제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. $\lim_{n\to\infty}\frac{n(9n-5)}{3n^2+1}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\frac{9}{3}=3$

2. $\log_3 54+\log_9 \frac{1}{36}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\log_3 6\times9-\log_3 6=\log_3 9=2$

3. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_3=2$, $a_7=62$일 때, a_5의 값은? [2점]

① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

$a_3+a_7=64 \rightsquigarrow a_5=32$

4. 두 사건 A와 B는 서로 독립이고

$\mathrm{P}(A^C)=\frac{2}{5}$, $\mathrm{P}(B)=\frac{1}{6}$ $\Rightarrow P(B^C)=\frac{5}{6}$

일 때, $\mathrm{P}(A^C\cup B^C)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{7}{10}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

$P(A^C\cup B^C)=P(A^C)+P(B^C)-P(A^C)P(B^C)$

$=\frac{2}{5}+\frac{5}{6}-\frac{1}{3}$

$=\frac{12+25-10}{30}=\frac{27}{30}=\frac{9}{10}$

5. $\left(2x+\dfrac{a}{x}\right)^7$의 전개식에서 x^3의 계수가 42일 때, 양수 a의 값은? [3점]

✓① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

$_7C_5 \cdot 2^5 \cdot a^2 = 42$

$21 \cdot 2^5 \cdot a^2 = 42 \Rightarrow a^2 = \frac{1}{2^4}$

$\Rightarrow a = \frac{1}{4}$

6. 매개변수 $t\,(t>0)$으로 나타내어진 곡선

$$x=t^2+1,\ y=4\sqrt{t}$$

에서 $t=4$일 때, $\dfrac{dy}{dx}$의 값은? [3점]

✓① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{2}{\sqrt{t}}}{2t} = \frac{1}{8}$

7. 표와 같이 두 주머니 A, B에 흰 공과 검은 공이 섞여서 각각 50개씩 들어 있다.

(단위 : 개)

	주머니 A	주머니 B
흰 공	21	14
검은 공	29	36
합계	50	50

$\Rightarrow 35$

두 주머니 A, B 중 임의로 택한 1개의 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내는 시행을 한다. 이 시행에서 꺼낸 공이 흰 공일 때, 이 공이 주머니 A에서 꺼낸 공일 확률은? [3점]

① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$ ✓④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

$\frac{21}{35} = \frac{3}{5}$

8. 부등식 $\log_2(x^2-7x)-\log_2(x+5)\le 1$을 만족시키는 모든 정수 x의 값의 합은? [3점]

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

$x(x-7)>0$, $x>-5$, $x<0$ or $x>7$

$x^2-7x\le 2(x+5)$ $x^2-9x-10\le 0$

$(x+1)(x-10)\le 0 \sim -1\le x\le 10$

$\Rightarrow -1\le x<0$ 또는 $7<x\le 10$

$\Rightarrow x=-1, 8, 9, 10 \Rightarrow 26$

9. 함수 $f(x)=\dfrac{1}{e^x+2}$의 역함수 $g(x)$에 대하여 $g'\left(\dfrac{1}{4}\right)$의 값은? [3점]

① -5 ② -6 ③ -7 ④ -8 ⑤ -9

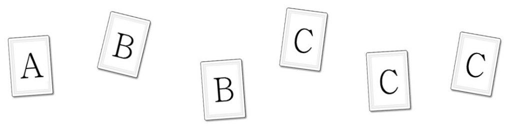
$x=\ln 2 \rightarrow f(\ln 2)=\frac{1}{4} \rightarrow g'(\frac{1}{4})=\dfrac{1}{f'(\ln 2)}=-8$

$\Rightarrow f'(x)=-\dfrac{e^x}{(e^x+2)^2}$

$\therefore f'(\ln 2)=-\dfrac{2}{16}=-\dfrac{1}{8}$

10. A, B, B, C, C, C의 문자가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 6장의 카드 중에서 5장의 카드를 택하여 이 5장의 카드를 왼쪽부터 모두 일렬로 나열할 때, C가 적힌 카드가 왼쪽에서 두 번째의 위치에 놓이도록 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 문자가 적힌 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

