기출의 파급효과 수학

https://atom.ac/books/7241
기출의 파급효과 수학 시리즈

https://cafe.naver.com/spreadeffect
파급의 기출효과 NAVER 카페

기출의 파급효과 수학은 기출로부터 얻을 수 있는 도구와 태도를 정리하고 체화하여 일관적으로 준킬러 이상 기출을 뚫어가는 교재입니다. 교재 내에 평가원뿐만 아니라 교육청, 사관학교, 경찰대 주요 기출 선별이 모두 되어 있습니다.

학습하시다 질문이 생기신다면 '파급의 기출효과' 카페에서 질문을 할 수 있습니다.
교재 인증을 하시면 질문 게시판을 이용하실 수 있습니다.

파급효과, 법사 님, 출기능수 님, 백건아 님 등등 **오르비 저자분들이 올리시는 학습자료를 받아보실 수 있습니다.**
위 저자 분들의 컨텐츠 질문 답변도 교재 인증 시 가능합니다.

이외에도 **검증된 우수한 컨설팅 팀 TWCG가 정리한 과거부터 현재까지 정시, 수시 입결을 확인할 수 있습니다.**
입시에 대한 질문은 가입하시기만 하면 TWCG 팀장 및 팀원분들께 하실 수 있습니다.

더 궁금하시다면 https://cafe.naver.com/spreadeffect/15에서 확인하시면 됩니다.

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. $\lim_{n\to\infty}\frac{n(9n-5)}{3n^2+1}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\frac{9}{3}=3$

2. $\log_3 54+\log_9\frac{1}{36}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\log_3 54+\log_3\frac{1}{6}$

$=\log_3 9=2$

3. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_3=2,\ a_7=62$ 일 때, a_5 의 값은? [2점]

① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

$2a_5=64$. $a_5=32$

4. 두 사건 A와 B는 서로 독립이고

$$\mathrm{P}(A^C)=\frac{2}{5},\ \mathrm{P}(B)=\frac{1}{6}$$

일 때, $\mathrm{P}(A^C\cup B^C)$의 값은? (단, A^C은 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}$ ③ $\frac{7}{10}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{9}{10}$

$P(A)=\frac{3}{5}$

$P(B)=\frac{1}{6}$

$P(A\cap B)=\frac{1}{10}$

$1-P(A\cap B)=\frac{9}{10}$

5. $\left(2x+\dfrac{a}{x}\right)^7$ 의 전개식에서 x^3 의 계수가 42일 때, 양수 a 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

$${}_7C_2 \cdot (2x)^5 \cdot \left(\frac{a}{x}\right)^2$$

$$= 21 \cdot 32 \cdot a^2 \cdot x^3$$

$$= 42x^3 \qquad a = \frac{1}{4}$$

6. 매개변수 $t\,(t>0)$으로 나타내어진 곡선

$x=t^2+1,\ y=4\sqrt{t}$

에서 $t=4$일 때, $\dfrac{dy}{dx}$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{\cancel{2}}{\sqrt{t}}}{\cancel{2}t}$$

$$= \frac{1}{t\sqrt{t}},\ t=4,\ \frac{1}{8}$$

7. 표와 같이 두 주머니 A, B에 흰 공과 검은 공이 섞여서 각각 50개씩 들어 있다.

(단위 : 개)

	주머니 A	주머니 B
흰 공	21	14
검은 공	29	36
합계	50	50

두 주머니 A, B 중 임의로 택한 1개의 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내는 시행을 한다. 이 시행에서 꺼낸 공이 흰 공일 때, 이 공이 주머니 A에서 꺼낸 공일 확률은? [3점]

① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

$$\frac{\frac{21}{50}}{\frac{21}{50}+\frac{14}{50}} = \frac{3}{5}$$

8. 부등식 $\log_2(x^2-7x)-\log_2(x+5)\le 1$을 만족시키는 모든 정수 x의 값의 합은? [3점]

① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

$\log_2(x^2-7x) \le \log_2 2(x+5)$

$x>7$, $-5<x<0$

$x^2-7x-2(x+5)\le 0$

$x^2-9x-10=(x+1)(x-10)\le 0$

$\therefore\ 7<x\le 10$. $\boxed{8, 9, 10}$

$-1\le x<0$ $\boxed{-1}$

9. 함수 $f(x)=\dfrac{1}{e^x+2}$의 역함수 $g(x)$에 대하여 $g'\left(\dfrac{1}{4}\right)$의 값은? [3점]

① -5 ② -6 ③ -7 ④ -8 ⑤ -9

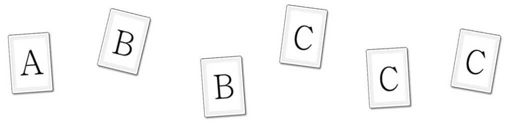
$f(\ln 2)=\frac{1}{4}$, $\therefore\ g'\left(\frac{1}{4}\right)=\dfrac{1}{f'(\ln 2)}$

$f'(x)=\dfrac{-e^x}{\{e^x+2\}^2}$

$f'(\ln 2)=-\dfrac{2}{4^2}=-\dfrac{1}{8}$

10. A, B, B, C, C, C의 문자가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 있다. 이 6장의 카드 중에서 5장의 카드를 택하여 이 5장의 카드를 왼쪽부터 모두 일렬로 나열할 때, C가 적힌 카드가 왼쪽에서 두 번째의 위치에 놓이도록 나열하는 경우의 수는? (단, 같은 문자가 적힌 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [3점]

