2021 EBS 수능특강 선별 20 . 11 Ver.

제작 : 김기대 T

<안내사항>

1. EBS는 최근 체감연계율이 매우 높아졌기 때문에, 전문항 1회독 후 선별문항 2회독 이상 하길 추천합니다.

2. 본 파일은 EBS를 한 번도 보지 않은 학생들을 기준으로 선별되었습니다.
따라서 EBS를 전문항 1회독을 한 학생들은 별표 (중요도)가 3개 이상인 문제들만 보아도 좋습니다.

<중요도 관련 안내>

<u>※ 문항의 절대적 난이도와 중요도는 상관관계가 없습니다.</u>
3점짜리 쉬운 문제여도 신박한 표현이나 완성도 높은 문항은 上등급,
4점짜리 매우 어려운 문제여도 수능스럽지 않은 문항은 下등급을 부여했습니다.

<u>※ 선별 기준 및 별표 등급 안내</u>
선별 기준: 타 교재에서 흔히 볼 수 있고 쉬운 문제는 선별에서 제외, 흔한 문제지만 중요한 문제는 선별.

★등급, ★★등급)
수능 연계 가능성이 적거나 흔한 문제.

★★★등급)
적절한 변형을 가하면 수능 연계 가능성이 약간 보이는 문항, 시중 퀄리티를 보이는 문항

★★★★등급)
적절한 변형을 가하면 수능 연계 가능성이 꽤 높아보이는 문항

★★★★★등급)
자체적으로 완성형인 문제. (=탈 EBS 퀄리티 문항)
오히려 이 완결성 때문에 직접연계가 아닌 간접연계가 돼야하는 아이러니함을 가진 문제.

<주의사항>

1. 본 파일은 수작업한 파일이므로, 간단한 오타와 순서 뒤틀림 등이 있을 수 있습니다.
정오사항을 말씀해주시면 신속히 공지하겠습니다. (Comment에서의 문법적인 오타도 있지만, 작업량이 너무 많아 적당한 건 넘어갔습니다. 맏춤뻡이 아시운 브븐이 이써도 바주도록 하쟈.)

2. 문항을 제외한 ***Comment에 대한 인용*** 은 저자 외에 불허합니다.

<수능 후 이과 수리논술 Final 개강안내 - 대치오르비>

자세한 수업시간은 아래 QR코드로 확인 가능합니다.

1주차 (Basic, 한양, 건국, 동국, 과기대)	2주차 (연세, 광운+세종,중앙,이대,아주,에리카)	3주차 (인하대)