① 24 ② 26 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32



_ C _ _ _ _

$\hookrightarrow \dfrac{5!}{2!2!}=30$

11. $0 \le x < 2\pi$일 때, 방정식

$$\sin x = \sqrt{3}(1+\cos x)$$

의 모든 해의 합은? [3점]

① $\frac{\pi}{3}$ ② $\frac{2}{3}\pi$ ③ π ④ $\frac{4}{3}\pi$ ⑤ $\frac{5}{3}\pi$

$\sin^2 x = 3(1+\cos x)^2$

$1-\cos^2 x = 3\cos^2 x + 6\cos x + 3$

$4\cos^2 x + 6\cos x + 2 = 0$

$2\cos^2 x + 3\cos x + 1 = 0$

$(2\cos x + 1)(\cos x + 1) = 0$

$\cos x = -\frac{1}{2} \rightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow x = \frac{2}{3}\pi$

$\cos x = -1 \rightarrow \sin x = 0 \rightarrow x = \pi$ $\rightarrow \frac{5}{3}\pi$

* 삼각함수의 합성

$\sin x - \sqrt{3}\cos x = \sqrt{3} \Rightarrow 2\sin(x - \frac{\pi}{3}) = \sqrt{3}$

$\sin(x-\frac{\pi}{3}) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$x - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3}$, $x = \frac{2}{3}\pi$

$x - \frac{\pi}{3} = \frac{2}{3}\pi$, $x = \pi$ $\rightarrow \frac{5}{3}\pi$

12. 연속함수 $f(x)$가 모든 양의 실수 t에 대하여

$$\int_0^{\ln t} f(x)\,dx = (t\ln t + a)^2 - a$$

$t=1 \rightarrow 0 = a^2 - a \rightarrow a = 1$

를 만족시킬 때, $f(1)$의 값은? (단, a는 0이 아닌 상수이다.) [3점]

① $2e^2+2e$ ② $2e^2+4e$ ③ $4e^2+4e$ ④ $4e^2+8e$ ⑤ $8e^2+8e$

$\rightarrow$ 미분 $\boxed{\frac{1}{t}} f(\ln t) = 2(t\ln t + a)(\ln t + 1)$

주의!!

$f(1) \Rightarrow t = e \Rightarrow \frac{1}{e} f(1) = 2(e+1) \times 2$

$\therefore f(1) = 4e^2 + 4e$

13. 확률변수 X는 평균이 m, 표준편차가 4인 정규분포를 따르고, 확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가

$$f(8) > f(14),\ f(2) < f(16)$$

을 만족시킨다.
m이 자연수일 때, $\mathrm{P}(X \le 6)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 0.0062 ② 0.0228 ③ 0.0668
④ 0.1525 ⑤ 0.1587

$f(8)>f(14)$, $f(2)<f(16)$

$\Downarrow$

$m<11$ $m>9$

$m=10$

$P(X\le6)=P(Z\le-1)=0.1587$

14. 함수 $f(x)=\cos x$에 대하여 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{k\pi}{n^2}f\left(\frac{\pi}{2}+\frac{k\pi}{n}\right)$의 값은? [4점]

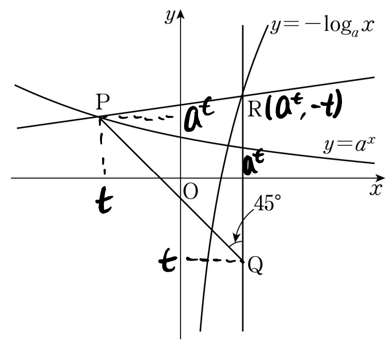
① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

$\frac{k\pi}{n}=x_k \Rightarrow \frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} x\cos(\frac{\pi}{2}+x)dx$

$=-\frac{1}{\pi}\int_0^{\pi} x\sin x dx=\frac{1}{\pi}\left[x\cos x\right]_0^{\pi}-\int_0^{\pi}\cos x\,dx$ out

