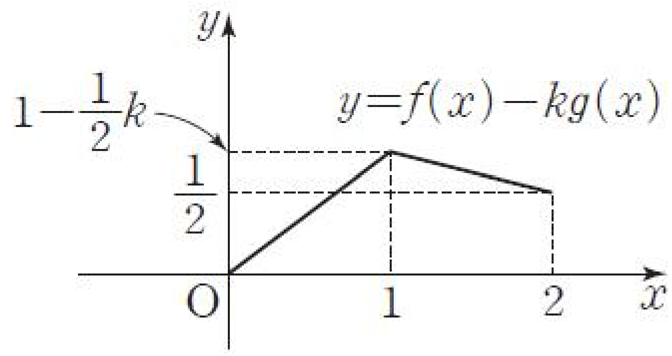
$f(x)=\begin{cases} x & (0\le x<1) \\ \frac{3}{2}-\frac{1}{2}x & (1\le x\le 2)\end{cases}$

$g(x)=\begin{cases} \frac{1}{2}x & (0\le x<1) \\ 1-\frac{1}{2}x & (1\le x\le 2)\end{cases}$

이므로

$f(x)-kg(x)=\begin{cases} \left(1-\frac{1}{2}k\right)x & (0\le x<1) \\ \left(\frac{3}{2}-k\right)-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}k\right)x & (1\le x\le 2)\end{cases}$

0<k<1이므로 함수 y=f(x)-kg(x)의 그래프는 그림과 같다.



함수 f(x)-kg(x)가 확률변수 X의 확률밀도함수이므로 0≤x≤2에서 함수 y=f(x)-kg(x)의 그래프와 x축 사

이의 넓이는 1이다. 즉,

$\frac{1}{2}\times1\times\left(1-\frac{1}{2}k\right)+\frac{1}{2}\times\left(1-\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}\right)\times1=1$

$\frac{5}{4}-\frac{1}{2}k=1,\ k=\frac{1}{2}$

따라서

$f\left(\frac{1}{2}\right)-kg\left(\frac{1}{2}\right)=\left(1-\frac{1}{2}k\right)\times\frac{1}{2}$

$=\left(1-\frac{1}{4}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{3}{8}$

이므로

P(0≤X≤k)= $P\left(0\le X\le\frac{1}{2}\right)$

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{3}{8}$

$=\frac{3}{32}$

{다른 풀이}

0≤x≤2에서 함수 y=f(x)의 그래프와 x축 사이의 넓이는

$\frac{1}{2}\times1\times1+\frac{1}{2}\times\left(1+\frac{1}{2}\right)\times1=\frac{5}{4}$

이고, 0≤x≤2에서 함수 y=g(x)의 그래프와 x축 사이의 넓이는

$\frac{1}{2}\times2\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

이므로 0≤x≤2에서 함수 y=f(x)-kg(x)의 그래프와 x축 사이의 넓이는

$\frac{5}{4}-\frac{1}{2}k$

이다.

함수 y=f(x)-kg(x)가 확률밀도함수이므로

$\frac{5}{4}-\frac{1}{2}k=1$에서 $k=\frac{1}{2}$

$0\le x\le\frac{1}{2}$에서 함수 y=f(x)의 그래프와 x축 사이의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{8}$

이고, $0\le x\le\frac{1}{2}$에서 함수 y=g(x)의 그래프와 x축 사이의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{16}$

이므로 $0 \le x \le \frac{1}{2}$에서 함수 y=f(x)-$\frac{1}{2}$g(x)의 그래프와 x축 사이의 넓이는

$\frac{1}{8}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{16}=\frac{3}{32}$

즉, $P(0 \le X \le k) = P\left(0 \le X \le \frac{1}{2}\right)=\frac{3}{32}$

35)

[정답/모범답안]

5

[해설]

확률변수 X가 정규분포 $N(m,\ \sigma^2)$을 따르므로

m=35이면

$P(32 \le X \le 35)=P(35 \le X \le 38)$이고,

m>35이면

$P(32 \le X \le 35)<P(35 \le X \le 38)$이다.

따라서 조건 (가)에 의하여 m<35이다.

m=32이면

$P(29 \le X \le 32)=P(32 \le X \le 35)$이고,

m<32이면

$P(29 \le X \le 32)>P(32 \le X \le 35)$이므로

조건 (나)에 의하여 m>32이다.