개강학교 (ㄱㄴㄷ순)	회차* (기간)	수업일	수업소개 / 마감주의알림 (작년 마감속도 기준)
논술 Basic	1회 (1일)	3(수능 당일) 저녁	- 논술을 본격적으로 준비한 기간이 4개월 이하인 학생들은 수강 강력 추천! - *작년 기준 빠른 마감, 수능 전 등록 추천*
건국대	2회 (1일)	4(금) 점심+저녁	- 아주대와 약간 다른 수학적 자료해석형. 덕분에 충분히 도전해볼만한 난이도. - 당일 집중 특강으로 건국대 스타일 파악? 핵가능!
동국대	1회 (1일)	5(토) 점심	- 독보적 출제 스타일을 가진 학교. 이에 당황하지 않도록 동국대 유형에 필수인 '수학적 모델링 전략'을 제시
광운대 & 세종대	4회 (4일)	8(화) 아침 + 9(수)~11(금) 점심	- 광운대의 제시문이 더 친절하다는 점을 제외하고, 많은 점이 닮은 두 학교. 과목별 패턴분석으로 효율적 정복 가능! - *작년 기준 빠른 접수. 수능 전 예약/등록 추천*
연세대	4회 (2일)	6(일) 저녁 + 7(월) 아침+점심+저녁	- 쉬워지는 과학논술, 수리논술 고득점은 필수! - 예상모의고사로 최근 3년간 급변하고 있는 연대 수리논술 경향을 간접경험 - *올해 최대 응시자수! 빠른 마감 예상. 수능 전 등록 추천*
에리카	3회 (1일)	13(일) 아침+점심+저녁	- 본캠 시험출제에 영감을 주는 분캠이 있다?? 우수한 출제력, 그 때문에 지원자들에겐 버거운 난이도ㅠ *Final 수강 추천*
아주대	3회 (1일)	12(토) 아침+점심+저녁	- 까다로운 자료해석형 시험출제경향. 이를 아는 것과 모르는 것의 차이가 체감난이도로 직결되는 학교!
이화여대	3회 (1일)	9(수)~11(금) 아침	- 문제는 어려우나 합격자 점수를 보면 '해볼만한데?'란 생각이 드는 학교. - 타학교보다 감점에 신경 써야하는 특수성이 있는 학교. 꼼꼼한 첨삭 제공!
인하대	6회 (6일)	14(월)~19(토) ① 점심반 ② 저녁반	- 인하대 논술이 한양대보다 어렵다고? 그래, 어려운 시험이지.. 떨어지기 어려운 시험! 인하대의 특성을 아는 순간, 체감 난이도는 급하강 - 기대T의 시그니처 수리논술 Final로, 모든 Final 중 수업 후 만족도가 제일 높은 수업** *작년 기준 매우 빠른 마감, 수능 전 등록 강추*
서울 과기대	3회 (2일)	5(토) 저녁 + 6(일) 아침+점심	- 지원자 실력 대비 어렵게 출제하는 과기대는, 중앙대와 달리 살짝 선 넘을 필요가 있다. 그 선, 내가 제시해줄게.
중앙대	4회 (4일)	8(월) ~ 11(목) 저녁	- 수능 전에 굳이 하지 마라. 중앙대는 Final로 충분히 준비되는 학교니까. - 과유불급! 합격의 선을 정확히, 과하지 않게 제시하는 수업 *Final 수강 추천*
한양대	4회 (1일)	4(금) 아침+점심+ 점저+저녁	- 작년보다 빨라진 한양대의 논술시계 ㅠㅠ 예상모의고사 4회분으로 실력 점검하고 역대 우수기출 총정리된 자습자료로 빠르게 한양대 스타일 흡수! - *작년 기준 매우 빠른 마감, 수능 전 등록 강추*
한양대 (의예과)	1회 (일)	5(토) 점심	- 다른 학원 한양의대 Final 수업내용과 겹치지 않아 중복수강할 수 있음. - 고난도 모의고사 2회분으로 자신의 실력을 한번 더 체크해볼 수 있는 기회

* : 회차가 구분된 수업은 모두 '다른 수업'입니다. 내용이 같은 수업은 인하대 점심반/저녁반 이외에 없습니다.

** : 수업 후 설문조사 결과 97.64%가 수업/첨삭 '모두 만족' 답변 ('모두 불만족' 응답률 0%))

제 2 교시

EBS 수특 확통 액기스

홀수형

5지선다형

1. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c, d의 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는? [3점]

(가) $a+b+c+d=8$
(나) a는 홀수이다.
(다) $c \geq d$

① 32 ② 34 ③ 36 ④ 38 ⑤ 40

중요도	★★★★★	쪽 번	028 001	문항코드	20009-0051

기대T Comment

전형적으로 '출제자'와 '해설자'가 달라서 생긴, 문제의 가치를 교재 스스로가 깎아버린 아쉬운 문제이다.
해설지대로 풀면 절대 1등급의 눈을 가졌다고 자부할 수 없다. 이번 10월 교육청에서도 나온, 대칭성을 적극적으로 활용할 수 있어야한다.

(가), (나)는 전제조건이라고 하자. $c>d$인 경우의 수와 $c<d$인 경우의 수는 같기 때문에, 전체 경우의 수에서 $c=d$인 경우의 수를 빼고 반띵을 하면 구할 수 있다. 따라서 전체 경우의 수를 m 이라 하고 $c=d$인 경우의 수를 n 이라고 하면, 정답은 $\frac{m-n}{2}+n=\frac{m+n}{2}$ 이다.

이것만큼은 반드시 이해하고 들어가자. 최근 3개년간 확통에서의 대칭성이 많이 쓰였다. (대부분 풀이들이 논리 없이 '이렇게 하면 정답 나오니까 알아둬라~'라고 푼 풀이들이라 수학전공자로써 안타깝ㅠㅠ)

이번 가형 10월 교육청 29번에서도 비슷한 논리가 쓰였는데,
다음 페이지 칼럼에서 대칭성 꽉 잡고 가기로 하자.