$=\frac{1}{\pi}\times(-\pi)=-1$

15. 그림과 같이 좌표평면에서 곡선 $y=a^x\,(0<a<1)$ 위의 점 P가 제2사분면에 있다. 점 P를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동시킨 점 Q와 곡선 $y=-\log_a x$ 위의 점 R에 대하여 $\angle PQR=45°$이다. $\overline{PR}=\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$이고 직선 PR의 기울기가 $\dfrac{1}{7}$일 때, 상수 a의 값은? [4점]



① $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$ ② $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\dfrac{2}{3}$ ④ $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

$P(t, a^t)$, $R(a^t, -t)$

PR기울기 ⇒ $\dfrac{a^t+t}{a^t-t}=\dfrac{1}{7}$, $7a^t+7t=a^t-t$

$6a^t=-8t$

$a^t=-\dfrac{4}{3}t$

$\overline{PR}=\dfrac{5\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \sqrt{(t-a^t)^2+(a^t+t)^2}$

$=\sqrt{2a^{2t}+2t^2}$ → $t=-2$

$\therefore 2a^{2t}+2t^2=\dfrac{25}{2}$, $a^{2t}+t^2=\dfrac{25}{4}$

~ $t=-2$, $a^{-4}+4=\dfrac{25}{4}$

$a^{-4}=\dfrac{9}{4}$

$a^2=\dfrac{2}{3}$

$\therefore a=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

16. 집합 $\{x\,|\,x$는 10 이하의 자연수$\}$의 원소의 개수가 4인 부분집합 중 임의로 하나의 집합을 택하여 X라 할 때, 집합 X가 다음 조건을 만족시킬 확률은? [4점]

집합 X의 서로 다른 세 원소의 합은 항상 3의 배수가 아니다.

① $\dfrac{3}{14}$ ② $\dfrac{2}{7}$ ③ $\dfrac{5}{14}$ ④ $\dfrac{3}{7}$ ⑤ $\dfrac{1}{2}$

전체 ${}_{10}C_4=210$

1~10까지 자연수 ⇒ 3으로 나눈 나머지

① 0
{3. 6. 9}

② 1
{1. 4. 7. 10}

③ 2
{2. 5. 8}

→ 서로 2개에서 2개씩 뽑으면 O

1) ①−② ${}_3C_2\times{}_4C_2=18$

2) ②−③ ${}_4C_2\times{}_3C_2=18$

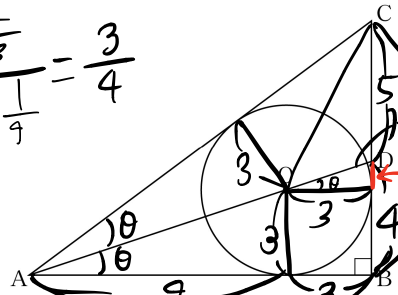
3) ①−③ ${}_3C_2\times{}_3C_2=9$

→ 45 ⇒ $\dfrac{45}{210}=\dfrac{3}{14}$

17. 그림과 같이 $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ 인 삼각형 ABC 에 내접하고 반지름의 길이가 3 인 원의 중심을 O 라 하자. 직선 AO 가 선분 BC 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{DB} = 4$ 이다. 삼각형 ADC 의 외접원의 넓이는? [4점]

