기출의 파급효과 수학

https://atom.ac/books/7241
기출의 파급효과 수학 시리즈

https://cafe.naver.com/spreadeffect
파급의 기출효과 NAVER 카페

기출의 파급효과 수학은 기출로부터 얻을 수 있는 도구와 태도를 정리하고 체화하여 일관적으로 준킬러 이상 기출을 뚫어가는 교재입니다. 교재 내에 평가원뿐만 아니라 교육청, 사관학교, 경찰대 주요 기출 선별이 모두 되어 있습니다.

학습하시다 질문이 생기신다면 '파급의 기출효과' 카페에서 질문을 할 수 있습니다.
교재 인증을 하시면 질문 게시판을 이용하실 수 있습니다.

파급효과, 법사 님, 출기능수 님, 백건아 님 등등 **오르비 저자분들이 올리시는 학습자료를 받아보실 수 있습니다.**
위 저자 분들의 컨텐츠 질문 답변도 교재 인증 시 가능합니다.

이외에도 **검증된 우수한 컨설팅 팀 TWCG가 정리한 과거부터 현재까지 정시, 수시 입결을 확인할 수 있습니다.**
입시에 대한 질문은 가입하시기만 하면 TWCG 팀장 및 팀원분들께 하실 수 있습니다.

더 궁금하시다면 https://cafe.naver.com/spreadeffect/15에서 확인하시면 됩니다.

제 2 교시

수학 영역(나형)

5 지 선 다 형

1. $\log_4 \sqrt{8}$의 값은? [2점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

2. ${}_4\Pi_2 + {}_4\mathrm{H}_2$의 값은? [2점]

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

3. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A|B)=\frac{2}{3},\ \mathrm{P}(A\cap B)=\frac{2}{15}$$

일 때, $\mathrm{P}(B)$의 값은? [2점]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{4}{15}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{7}{15}$

4. 함수 $f(x)$에 대하여 $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}=3$일 때,

$\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2-h)}{h}$의 값은? [3점]

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

5. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1+a_2+a_3=15,\ a_3+a_4+a_5=39$$

일 때, 수열 $\{a_n\}$의 공차는? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$3a_2=15$. $3a_4=39$

$a_2=5$ / $a_4=13$

$2d=8$. $d=4$

6. ${}_4C_0+{}_4C_1\times3+{}_4C_2\times3^2+{}_4C_3\times3^3+{}_4C_4\times3^4$의 값은? [3점]

① 240 ② 244 ③ 248 ④ 252 ⑤ 256

$(1+3)^4=4^4$

7. $0\le x<2\pi$일 때, 두 함수 $y=\sin x$와 $y=\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)+1$의 그래프가 만나는 모든 점의 x좌표의 합은? [3점]

① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{3}{2}\pi$ ④ 2π ⑤ $\frac{5}{2}\pi$

$\cos\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$

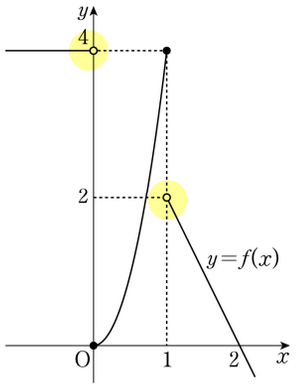
$=\cos\left(\pi-\left(x-\frac{\pi}{2}\right)\right)$

$=-\cos\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$

$=-\sin x$

$\therefore 2\sin x=1$, $x=\frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi$

8. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x\to 1+} f(x) - \lim_{x\to 0-} \frac{f(x)}{x-1}$의 값은? [3점]

① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

$f(1+) + f(0-) = 2+4=6$

9. 한 개의 동전을 6번 던져서 앞면이 2번 이상 나올 확률은? [3점]

① $\frac{51}{64}$ ② $\frac{53}{64}$ ③ $\frac{55}{64}$ ④ $\frac{57}{64}$ ⑤ $\frac{59}{64}$

여사건.