<확률과 통계 칼럼 - 대칭성>

본 칼럼은 내년에 출판될 기대T의 실전개념서에 들어가는 내용으로, 함부로 훔쳐 쓰면 큰일나요 ^-^

29. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c의 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수를 구하시오. [4점]

> (가) $a < b < c \le 20$
> (나) 세 변의 길이가 a, b, c인 삼각형이 존재한다.

위 문제는 이번 10월 교육청 가형 29번에 있는 문제이다.
나형에는 다른 문제가 대체되어 나왔으므로 문과 친구들은 읽기 전에 풀어보도록 하고, 이 문제를 풀어본 이과 친구들 역시 다시 한 번 풀어보도록 하자. 내 생각엔, 10명 중 8명은 비효율적인 방법으로 풀었을 것이라 생각하고, 효율적인 방법을 찾은 나머지 2명 마저도 이 중 1명은 논리가 빈약할 것이라 생각한다.

자, 그럼 풀이 스타트!

(가)에 의하여 a, b, c는 20이하의 자연수이다.
또한 (가), (나)에 의하여 $a < b < c < a+b$ 이다. (삼각형의 결정조건! 물론 $a < b+c, b < c+a$ 도 만족시켜야하지만, (가)의 조건식 때문에 쉽게 만족시킴을 알 수 있다.)

여기서 주목할 식은 $c < a+b$이다. 이 식을 포함하여, 비슷한 식 3개를 써 보겠다.
① $a < b < c$ 이면서 $c < a+b$
② $a < b < c$ 이면서 $c > a+b$
③ $a < b < c$ 이면서 $c = a+b$

우오오오오오오! ①, ②가 부등식 방향만 다르니까 대칭적이에오오오오오!

.... 그렇다. 그렇게 하면 정답은 나온다.
근데, 이렇게 풀면 논리부족이다. 왜냐면 ①~③ 의 조건 말고도 $a < b < c$의 조건이 있기 때문이다.

직관적으로 생각해보면, c보다 작은 a, b를 더한 $a+b$란 값은 c보다 클 확률보다는 작을 확률이 좀 더 높아보이는게 일반적인 직관이다. (아니면, 그 반대거나.)

적어도 $a+b < c$인 경우와 $a+b > c$인 경우가 정확히 같을 것이라고 손목을 걸만한 직관을 가진 사람은 없을거라 생각한다.

하지만 이 흔한 직관이 틀렸음을 보이겠다. 즉,
① $a < b < c$이면서 $c < a+b$인 경우와
② $a < b < c$이면서 $c > a+b$인 경우가 정확히 같음을 보이겠다.
② $a < b < c$이면서 $c > a+b$인 경우에서, $a = c-a', b = c-b'$ 이라는 약간의 치환을 하겠다. 이렇게 두면, $a+a' = c, b+b' = c$이므로 a, b, a', b' 모두 c보다는 작은 자연수가 된다. ... ⓐ

이 식을 $c > a+b$에 대입하면 $c > (c-a')+(c-b')$이 되며, 정리하면 $a'+b' > c$가 된다.

???

$c < a'+b'$이 된다니까?? ... ⓑ

???

<u>ⓐ, ⓑ를 종합하면, 결국 ②가 ①과 같은 형태가 나온거다!</u> ... ⓒ

따라서, (a, b, c)를 결정짓는 전체 경우의 수인 ${}_{20}\mathrm{H}_3$에서
($c = a+b$ and $a < b$)인 경우의 수를 뺀 다음 반띵을 하면 정답이다.

대칭성을 이용하여 아주 멋지게 풀어낸 케이스.

심지어 ㅋㅋㅋ ($c = a+b$ and $a < b$)인 경우의 수 구할 때에도 $a = b$인 경우를 빼서 반띵해가고 구할 수 있음. 대칭성 goat,,

최종 정답 식은

$$\frac{{}_{20}\mathrm{C}_3 - \left\{ \frac{\left(\sum_{c=2}^{20} {}_2\mathrm{H}_{c-2} \right) - 10}{2} \right\}}{2} = 525$$

이다. 복잡한 계산식? 아예 없다. 그냥 저 수식이 전부데쓰

cf. 날카로운 친구들은, 위에 밑줄 친 ⓒ 부분에서 원래는 $a < b$여야 하니까 $a' < b'$이어야 하는데 실제로는 $b' < a'$이 나와서 '서로 다른거 아니야?' 라는 의심을 할 수 있고, 이는 합리적 의심이다.