$\tan 2\theta = \dfrac{\frac{2}{3}}{1-\frac{1}{9}} = \dfrac{3}{4}$

$\tan\theta = \frac{1}{3}$



① $\frac{125}{2}\pi$ ② 63π ③ $\frac{127}{2}\pi$

④ 64π ⑤ $\frac{129}{2}\pi$

$\dfrac{5}{\sin\theta} = 2r, \quad r = \dfrac{5}{2 \cdot \frac{1}{\sqrt{10}}}$

$= \dfrac{5\sqrt{10}}{2}$

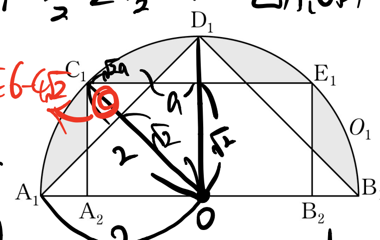
∴ 외접원의 넓이는 $\dfrac{125}{2}\pi$

18. 그림과 같이 길이가 4 인 선분 A_1B_1 을 지름으로 하는 반원 O_1 의 호 A_1B_1 을 4 등분하는 점을 점 A_1 에서 가까운 순서대로 각각 C_1, D_1, E_1 이라 하고, 두 점 C_1, E_1 에서 선분 A_1B_1 에 내린 수선의 발을 각각 A_2, B_2 라 하자. 사각형 $C_1A_2B_2E_1$ 의 외부와 삼각형 $D_1A_1B_1$ 의 외부의 공통부분 중 반원 O_1 의 내부에 있는 ⌒ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 A_2B_2 를 지름으로 하는 반원 O_2 를 반원 O_1 의 내부에 그리고, 반원 O_2 의 호 A_2B_2 를 4 등분하는 점을 점 A_2 에서 가까운 순서대로 각각 C_2, D_2, E_2 라 하고, 두 점 C_2, E_2 에서 선분 A_2B_2 에 내린 수선의 발을 각각 A_3, B_3 이라 하자. 사각형 $C_2A_3B_3E_2$ 의 외부와 삼각형 $D_2A_2B_2$ 의 외부의 공통부분 중 반원 O_2 의 내부에 있는 ⌒ 모양의 도형에 색칠을 하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$ 의 값은? [4점]

부채꼴 $A_1OD_1 = \frac{1}{2} \cdot 2^2 \cdot \frac{\pi}{2} = \pi$ $\quad \triangle A_1OD_1 = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$



$a^2 = 6-4\sqrt{2}$

$(\sqrt{2}+1)a = \sqrt{2}$

$a = \sqrt{2}(\sqrt{2}-1)$

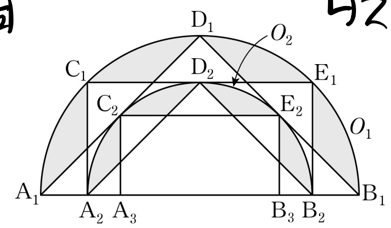
$a^2 = 2(3-2\sqrt{2})$

$a^2 = 6-4\sqrt{2}$

$\pi - 2 - 6 + 4\sqrt{2}$

$= \pi + 4\sqrt{2} - 8$

↳ 2배 ↳ $2\pi + 8\sqrt{2} - 16$



$2 \to \sqrt{2}$

$\to \frac{1}{\sqrt{2}}$

↳ 공비 $\frac{1}{2}$

⋮ ⋮

① $4\pi + 4\sqrt{2} - 16$ ② $4\pi + 16\sqrt{2} - 32$ ③ $4\pi + 8\sqrt{2} - 20$

④ $2\pi + 16\sqrt{2} - 24$ ⑤ $2\pi + 8\sqrt{2} - 12$

첫째항: $2\pi + 8\sqrt{2} - 16$ 공비: $\frac{1}{2}$

$\dfrac{2\pi + 8\sqrt{2} - 16}{1 - \frac{1}{2}} = 4\pi + 16\sqrt{2} - 32$

19. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{(-1)^{k-1}{}_{n}\mathrm{C}_{k}}{k}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}\ \cdots\cdots\ (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(i) $n=1$일 때 (좌변)$=1$, (우변)$=1$이므로 $(*)$이 성립한다.

(ii) $n=m$일 때 $(*)$이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^{m}\frac{(-1)^{k-1}{}_{m}\mathrm{C}_{k}}{k}=\sum_{k=1}^{m}\frac{1}{k}$$

이다. $n=m+1$일 때,

$$\sum_{k=1}^{m+1}\frac{(-1)^{k-1}{}_{m+1}\mathrm{C}_{k}}{k}$$

$$=\sum_{k=1}^{m}\frac{(-1)^{k-1}{}_{m+1}\mathrm{C}_{k}}{k}+\boxed{(가)}$$ $\frac{(-1)^m}{m+1}$

$$=\sum_{k=1}^{m}\frac{(-1)^{k-1}({}_{m}\mathrm{C}_{k}+{}_{m}\mathrm{C}_{k-1})}{k}+\boxed{(가)}$$ $\frac{(-1)^m}{m+1}$] $(*)$