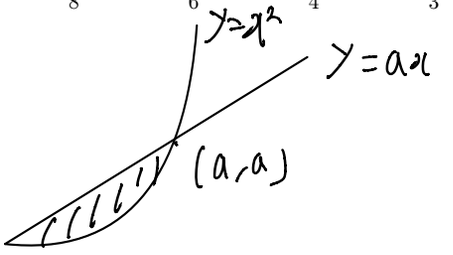
$1 - {}_6C_0 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6 - {}_6C_1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^6$

$= 1 - \frac{1+6}{2^6} = 1 - \frac{7}{64}$

$= \frac{57}{64}$

10. 양수 a에 대하여 곡선 $y=x^2$과 직선 $y=ax$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{a^3}{12}$ ② $\frac{a^3}{8}$ ③ $\frac{a^3}{6}$ ④ $\frac{a^3}{4}$ ⑤ $\frac{a^3}{3}$



$\int_0^a (x^2 - ax)\,dx$

$= \frac{1}{6}(a^3 - 0^3)$

11. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 위치 x가

$$x = t^3 + kt^2 + kt \quad (k\text{는 상수})$$

이다. 시각 $t=1$에서 점 P가 운동 방향을 바꿀 때, 시각 $t=2$에서 점 P의 가속도는? [3점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

$x(t) = t^3 + kt^2 + kt$

$v(t) = 3t^2 + 2kt + k$

$v(1) = 3 + 2k + k = 0 \;,\; k = -1$

$a(t) = 6t + 2k = 6t - 2$

$a(2) = 10$

12. 어느 제과 공장에서 생산하는 과자 1상자의 무게는 평균이 104g, 표준편차가 4g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산한 과자 중 임의추출한 4상자의 무게의 표본평균이 ag 이상이고 106g 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구하면 0.5328이다. 상수 a의 값은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 99 ② 100 ③ 101 ④ 102 ⑤ 103

$P(a \leq \bar{X} \leq 106)$

$= P\left(\frac{a-104}{\frac{4}{\sqrt{4}}} \leq Z \leq \frac{106-104}{\frac{4}{\sqrt{4}}}\right)$

$= P\left(\frac{a-104}{2} \leq Z \leq 1\right)$

$= P\left(\frac{a-104}{2} \leq Z \leq 0\right) + 0.3413$

$= 0.5328$

$\therefore P\left(\frac{a-104}{2} \leq Z \leq 0\right) = 0.1915$

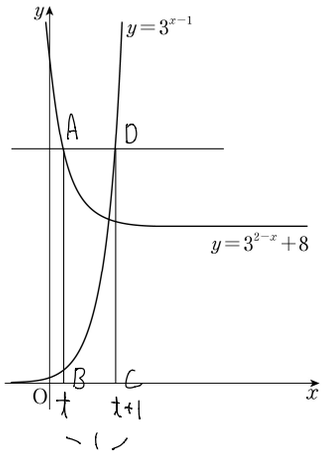
$a = 103$

13. 실수 t에 대하여 직선 $x=t$가 곡선 $y=3^{2-x}+8$과 만나는 점을 A, x축과 만나는 점을 B라 하자.

직선 $x=t+1$이 x축과 만나는 점을 C, 곡선 $y=3^{x-1}$과 만나는 점을 D라 하자.

사각형 ABCD가 직사각형일 때, 이 사각형의 넓이는? [3점]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13



$3^{2-t}+8=3^t$ $t=2$

$\therefore 1\times 9=9$

14. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_5=5$이고 $\sum_{k=3}^{7}|2a_k-10|=20$이다. a_6의 값은? [4점]

① 6 ② $\frac{20}{3}$ ③ $\frac{22}{3}$ ④ 8 ⑤ $\frac{26}{3}$

$\sum_{k=3}^{7}|a_k-5|=10$

공차: d $a_5-5=0$

$a_4-5=-d$ $a_6+5=d$

$a_3-5=-2d$ $a_7-5=2d$

$\therefore \sum_{k=3}^{7}|a_k-5|=6d=10$ $d=\frac{5}{3}$

$a_6=5+\frac{5}{3}=\frac{20}{3}$

15. 이산확률변수 X가 가지는 값은 1, 2, 3, 4이고
이산확률변수 Y가 가지는 값은 1, 4, 9, 16이고
$\mathrm{P}(X=k)=\mathrm{P}(Y=k^2)$ $(k=1, 2, 3, 4)$
이다. $\mathrm{E}(X)=6$, $\mathrm{V}(X)=1$일 때, $\mathrm{E}(Y)$의 값은? [4점]
① 33 ② 34 ③ 35 ④ 36 ⑤ 37 ✓

$E(X)=6$

$V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2$

$=E(Y)-36$

$=1$

$1\le E(X)\le 4$ 이므로

$E(X)\neq 6$. 오류.