하지만 $a'+b' = b'+a'$이라는 교환법칙을 생각하면, 이것은 문제에 영향을 미치지 않음을 알 수 있다.

<기타 주요문항>

2. 임의의 네 자리의 자연수에 대하여 천의 자리의 수, 백의 자리의 수, 십의 자리의 수, 일의 자리의 수를 각각 a_1, a_2, a_3, a_4라 하자. 자연수 1, 2, 3, 4를 한 번씩 사용하여 만들 수 있는 모든 네 자리의 자연수 중에서 임의로 하나의 자연수를 택할 때, 택해진 수에 대하여 $a_i > a_{i+1}$ (i=1, 2, 3)을 만족시키는 a_i의 개수를 확률변수 X라 하자. 예를 들어 택해진 수가 2314이면 X=1이고 3241이면 X=2이다. $V(X)=\frac{q}{p}$라 할 때, p+q의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

중요도	★★★★★	쪽 번	071 002	문항코드	20009-0126

기대T Comment
이 역시 대칭성!

3. 네 개의 동전을 동시에 한 번 던질 때 앞면이 나온 동전의 개수가 뒷면이 나온 동전의 개수보다 많을 확률은? [4점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

중요도	★★★	쪽 번	052 005	문항코드	20009-0090

기대T Comment
동전이 4개 밖에 안돼므로 직접 풀어도 되지만, 여러번 강조했던 '대칭성'을 활용해서 푸는 연습을 하자. 만약 문제가 업그레이드되어 동전의 개수가 101개로 올라갔을 때, 정답이 바로 $\frac{1}{2}$로 나와야된다. 물론, 동전의 개수가 100개일 때에는 $\frac{1}{2}$이 아닌 다른 정답이 나오는 이유까지 알아야할 것이다. 모르겠으면 이전 문제의 코멘트로 돌아가자! 정말,, 중요하다궁,,

4. $0<\sigma_1<\sigma_2$일 때, 두 확률변수 X와 Y는 각각 정규분포 N(10, σ_1^2), N(10, σ_2^2)을 따르고, 두 확률변수 X와 Y의 확률밀도함수는 각각 f(x), g(x)이다. 10<a<b인 두 상수 a, b에 대하여 P(10≤X≤a)=P(a≤X≤b)이고, f(a)=g(a)일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $f(b)<g(b)$
ㄴ. $2a<b+10$
ㄷ. $\mathrm{P}(10\le \mathrm{Y}\le \mathrm{c})=0.25$면 $a<c$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

중요도	Comment	쪽 번	083 003	문항코드	20009-0143

기대T Comment

좀 불만인 문제. 그 이유를 같이 알아보자.
두 확밀함의 대칭축은 같다. 표준편차값에 따라서 그래프의 뾰족함이 달라질 것이다. 여기까지는 인정.

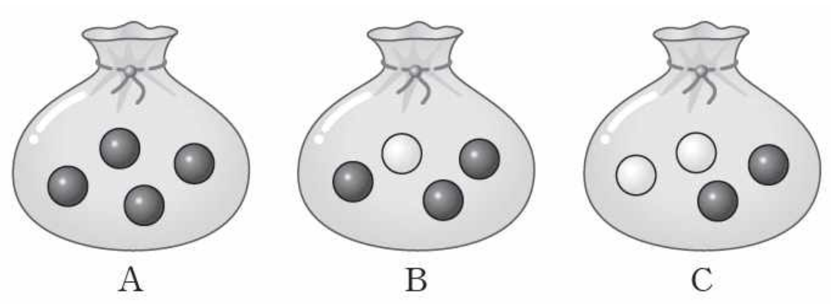
그럼, 이 때 두 확밀함의 교점은 존재하는가?
존재한다. 만약 존재하지 않으면, 한 확밀함의 아랫넓이가 다른 확밀함의 아랫넓이보다 크거나 작을텐데, 두 아랫넓이는 확률의 합인 1과 같아야 하니까 모순이라, 존재할 것이다.

그럼, 교점은 몇 개인가?
이거에 대한 정보는, 확률밀도함수의 식 $y=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma}e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$ 을 외우고 있어야 해석 가능하다.