즉, 32<m<35이고, m은 자연수이므로

m=33 또는 m=34이다.

(ⅰ) m=33인 경우

$Z_1=\frac{X-33}{\sigma}$으로 놓으면 확률변수 Z_1은 표준정규분포 N(0, 1)을 따르고,

$P(33 \le X \le 35)=P\left(0 \le Z_1 \le \frac{2}{\sigma}\right)$이다.

$\sigma=1$이면 $P(33 \le X \le 35)=P(0 \le Z_1 \le 2)$

이므로 조건 (다)를 만족시키지 않는다.

$\sigma=2$이면 $P(33 \le X \le 35)=P(0 \le Z_1 \le 1)$

이므로 조건 (다)를 만족시키지 않는다.

$\sigma \ge 3$이면 $\frac{2}{\sigma}<1$

이므로 조건 (다)를 만족시키지 않는다.

(ⅱ) m=34인 경우

$Z_2=\frac{X-34}{\sigma}$로 놓으면 확률변수 Z_2는 표준정규분포 N(0, 1)을 따르고,

$P(33 \le X \le 35)=P\left(-\frac{1}{\sigma} \le Z_2 \le \frac{1}{\sigma}\right)$이다.

$\sigma=1$이면

$P(33 \le X \le 35)=P(-1 \le Z_2 \le 1)$

$=2P(0 \le Z_2 \le 1)$

$>P(0 \le Z_2 \le 2)$

이므로 조건 (다)를 만족시키지 않는다.

$\sigma=2$이면 표준정규분포표에서

$P(33 \le X \le 35)=P(-0.5 \le Z_2 \le 0.5)$

$=2P(0 \le Z_2 \le 0.5)$

$=2\times0.1915$

$=0.3830$

$P(0 \le Z \le 1)=0.3413$

$P(0 \le Z \le 2)=0.4772$

이므로 조건 (다)를 만족시킨다.

$\sigma \ge 3$이면 $\frac{1}{\sigma} \le \frac{1}{3}$이고,

$P(33 \le X \le 35)=2P\left(0 \le Z_2 \le \frac{1}{\sigma}\right)$

$\le 2P\left(0 \le Z_2 \le \frac{1}{3}\right)$

$< 2P(0 \le Z_2 \le 0.4)$

$=2\times0.1554$

$=0.3108$

$<P(0 \le Z_2 \le 1)$

이므로 조건 (다)를 만족시키지 않는다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 m=34, $\sigma=2$이다.

따라서 확률변수 X는 정규분포 $N(34,\ 2^2)$을 따르고, 확률변수 $Z_2=\frac{X-34}{2}$는 표준정규분포 N(0, 1)을 따르므로

$P(30 \le X \le 34)=P(-2 \le Z_2 \le 0)$

$=P(0 \le Z_2 \le 2)$

$=0.4772$

36)

[정답/모범답안]

3

[해설]

$E(\overline{X})=m,\ \sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$이므로

확률변수 $\overline{X}$는 정규분포 $N\left(m,\ \frac{\sigma^2}{n}\right)$을 따르고,

$Z=\frac{\overline{X}-m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$으로 놓으면 확률변수 Z는 표준정규분포 N(0, 1)을 따른다.

$P(\overline{X} \le m+3)=P\left(Z \le \frac{m+3-m}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}\right)$

$=P\left(Z \le \frac{3\sqrt{n}}{\sigma}\right)$

$=0.9332$

이므로

$0.5+P\left(0 \le Z \le \frac{3\sqrt{n}}{\sigma}\right)=0.9332$

$P\left(0 \le Z \le \frac{3\sqrt{n}}{\sigma}\right)=0.4332=0.4332$

즉, $\frac{3\sqrt{n}}{\sigma}=1.5$이므로

$\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{3}{1.5}=2$

따라서 표본평균이 $\bar{x}$=36, 모표준편차가 σ, 표본의 크기가 n이므로 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은

$36-1.96\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\le m\le 36+1.96\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

36-1.96×2≤m≤36+1.96×2

32.08≤m≤39.92

37)

[정답/모범답안]

844

[해설]

표본평균이 $\bar{x}$, 모표준편차가 σ, 표본의 크기가 64일 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 99%의 신뢰구간은