16. 다항함수 $f(x)$의 한 부정적분 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)=2x+2\int_0^1 g(t)\,dt$ $\Rightarrow k$

(나) $g(0)-\int_0^1 g(t)\,dt=\frac{2}{3}$

$g(1)$의 값은? [4점]
① -2 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ✓ ④ -1 ⑤ $-\frac{2}{3}$

$f(x)=2x+2k$

$g(x)=x^2+2kx+g(0)$

$g(0)-k=\frac{2}{3}$

$k=g(0)-\frac{2}{3}=\int_0^1 g(x)\,dx$

$=\int_0^1 \{x^2+2kx+g(0)\}dx$

$=\left[\frac{1}{3}x^3+kx^2+g(0)x\right]_0^1$

$=\frac{1}{3}+k+g(0)$

$g(0)=-\frac{1}{3}$, $k=-1$

$g(1)=1+2k+g(0)$

$=1-2-\frac{1}{3}=-\frac{4}{3}$

17. $f(1)=-2$인 다항함수 $f(x)$에 대하여 일차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)g(x)+4}{x-1}=8$
>
> (나) $g(0)=g'(0)$

$f'(1)$의 값은? [4점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

(가) $f(1)=-2$. $g(1)=2$

$f'(1)g(1)+f(1)g'(1)=8$

$a=1$

(나) $g(x)=ax+a$

$\therefore f'(1)g(1)+f(1)g'(1)$

$=2f'(1)-2=8$

$f'(1)=5$

18. 3 이상의 자연수 n에 대하여 집합

$$A_n=\{(p,q)\mid p<q\text{이고 } p,\ q\text{는 } n \text{ 이하의 자연수}\}$$

이다. 집합 A_n의 모든 원소 (p,q)에 대하여 q의 값의 평균을 a_n이라 하자. 다음은 3 이상의 자연수 n에 대하여 $a_n=\frac{2n+2}{3}$임을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

> (i) $n=3$일 때, $A_3=\{(1,2),(1,3),(2,3)\}$이므로
>
> $a_3=\frac{2+3+3}{3}=\frac{8}{3}$이고 $\frac{2\times3+2}{3}=\frac{8}{3}$이다.
>
> 그러므로 $a_n=\frac{2n+2}{3}$가 성립한다.
>
> (ii) $n=k\ (k\geq 3)$일 때, $a_k=\frac{2k+2}{3}$가 성립한다고 가정하자. $n=k+1$일 때,
>
> $A_{k+1}=A_k\cup\{(1,k+1),(2,k+1),\cdots,(k,k+1)\}$
>
> 이고 $\boxed{\text{집합 } A_k}$의 원소의 개수는 $\boxed{\text{(가)}}$이므로
>
> $$a_{k+1}=\frac{\boxed{\text{(가)}}\times\frac{2k+2}{3}+\boxed{\text{(나)}}}{{}_{k+1}C_2}$$
>
> $$=\frac{2k+4}{3}=\frac{2(k+1)+2}{3}$$
>
> 이다. 따라서 $n=k+1$일 때도 $a_n=\frac{2n+2}{3}$가 성립한다.
>
> (i), (ii)에 의하여 3 이상의 자연수 n에 대하여 $a_n=\frac{2n+2}{3}$이다.

$\sum_{k=1}^{k-1}k$

$k\cdot(k+1)$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(k)$, $g(k)$라 할 때, $f(10)+g(9)$의 값은? [4점]

① 131 ② 133 ③ 135 ④ 137 ⑤ 139

$f(k)=\frac{k(k-1)}{2}$, $f(10)=45$

$g(k)=k(k+1)$. $g(9)=90$

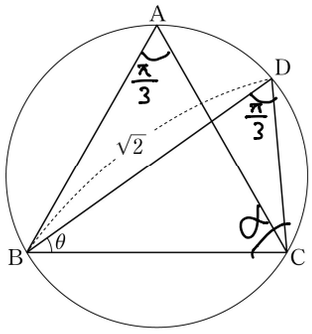
135

19. 정삼각형 ABC가 반지름의 길이가 r인 원에 내접하고 있다. 선분 AC와 선분 BD가 만나고 $\overline{BD}=\sqrt{2}$가 되도록 원 위에서 점 D를 잡는다. $\angle DBC=\theta$라 할 때, $\sin\theta=\frac{\sqrt{3}}{3}$이다.