$$=\sum_{k=1}^{m}\frac{1}{k}+\sum_{k=1}^{m+1}\left\{\frac{(-1)^{k-1}}{k}\times\frac{\boxed{(나)}}{(m-k+1)!(k-1)!}\right\}$$ $m!$

$$=\sum_{k=1}^{m}\frac{1}{k}+\sum_{k=1}^{m+1}\left\{\frac{(-1)^{k-1}}{\boxed{(다)}}\times\frac{(m+1)!}{(m-k+1)!\,k!}\right\}$$ $(m+1)$

$$=\sum_{k=1}^{m}\frac{1}{k}+\frac{1}{m+1}$$

$$=\sum_{k=1}^{m+1}\frac{1}{k}$$

이다. 따라서 $n=m+1$일 때도 $(*)$이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여 $(*)$이 성립한다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$, $h(m)$이라 할 때, $\frac{g(3)+h(3)}{f(4)}$의 값은? [4점]

① 40 ② 45 ③ 50 ④ 55 ⑤ 60

$\therefore \dfrac{6+4}{\frac{1}{5}}=50$

20. 자연수 n에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{nx}{x^n+1} & (x\neq-1)\\ -2 & (x=-1)\end{cases}$$

$x\neq-1$에서 $\rightarrow f'(x)=\dfrac{n-(n^2-n)x^n}{(x^n+1)^2}$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $n=3$일 때, 함수 $f(x)$는 구간 $(-\infty,\ -1)$에서 증가한다. o

ㄴ. 함수 $f(x)$가 $x=-1$에서 연속이 되도록 하는 n에 대하여 방정식 $f(x)=2$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다. o

ㄷ. 구간 $(-1,\ \infty)$에서 함수 $f(x)$가 극솟값을 갖도록 하는 10 이하의 모든 자연수 n의 값의 합은 ~~24~~ 28이다. ×

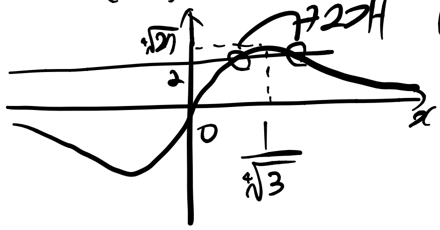
① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄱ. $f'(x)=\dfrac{3-6x^3}{(x^3+1)^2}>0$ (참)

ㄴ. n < 홀수 → 성립X, 짝수 → $\dfrac{2n-n^2}{4}=-2$, $n^2-2n-8=0$, $(n+2)(n-4)=0$ $\therefore n=4$

$f(-1)=-2 \rightarrow n=4$

$f'(x)=\dfrac{4-12x^4}{(x^4+1)^2}$



→ 2개 (참)

ㄷ. $1=(n-1)x^n$, $x^n=\dfrac{1}{n-1}$ $(n\neq1)$

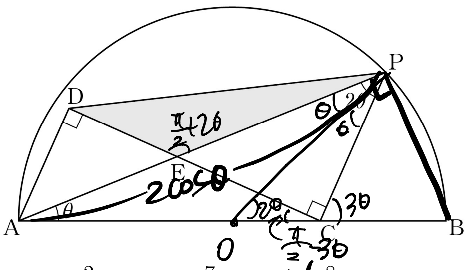
n 홀수 → 극솟값X

$n=2$ $x^2=1 \rightarrow x=-1$ (정의X), $x=1$ → 극대(X)

$n\geq4$부터 가능

$\therefore 4, 6, 8, 10 \rightarrow 28$

21. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 점 P와 선분 AB 위의 점 C에 대하여 $\angle \mathrm{PAC} = \theta$일 때, $\angle \mathrm{APC} = 2\theta$이다. $\angle \mathrm{ADC} = \angle \mathrm{PCD} = \frac{\pi}{2}$인 점 D에 대하여 두 선분 AP와 CD가 만나는 점을 E라 하자. 삼각형 DEP의 넓이를 $S(\theta)$라 할 때, $\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{\theta}$의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$) [4점]