$\bar{x}-2.58\times\frac{\sigma}{\sqrt{64}}\le m\le\bar{x}+2.58\times\frac{\sigma}{\sqrt{64}}$이므로

$\bar{x}-2.58\times\frac{\sigma}{8}=6.71$ …… ㉠

$\bar{x}+2.58\times\frac{\sigma}{8}=9.29$ …… ㉡

㉠, ㉡을 변끼리 더하면

$2\bar{x}=16$, $\bar{x}=8$

$\bar{x}=8$을 ㉡에 대입하면

$2.58\times\frac{\sigma}{8}=1.29$, σ=4

표본평균이 $\bar{x}+1$=9, 모표준편차가 4, 표본의 크기가 196일 때, 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은

$9-1.96\times\frac{4}{\sqrt{196}}\le m\le 9+1.96\times\frac{4}{\sqrt{196}}$

$9-1.96\times\frac{4}{14}\le m\le 9+1.96\times\frac{4}{14}$

8.44≤m≤9.56

따라서 a=8.44이므로

100a=844

38)

[정답/모범답안]

2

[해설]

P(X=1)=a, P(X=3)=b, P(X=5)=c라 하고, 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	3	5	계
$P(X=x)$	a	b	c	1

$P(\bar{X}=2)=a\times b\times 2=\frac{1}{16}$이므로

$2ab=\frac{1}{16}$ …… ㉠

$E(\bar{X})$=4에서 E(X)=4이므로

a+3b+5c=4

c=1-a-b이므로

a+3b+5(1-a-b)=4

4a+2b=1

2b=1-4a …… ㉡

㉡을 ㉠에 대입하면

a(1-4a)= $\frac{1}{16}$

$4a^2-a+\frac{1}{16}=0$

$64a^2-16a+1=0$

$(8a-1)^2=0$

$a=\frac{1}{8}$

㉡에서 $b=\frac{1}{4}$

$c=1-a-b=\frac{5}{8}$

따라서

$P(\bar{X}=3)=a\times c\times 2+b\times b$

$=\frac{1}{8}\times\frac{5}{8}\times 2+\frac{1}{4}\times\frac{1}{4}$

$=\frac{7}{32}$

이므로

$P(X=3)-P(\bar{X}=3)=\frac{1}{4}-\frac{7}{32}=\frac{1}{32}$

39)

[정답/모범답안]

5

[해설]

$E(\bar{X})=m$, $\sigma(\bar{X})=\frac{1}{\sqrt{4}}=\frac{1}{2}$이므로

확률변수 $\bar{X}$는 정규분포 $N\left(m, \left(\frac{1}{2}\right)^2\right)$을 따른다.

$Z_1=\frac{X-m}{1}$, $Z_2=\frac{\bar{X}-m}{\frac{1}{2}}$으로 놓으면 두 확률변수 Z_1, Z_2는 모두 표준정규분포 N(0, 1)을 따르고,

f(k)=P(-m≤Z_1≤k+1), g(k)=P(-2m≤Z_2≤2k)이다.

ㄱ. m=1일 때,

f(1)=P(-1≤Z_1≤2)

g(1)=P(-2≤Z_2≤2)이므로

f(1)<g(1) (참)

ㄴ. m>0일 때,

f(m)=P(-m≤Z_1≤m+1)>2P(0≤Z_1≤m)

$g(m)=P(-2m \le Z_2 \le 2m)=2P(0 \le Z_2 \le 2m)$
이고, $2P(0 \le Z_1 \le m)>P(0 \le Z_2 \le 2m)$이므로
$2\ f(m) > 2 \times 2P(0 \le Z_1 \le m)$
$>2P(0 \le Z_2 \le 2m)$
$=g(m)$ (참)

ㄷ. $f(k)=g(k)$에서
$P(-m \le Z_1 \le k+1)=P(-2m \le Z_2 \le 2k)$
(ⅰ) $m=0$이면
$P(0 \le Z_1 \le k+1)=P(0 \le Z_2 \le 2k)$에서
$k+1=2k$, $k=1$
(ⅱ) $m>0$이면
$P(-m \le Z_1 \le k+1)=P(-2m \le Z_2 \le 2k)$이고
$-2m<-m<0$이므로
$0<2k<k+1$이다.
즉, $k<1$
(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 $k \le 1$ (참)
이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.