결론적으론, 2개? 맞다. 항상 2개가 나와. 결론적으로는 .
근데 확밀함 함수식 외우라는 교육목표는 없거든요? 안외운 우리는 교점이 짝수개 존재한다는거 까지는 유추할 수 있지만 2개라고 단정짓지 못한다.

만약 4개 이상의 교점이 있다고 할 때, 과연 ㄱ 보기를 참이라고 선택할 수 있는지 생각해보도록 하고, 나의 실망감에 동조해주길.

5. 그림과 같이 A 주머니에는 검은 공 4개, B 주머니에는 검은 공 3개, 흰 공 1개, C 주머니에는 검은 공 2개, 흰 공 2개가 들어 있다. 세 주머니 A, B, C에서 각각 공을 임의로 한 개씩 꺼낼 때, 꺼낸 공 중 흰 공의 개수를 확률변수 X라 하자. E(X)의 값은? [4점]



① $\frac{9}{16}$ ② $\frac{5}{8}$ ③ $\frac{11}{16}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{13}{16}$

중요도	★★★★	쪽 번	061 004	문항코드	20009-0106

기대T Comment

기대T는 $\frac{0}{4}+\frac{1}{4}+\frac{2}{4}=\frac{3}{4}$로 정답을 냈는데, 왜 이렇게 문제가 풀려버리는지 고민해볼 필요가 있다. A에서 흰 공이 나올 기대치가 0, B에서 흰공이 나올 기대치가 $\frac{1}{4}$, B에서 흰공이 나올 기대치가 $\frac{2}{4}$이기 때문이다.

이를 이해한 학생들은 문제를 바꿔서, A, B, C에서 각각 3,2,1개씩 공을 꺼낼 때, 그 때에도 위와 같은 방식으로 문제가 풀리는지 확인해보자.
좋은 고민거리가 될 것이다.

<수능 후 이과 수리논술 Final 개강안내 - 대치오르비>

자세한 수업시간은 아래 QR코드로 확인 가능합니다.

1주차 (Basic, 한양, 건국, 동국, 과기대)	2주차 (연세, 광운+세종,중앙,이대,아주,에리카)	3주차 (인하대)

개강학교 (ㄱㄴㄷ순)	회차* (기간)	수업일	수업소개 / 마감주의알림 (작년 마감속도 기준)
논술 Basic	1회 (1일)	3(수능 당일) 저녁	- 논술을 본격적으로 준비한 기간이 4개월 이하인 학생들은 수강 강력 추천! - *작년 기준 빠른 마감, 수능 전 등록 추천*
건국대	2회 (1일)	4(금) 점심+저녁	- 아주대와 약간 다른 수학적 자료해석형. 덕분에 충분히 도전해볼만한 난이도. - 당일 집중 특강으로 건국대 스타일 파악? 핵가능!
동국대	1회 (1일)	5(토) 점심	- 독보적 출제 스타일을 가진 학교. 이에 당황하지 않도록 동국대 유형에 필수인 '수학적 모델링 전략'을 제시
광운대 & 세종대	4회 (4일)	8(화) 아침 + 9(수)~11(금) 점심	- 광운대의 제시문이 더 친절하다는 점을 제외하고, 많은 점이 닮은 두 학교. 과목별 패턴분석으로 효율적 정복 가능! - *작년 기준 빠른 접수. 수능 전 예약/등록 추천*
연세대	4회 (2일)	6(일) 저녁 + 7(월) 아침+점심+저녁	- 쉬워지는 과학논술, 수리논술 고득점은 필수! - 예상모의고사로 최근 3년간 급변하고 있는 연대 수리논술 경향을 간접경험 - *올해 최대 응시자수! 빠른 마감 예상. 수능 전 등록 추천*
에리카	3회 (1일)	13(일) 아침+점심+저녁	- 본캠 시험출제에 영감을 주는 분캠이 있다?? 우수한 출제력, 그 때문에 지원자들에겐 버거운 난이도ㅠ *Final 수강 추천*
아주대	3회 (1일)	12(토) 아침+점심+저녁	- 까다로운 자료해석형 시험출제경향. 이를 아는 것과 모르는 것의 차이가 체감난이도로 직결되는 학교!
이화여대	3회 (1일)	9(수)~11(금) 아침	- 문제는 어려우나 합격자 점수를 보면 '해볼만한데?'란 생각이 드는 학교. - 타학교보다 감점에 신경 써야하는 특수성이 있는 학교. 꼼꼼한 첨삭 제공!
인하대	6회 (6일)	14(월)~19(토) ① 점심반 ② 저녁반	- 인하대 논술이 한양대보다 어렵다고? 그래, 어려운 시험이지.. 떨어지기 어려운 시험! 인하대의 특성을 아는 순간, 체감 난이도는 급하강 - 기대T의 시그니쳐 수리논술 Final로, 모든 Final 중 수업 후 만족도가 제일 높은 수업** *작년 기준 매우 빠른 마감, 수능 전 등록 강추*
서울 과기대	3회 (2일)	5(토) 저녁 + 6(일) 아침+점심	- 지원자 실력 대비 어렵게 출제하는 과기대는, 중앙대와 달리 살짝 선 넘을 필요가 있다. 그 선, 내가 제시해줄게.
중앙대	4회 (4일)	8(월) ~ 11(목) 저녁	- 수능 전에 굳이 하지 마라. 중앙대는 Final로 충분히 준비되는 학교니까. - 과유불급! 합격의 선을 정확히, 과하지 않게 제시하는 수업 *Final 수강 추천*
한양대	4회 (1일)	4(금) 아침+점심+ 점저+저녁	- 작년보다 빨라진 한양대의 논술시계 ㅠㅠ 예상모의고사 4회분으로 실력 점검하고 역대 우수기출 총정리된 자습자료로 빠르게 한양대 스타일 흡수! - *작년 기준 매우 빠른 마감, 수능 전 등록 강추*
한양대 (의예과)	1회 (일)	5(토) 점심	- 다른 학원 한양의대 Final 수업내용과 겹치지 않아 중복수강할 수 있음. - 고난도 모의고사 2회분으로 자신의 실력을 한번 더 체크해볼 수 있는 기회