① $\frac{5}{9}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{7}{9}$ ④ $\frac{8}{9}$ ⑤ 1

$$\frac{\overline{AC}}{\sin 2\theta} = \frac{\overline{AP}}{\sin 3\theta} \sim \overline{AC} = \frac{2\sin 2\theta \cos\theta}{\sin 3\theta}$$

$$\frac{\overline{EC}}{\sin\theta} = \frac{\overline{EA}}{\cos 3\theta} = \frac{\overline{AC}}{\cos 2\theta}$$

$$\overline{EC} = \frac{\overline{AC}\sin\theta}{\cos 2\theta} = \frac{2\sin 2\theta \sin\theta \cos\theta}{\sin 3\theta \cos 2\theta}$$

$$\overline{EA} = \frac{\overline{AC}\cos 3\theta}{\cos 2\theta} = \frac{2\sin 2\theta \cos\theta \cos 3\theta}{\sin 3\theta \cos 2\theta}$$

$$S(\theta) = \frac{2\sin^2 2\theta \sin\theta \cos^2\theta \cos 3\theta}{\sin^2 3\theta \cos 2\theta}$$

$$\sim \lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{\theta} = \frac{2\times 2\times 2\times 1}{3\times 3} = \frac{8}{9}$$

단답형

22. 함수 $f(x) = \sin(3x-6)$에 대하여 $f'(2)$의 값을 구하시오. [3점]

$f'(x) = 3\cos(3x-6)$

$f'(2) = 3\cos 0 = 3$

$\boxed{3}$

23. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(n, \frac{1}{3}\right)$을 따르고 $\mathrm{V}(X) = 200$일 때, $\mathrm{E}(X)$의 값을 구하시오. [3점]

$\frac{2}{9}n = 200 \quad \therefore n = 900$

$\sim E(X) = \frac{900}{3} = 300$

$\boxed{300}$

24. $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)\tan(\pi-\theta)=\frac{3}{5}$ 일 때, $30(1-\sin\theta)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$\cancel{\cos\theta} \times -\frac{\sin\theta}{\cancel{\cos\theta}} = -\sin\theta = \frac{3}{5}$ $\boxed{48}$

$\therefore \sin\theta = -\frac{3}{5}$

$30\left(1+\frac{3}{5}\right) = 30\times\frac{8}{5} = 48$

25. 어느 회사가 생산하는 약품 한 병의 무게는 평균이 mg, 표준편차가 1g 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사가 생산한 약품 중 n병을 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여, 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $a \le m \le b$ 이다. $100(b-a)=49$ 일 때, 자연수 n의 값을 구하시오. (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96)=0.95$ 로 계산한다.) [3점]

$b-a = 2\times1.96\times\frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{49}{100}$ $\boxed{64}$

$\frac{392}{\sqrt{n}} = 49$, $\sqrt{n} = 8$ $\therefore n = 64$

26. 자연수 n에 대하여 좌표평면 위에 두 점 $\mathrm{A}_n(n, 0)$, $\mathrm{B}_n(n, 3)$ 이 있다. 점 $\mathrm{P}(1, 0)$ 을 지나고 x축에 수직인 직선이 직선 OB_n 과 만나는 점을 C_n 이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{\overline{\mathrm{PC}_n}}{\overline{\mathrm{OB}_n}-\overline{\mathrm{OA}_n}}=\frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

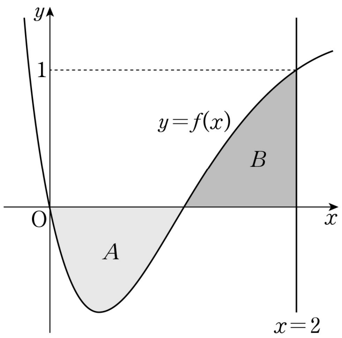
$C_n\left(1, \frac{3}{n}\right)$ $\boxed{5}$

$\overline{OB_n} = \sqrt{n^2+9}$, $\overline{OA_n} = n$

$\overline{PC_n} = \frac{3}{n}$, $\frac{\frac{3}{n}}{\sqrt{n^2+9}-n} = \frac{\frac{3}{n}\left(\sqrt{n^2+9}+n\right)}{9}$