반지름의 길이 r의 값은? [4점]

① $\frac{6-\sqrt{6}}{5}$ ② $\frac{6-\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{4}{5}$

④ $\frac{6-\sqrt{3}}{5}$ ⑤ $\frac{6-\sqrt{2}}{5}$



$\sin\alpha = \sin(\pi-(\theta+\frac{\pi}{3}))$

$= \sin(\theta+\frac{\pi}{3})$

$= \frac{\sqrt{3}}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{6}}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{\sqrt{3}(1+\sqrt{6})}{6}$

$\therefore \frac{\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{3}(1+\sqrt{6})}{6}} = 2r$

$r = \frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}\,6\sqrt{2}}{\sqrt{3}(\sqrt{6}+1)}$

$= \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}+1} = \frac{6-\sqrt{6}}{5}$

20. 최고차항의 계수가 4인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

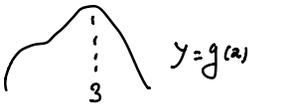
$$g(x)=\int_0^x f(t)dt-xf(x)$$

라 하자. 모든 실수 x에 대하여 $g(x)\le g(3)$이고 함수 $g(x)$는 오직 1개의 극값만 가진다. $\int_0^1 g'(x)dx$의 값은? [4점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

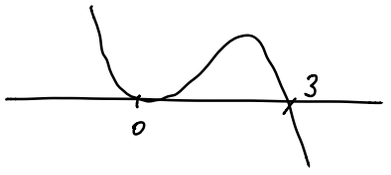
$g(0)=0$

$g(1)$



$g'(x) = f(x)-f(x)-xf'(x)$

$= -xf'(x)$



$\therefore g'(x) = -12x^2(x-3)$

$g(x) = -3x^4+12x^3$

$g(1) = 9$

21. 두 곡선 $y=2^{-x}$과 $y=|\log_2 x|$가 만나는 두 점을 (x_1, y_1), (x_2, y_2)라 하자. $x_1 < x_2$일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

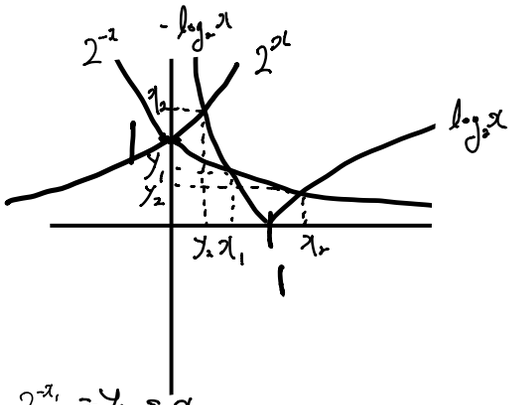
< 보 기 >

ㄱ. $\frac{1}{2} < x_1 < \frac{\sqrt{2}}{2}$

ㄴ. $\sqrt[3]{2} < x_2 < \sqrt{2}$

ㄷ. $y_1 - y_2 < \frac{3\sqrt{2}-2}{6}$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



$x_1 = 2^{-x_1} = y_1 = x_1$

ㄱ. $2^{-1} < 2^{-x_1} < 2^{-\frac{1}{2}} \Leftrightarrow -1 < -x_1 < -\frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} < x_1 < 1$

$-\log_2 \frac{1}{2} > 2^{-\frac{1}{2}}$
$\log_2 1 < 2^{-1}$) (O)

$y_2 = \log_2 x_2$

ㄴ. $2^{\frac{1}{3}} < x_2 < 2^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow \frac{1}{3} < \log_2 x_2 < \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{3} < y_2 < \frac{1}{2}$

$-\log_2 \frac{1}{3} > 2^{\frac{1}{3}}$
$-\log_2 \frac{1}{2} < 2^{\frac{1}{2}}$) (O)

ㄷ. $\frac{1}{2} < y_1 < \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{1}{3} < y_2 < \frac{1}{2}$,

$y_1 - y_2 < \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{1}{3}$ (O)

단답형

22. $\int_0^3 x^2 dx$의 값을 구하시오. [3점]