* : 회차가 구분된 수업은 모두 '다른 수업'입니다. 내용이 같은 수업은 인하대 점심반/저녁반 이외에 없습니다.

** : 수업 후 설문조사 결과 97.64%가 수업/첨삭 '모두 만족' 답변 ('모두 불만족' 응답률 0%))

1)

[정답/모범답안]

5

[해설]

조건 (나)에 의하여 a가 홀수이므로

a=2a'+1 (a'은 음이 아닌 정수) …… ㉠

로 놓을 수 있고, 조건 (다)에 의하여 c≥d이므로

c=d+c' (c'은 음이 아닌 정수) …… ㉡

로 놓을 수 있다.

㉠, ㉡을 조건 (가)의 a+b+c+d=8에 대입하면

(2a'+1)+b+(d+c')+d=8

2a'+b+c'+2d=7

즉, 2(a'+d)+b+c'=7 (a', b, c', d는 음이 아닌 정수)

(ⅰ) a'+d=0인 경우

a'+d=0을 만족시키는 음이 아닌 정수 a', d의 순서쌍 (a', d)는 (0, 0)뿐이므로 그 개수는 1이고, 이 각각에

대하여 b+c'=7을 만족시키는 음이 아닌 정수 b, c'의 모든 순서쌍 (b, c')의 개수는

${}_2H_7={}_{2+7-1}C_7={}_8C_7={}_8C_1=8$

따라서 이 경우의 수는

1×8=8

(ⅱ) a'+d=1인 경우

a'+d=1을 만족시키는 음이 아닌 정수 a', d의 모든 순서쌍 (a', d)의 개수는

${}_2H_1={}_{2+1-1}C_1={}_2C_1=2$

이 각각에 대하여 b+c'=5를 만족시키는 음이 아닌 정수 b, c'의 모든 순서쌍 (b, c')의 개수는

${}_2H_5={}_{2+5-1}C_5={}_6C_5={}_6C_1=6$

따라서 이 경우의 수는

2×6=12

(ⅲ) a'+d=2인 경우

a'+d=2를 만족시키는 음이 아닌 정수 a', d의 모든 순서쌍 (a', d)의 개수는

${}_2H_2={}_{2+2-1}C_2={}_3C_2={}_3C_1=3$

이 각각에 대하여 b+c'=3을 만족시키는 음이 아닌 정수 b, c'의 모든 순서쌍 (b, c')의 개수는

${}_2H_3={}_{2+3-1}C_3={}_4C_3={}_4C_1=4$

따라서 이 경우의 수는

3×4=12

(ⅳ) a'+d=3인 경우

a'+d=3을 만족시키는 음이 아닌 정수 a', d의 모든 순서쌍 (a', d)의 개수는

${}_2H_3={}_{2+3-1}C_3={}_4C_3={}_4C_1=4$

이 각각에 대하여 b+c'=1을 만족시키는 음이 아닌 정수 b, c'의 모든 순서쌍 (b, c')의 개수는

${}_2H_1={}_{2+1-1}C_1={}_2C_1=2$

따라서 이 경우의 수는

4×2=8

(ⅰ)~(ⅳ)에 의하여 구하는 순서쌍의 개수는

8+12+12+8=40

2)

[정답/모범답안]

17

[해설]

자연수 1, 2, 3, 4를 한 번씩 사용하여 만들 수 있는 네 자리 자연수의 집합을 S라 하면 n(S)=4!=24이고, X가 갖는 값은 0, 1, 2, 3이다.

m∈S인 자연수 m의 각 자리의 숫자를 거꾸로 나열하여 만든 자연수를 m'이라 하면 m'∈S이고, 임의의 자연수 m에 대하여 m'이 반드시 하나 존재한다.