$= \frac{2}{3} \Rightarrow 5$

27. 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 $f(0)=0$, $f(2)=1$이다. 그림과 같이 $0 \le x \le 2$에서 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 직선 $x=2$로 둘러싸인 두 부분의 넓이를 각각 A, B라 하자. $A=B$일 때, $\int_0^2 (2x+3)f'(x)\,dx$의 값을 구하시오. [4점]



$\int_0^2 f(x)dx=0$ $\boxed{7}$

0기에

$\int_0^2 (2x+3)f'(x)dx = \Big[(2x+3)f(x)\Big]_0^2 - 2\int_0^2 f(x)dx$

$= 7f(2) = 7$

28. 세 명의 학생 A, B, C에게 같은 종류의 빵 3개와 같은 종류의 우유 4개를 남김없이 나누어 주려고 한다. 빵만 받는 학생은 없고, 학생 A는 빵을 1개 이상 받도록 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 우유를 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [4점]

A B C $\boxed{37}$

빵3
우유1 $\sim {}_3H_3=10$

빵2
우유1 B or C ⇒ $2\times{}_3H_2=2\times6=12$

빵1 BB CC BC
우유1

$2\times{}_3H_2=12$ $1\times{}_3H_1=3$

$\therefore 12+3=15$

$\therefore 10+12+15=37$

29. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c의 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수를 구하시오. [4점]

> (가) $a < b < c \le 20$
> (나) 세 변의 길이가 a, b, c인 삼각형이 존재한다.

$c > a+b$ ~ $c \ge 4$

$\boxed{525}$

4 (1,2)
5 (1,2), (1,3)
6 (1,2), (1,3), (1,4), (2,3)
7 (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,3), (2,4)
⋮
20

~ 짝수 9개 홀수 8개

짝수구간에서는 전거의 +1만큼추가로증가
홀수구간에서는 전거의 증가량만큼증가

1) 짝수(C) $2k$ ($k=1,2,3,\cdots$)

$1 \to 4 \to 9 \to 16 \to \cdots \to$

k^2

2) 홀수(C) $2k-1$번째 ($k=1,2,3,\cdots$)

$2 \underset{+4}{\to} 6 \underset{+6}{\to} 12 \underset{+8}{\to} 20$

$k^2+k=k(k+1)$

$\sum_{k=1}^{9} k^2 + \sum_{k=1}^{8} k(k+1) = 285+204+36$

$= 525$

30. 최고차항의 계수가 $k\,(k>0)$인 이차함수 $f(x)$에 대하여 $f(0)=f(-2)$, $f(0) \ne 0$이다. 함수 $g(x)=(ax+b)e^{f(x)}$ $(a<0)$이 다음 조건을 만족시킨다.

↳ $f(x)=k(x+1)^2$ ~→ $f'(x)=2k(x+1)$

> (가) 모든 실수 x에 대하여 $(x+1)\{g(x)-mx-m\} \le 0$을 만족시키는 실수 m의 최솟값은 -2이다.
> (나) $\int_0^1 g(x)dx = \int_{-2f(0)}^{1} g(x)dx = \frac{e-e^4}{k}$

$f(ab)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.) [4점]

(가)에서

$\boxed{25}$

$\begin{cases} g(x) \le -2x-2 & (x \ge -1) \\ g(x) \ge -2x-2 & (x < -1) \end{cases}$ → $g(-1)=0 \Rightarrow (b-a)e^0=0$

∴ $a=b$

~ $g'(-1)=-2$

(나) 0~1구간 -1~0구간)을 -2~1구간구함에대로

~ g는 $(-1,0)$ 점대칭

~ $-2f(0)=-2$

∴ $f(0)=1$

∴ $k=1$

$g'(x)=f'(x)(ax+b)e^{f(x)}+ae^{f(x)}$

$g'(-1)=f'(-1)(-a+b)e^{f(-1)}+ae^{f(-1)}$

$=a=-2$ ~ $b=-2$

$g(x)=-2(x+1)e^{(x+1)^2}$

$\int_0^1 g(x)dx = \left[-ke^{(x+1)^2}\right]_{-2}^{1} = -k(e^4-e) = e-e^4$

↳ $k=1$ 재확인.

∴ $f(ab)=f(4)=(4+1)^2=5^2=25$

> * 확인 사항
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기) 했는지 확인하시오.