$\frac{1}{3}x^3 \Big|_0^3 = 9$

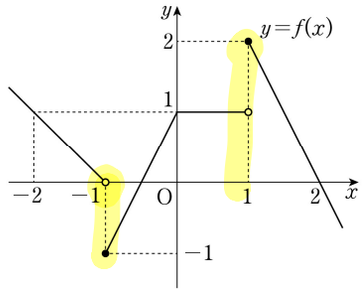
23. 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{2}\right)$을 따르는 확률변수 X에 대하여 $V(2X+1)=15$일 때, n의 값을 구하시오. [3점]

15

$4V(X) = 15$

$V(X) = \frac{15}{4} = n \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$

24. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같다.



최고차항의 계수가 1인 이차함수 $g(x)$에 대하여 함수 $h(x)=f(x)g(x)$가 구간 $(-2, 2)$에서 연속일 때, $g(5)$의 값을 구하시오. [3점]

24

$g(x)=(x-1)(x+1)$

$g(5)=25-1=24$

25. 함수 $f(x)=(1+x^4+x^8+x^{12})(1+x+x^2+x^3)$일 때, $\frac{f(2)}{\{f(1)-1\}\{f(1)+1\}}$의 값을 구하시오. [3점]

257

$f(x)=4^2$

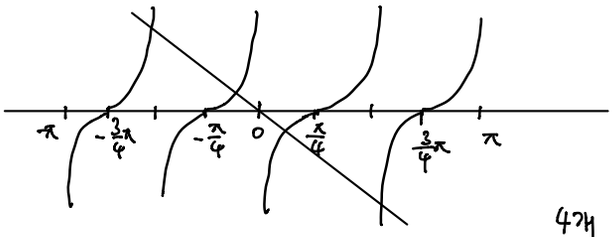
$\therefore \dfrac{\frac{1\cdot(2^{8\cdot4}-1)}{2^4-1}\times\frac{1\cdot(2^4-1)}{2-1}}{(4^2-1)(4^2+1)}$

$=\dfrac{(2^8-1)(2^8+1)}{2^8-1}=257$

26. 함수 $y=\tan\left(nx-\frac{\pi}{2}\right)$의 그래프가 직선 $y=-x$와 만나는 점의 x좌표가 구간 $(-\pi, \pi)$에 속하는 점의 개수를 a_n이라 할 때, a_2+a_3의 값을 구하시오. [4점]

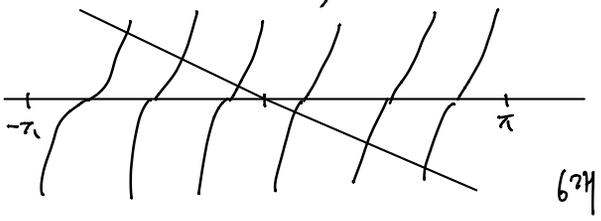
10

$y=\tan\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)$



4개

$y=\tan\left(3x-\frac{\pi}{2}\right)$



6개

27. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 a, b, c의 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $a+b+c=14$
(나) $(a-2)(b-2)(c-2)\neq 0$

$a=2$ or $b=2$ or $c=2$ (84)

$\Rightarrow 3\times {}_2H_{12}$

$a=b=2$ or $b=c=2$ or $c=a=2$

$\Rightarrow 3$

$\therefore {}_3H_{14}-(3\times {}_2H_{12}-3)$

$= {}_{16}C_2-(3\times {}_{13}C_1-3)$

$= 120-36 = 84$

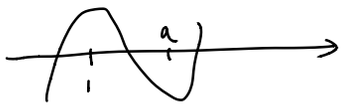
28. 함수 $f(x)=2x^3-3(a+1)x^2+6ax$에 대하여 방정식 $f(x)=0$이 서로 다른 세 실근을 갖도록 하는 자연수 a의 값을 가장 작은 수부터 차례대로 나열할 때 n번째 수를 a_n이라 하자. $a=a_n$일 때, $f(x)$의 극댓값을 b_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{10}(b_n-a_n)$의 값을 구하시오. [4점]

160

$f'(x) = 6x^2-6(a+1)x+6a$

$= 6(x^2-(a+1)x+a)$

$= 6(x-a)(x-1)$ $\cdot a>1$



$f(a) = 2a^3-3a^2(a+1)+6a^2<0$

$a^3 > 3a^2$ $\boxed{a>3}$

$\therefore a_n = n+3$

$f(1) = 3a-1 = b_n$

$b_n-a_n = 2a_n-1 = 2n+5$

$\sum_{n=1}^{10}(2n+5) = 110+50 = 160$

29. A, B 두 사람이 각각 4개씩 공을 가지고 다음 시행을 한다.

> A, B 두 사람이 주사위를 한 번씩 던져 나온 눈의 수가 짝수인 사람은 상대방으로부터 공을 한 개 받는다.