이때 자연수 m에 대하여 $a_i > a_{i+1}$ (i=1, 2, 3)을 만족시키는 a_i의 개수가 k (k=0, 1, 2, 3)이면 자연수 m'에 대하여 $a_i > a_{i+1}$을 만족시키는 a_i의 개수는 3-k이다.

따라서 P(X=k)=P(X=3-k) (k=0, 1, 2, 3)이다.

한편, X=0일 때, 택해진 수는 1234인 경우뿐이므로

P(X=0)= $\frac{1}{24}$이고,

P(X=3)=P(X=3-3)=P(X=0)= $\frac{1}{24}$

또, P(X=1)=P(X=3-1)=P(X=2)이고

P(X=1)+P(X=2)=1-{P(X=0)+P(X=3)}

=$1-\left(\frac{1}{24}+\frac{1}{24}\right)$

=$\frac{11}{12}$

이므로 P(X=1)=P(X=2)= $\frac{11}{24}$이다.

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{24}$	$\frac{11}{24}$	$\frac{11}{24}$	$\frac{1}{24}$	1

E(X)= $0\times\frac{1}{24}+1\times\frac{11}{24}+2\times\frac{11}{24}+3\times\frac{1}{24}=\frac{3}{2}$

V(X)= $E(X^2)-\{E(X)\}^2$

$=\left(0^2\times\frac{1}{24}+1^2\times\frac{1}{24}+2^2\times\frac{11}{24}+3^2\times\frac{1}{24}\right)-\left(\frac{3}{2}\right)^2$

$=\frac{5}{12}$

따라서 p=12, q=5이므로 p+q=12+5=17

{다른 풀이}

확률변수 X가 갖는 값은 0, 1, 2, 3이고, 각각의 값에 대응하는 확률은 다음과 같다.

(ⅰ) X=0일 때

1234의 1개이므로

P(X=0)$\frac{1}{24}$

(ⅱ) X=1일 때

$a_1 < a_2$, $a_2 < a_3 < a_4$인 경우

2134, 3124, 4123

$a_1 < a_2$, $a_2 > a_3$, $a_3 < a_4$인 경우

1324, 2314, 1423, 2413, 3412

$a_1 < a_2 < a_3$, $a_3 > a_4$인 경우

1243, 1342, 2341

따라서 모두 11개이므로

P(X=1)= $\frac{11}{24}$

(ⅲ) X=2일 때

$a_1 > a_2 > a_3$, $a_3 < a_4$인 경우

3214, 4213, 4312

$a_1 > a_2$, $a_2 < a_3$, $a_3 > a_4$인 경우

2143, 3142, 3241, 4132, 4231

$a_1 < a_2$, $a_2 > a_3 > a_4$인 경우

1432, 2431, 3421

따라서 모두 11개이므로

P(X=2)= $\frac{11}{24}$

(ⅳ) X=3일 때

4321의 1개이므로

P(X=3)= $\frac{1}{24}$

따라서 확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	계
$P(X=x)$	$\frac{1}{24}$	$\frac{11}{24}$	$\frac{11}{24}$	$\frac{1}{24}$	1

E(X)= $0\times\frac{1}{24}+1\times\frac{11}{24}+2\times\frac{11}{24}+3\times\frac{1}{24}=\frac{3}{2}$

V(X)= $E(X^2)-\{E(X)\}^2$

$=\left(0^2\times\frac{1}{24}+1^2\times\frac{1}{24}+2^2\times\frac{11}{24}+3^2\times\frac{1}{24}\right)-\left(\frac{3}{2}\right)^2$

$=\frac{5}{12}$

따라서 p=12, q=5이므로 p+q=12+5=17

3)

[정답/모범답안]

2

[해설]

네 개의 동전을 동시에 한 번 던질 때 앞면이 나온 동전의 개수가 뒷면이 나온 동전의 개수보다 많은 경우는 다음과 같다.

(ⅰ) 앞면이 나온 동전이 3개, 뒷면이 나온 동전이 1개인 경우

이때의 확률은

${}_4C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^1=\frac{4}{16}=\frac{1}{4}$

(ⅱ) 앞면이 나온 동전이 4개인 경우

이때의 확률은

${}_4C_4\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{16}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 구하는 확률은

$\frac{1}{4}+\frac{1}{16}=\frac{5}{16}$

4)

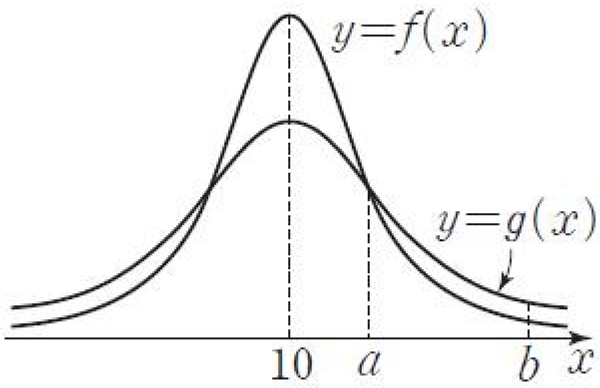
[정답/모범답안]

5

[해설]

$\sigma_1 < \sigma_2$이고, f(a)=g(a)이므로

두 함수 y=f(x), y=g(x)의 그래프는 그림과 같다.



ㄱ. x>a일 때, f(x)<g(x)이므로 f(b)<g(b) (참)

ㄴ. 함수 y=f(x)의 그래프는 직선 x=10에 대하여 대칭이고, 종 모양의 곡선이므로

P(10≤X≤a)=P(a≤X≤b)이면 a-10<b-a이다.

즉, 2a<b+10 (참)

ㄷ. P(X≥10)=0.5이므로

P(10≤X≤a)+P(a≤X≤b)<0.5이다.

P(10≤X≤a)=P(a≤X≤b)이므로

2P(10≤X≤a)<0.5

즉, P(10≤X≤a)<0.25이다.

따라서 P(10≤Y≤a)<P(10≤X≤a)<0.25이므로

P(10≤Y≤c)=0.25이면 a<c이다.(참)

이상에서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

5)

[정답/모범답안]

4

[해설]

확률변수 X가 갖는 값은 0, 1, 2이고,

X=0일 때

세 주머니 A, B, C에서 각각 검은 공을 꺼내야 하므로

$P(X=0)=\frac{4}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{4}=\frac{3}{8}$

X=1일 때

(ⅰ) 주머니 A에서 검은 공, 주머니 B에서 흰 공, 주머니 C에서 검은 공을 꺼내는 경우

$\frac{4}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{2}{4}=\frac{1}{8}$

(ⅱ) 주머니 A에서 검은 공, 주머니 B에서 검은 공, 주머니 C에서 흰 공을 꺼내는 경우

$\frac{4}{4}\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{4}=\frac{3}{8}$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $P(X=1)=\frac{1}{8}+\frac{3}{8}=\frac{1}{2}$

X=2일 때

주머니 A에서 검은 공, 주머니 B에서 흰 공, 주머니 C에서 흰 공을 꺼내야 하므로

$P(X=2)=\frac{4}{4}\times\frac{1}{4}\times\frac{2}{4}=\frac{1}{8}$

따라서

$E(X)=0\times\frac{3}{8}+1\times\frac{1}{2}+2\times\frac{1}{8}=\frac{3}{4}$