각 시행 후 A가 가진 공의 개수를 세었을 때, 4번째 시행 후 센 공의 개수가 처음으로 6이 될 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

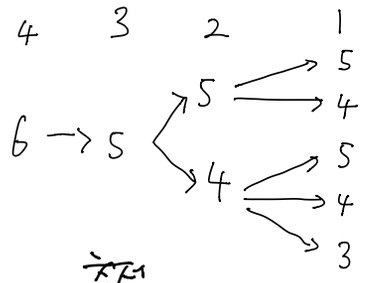
135

역추적

+1 : 짝확률 : $\frac{1}{4}$

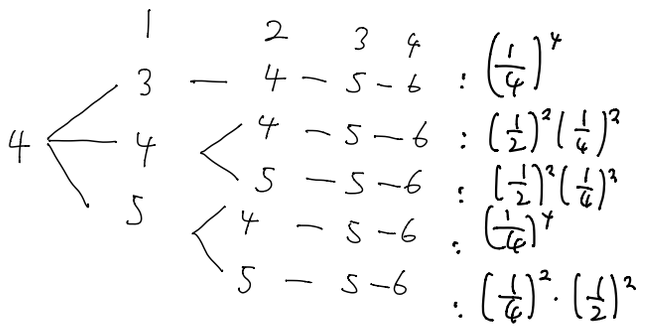
-1 : 홀짝 : $\frac{1}{4}$

0 : 짝짝, 홀홀 : $\frac{1}{2}$



4

순추적



$$\therefore \frac{1+2^2+2^2+1+2^2}{4^4} = \frac{14}{256} = \frac{7}{128}$$

30. 함수 $f(x)=\begin{cases}-3x^2 & (x<1)\\ 2(x-3) & (x\geq 1)\end{cases}$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_0^x (t-1)f(t)\,dt$$

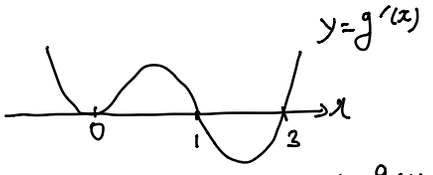
라 할 때, 실수 t에 대하여 직선 $y=t$와 곡선 $y=g(x)$가 만나는 서로 다른 점의 개수를 $h(t)$라 하자.

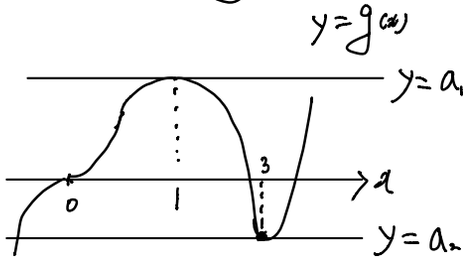
$\left|\lim_{t\to a+}h(t)-\lim_{t\to a-}h(t)\right|=2$를 만족시키는 모든 실수 a에 대하여 $|a|$의 값의 합을 S라 할 때, $30S$의 값을 구하시오. [4점]

80

$g'(x)=(x-1)f(x)$

$$\begin{cases} -3x^2(x-1) & (x<1) \Rightarrow -\frac{3}{4}x^4+x^3 \\ 2(x-3)(x-1) & (x\geq 1) \Rightarrow \frac{2}{3}x^3-4x^2+6x-\frac{29}{12} \end{cases}$$





$a_1=-\frac{3}{4}+1=\frac{1}{4}$

$a_2=\frac{2}{3}\cdot 3^3-4\cdot 3^2+6\cdot 3-\frac{29}{12}$

$=-\frac{29}{12}$

$$\therefore \frac{1}{4}+\frac{29}{12}=\frac{32}{12}=\frac{8}{3}$$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.