① 24 ② 26 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32



A BB CC OCOOO $\dfrac{4!}{2!}$

A B CCC OCOOO $\dfrac{4!}{2!}$

BB CCC OCOOO $\dfrac{4!}{2!2!}$

$\therefore\ \dfrac{4!}{2!}\times 2+\dfrac{4!}{2!2!}$

$=4!+3!=24+6=30$

11. $0 \le x < 2\pi$일 때, 방정식

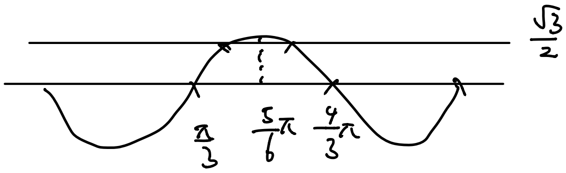
$$\sin x = \sqrt{3}(1+\cos x)$$

의 모든 해의 합은? [3점]

① $\frac{\pi}{3}$ ② $\frac{2}{3}\pi$ ③ π ④ $\frac{4}{3}\pi$ ⑤ $\frac{5}{3}\pi$

$\sin x - \sqrt{3}\cos x = \sqrt{3}$

$\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$



12. 연속함수 $f(x)$가 모든 양의 실수 t에 대하여

$$\int_0^{\ln t} f(x)\,dx = (t\ln t + a)^2 - a$$

를 만족시킬 때, $f(1)$의 값은? (단, a는 0이 아닌 상수이다.) [3점]

① $2e^2+2e$ ② $2e^2+4e$ ③ $4e^2+4e$
④ $4e^2+8e$ ⑤ $8e^2+8e$

$t=1$ 대입: $a^2 - a = 0$. $a=1$

양변미분: $\frac{1}{t} \cdot f(\ln t) = 2(\ln t + 1) \cdot (t\ln t + 1)$

$t = e$: $\frac{1}{e} \cdot f(1) = 2 \cdot 2 \cdot (e+1)$

$\therefore f(1) = 4e(e+1)$

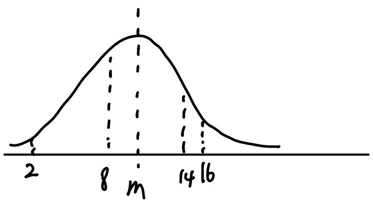
13. 확률변수 X는 평균이 m, 표준편차가 4인 정규분포를 따르고, 확률변수 X의 확률밀도함수 $f(x)$가

$$f(8) > f(14),\ f(2) < f(16)$$

을 만족시킨다.
m이 자연수일 때, $\mathrm{P}(X \le 6)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [3점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 0.0062 ② 0.0228 ③ 0.0668
④ 0.1525 ⑤ 0.1587



1) $m-8 < 14-m \Rightarrow m < 11$

2) $m-2 > 16-m$ $m > 9$

$\therefore m=10$

$$\mathrm{P}(X \le 6) = \mathrm{P}\left(Z \le \frac{6-10}{4}\right)$$

$$= \mathrm{P}(Z \le -1)$$

$$= 0.5 - 0.3413$$

$$= 0.1587$$

14. 함수 $f(x)=\cos x$에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{k\pi}{n^2}f\left(\frac{\pi}{2}+\frac{k\pi}{n}\right)$의 값은? [4점]

① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

$\frac{1}{n} = dx,\ \frac{k}{n} = x$

$$\int_0^1 \pi x f\left(\frac{\pi}{2}+\pi x\right) dx$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_0^\pi t f\left(\frac{\pi}{2}+t\right) dt$$

$$= \frac{1}{\pi}\int_0^\pi t\cdot\cos\left(\frac{\pi}{2}+t\right) dt$$

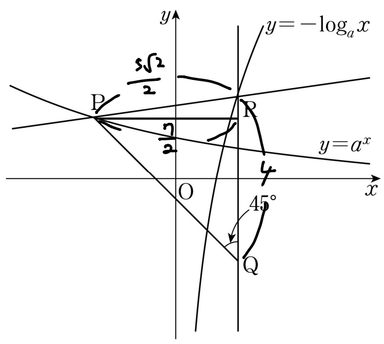
$$= \frac{1}{\pi}\left[t\cdot\sin\left(\frac{\pi}{2}+t\right)\right]_0^\pi$$

-1

$$-\int_0^\pi \sin\left(\frac{\pi}{2}+t\right) dt$$

0

15. 그림과 같이 좌표평면에서 곡선 $y=a^x(0<a<1)$ 위의 점 P가 제2사분면에 있다. 점 P를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동시킨 점 Q와 곡선 $y=-\log_a x$ 위의 점 R에 대하여 $\angle\mathrm{PQR}=45°$이다. $\overline{\mathrm{PR}}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$이고 직선 PR의 기울기가 $\frac{1}{7}$일 때, 상수 a의 값은? [4점]



① $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{6}}{3}$

$\log_a k = k+\frac{7}{2}$

$P\left(k,\ k+\frac{7}{2}\right)$

$Q\left(k+\frac{7}{2},\ k\right)$

$$\begin{cases} k+\frac{7}{2}=a^k \\ \frac{1}{k+\frac{7}{2}}=a^{k+4} \end{cases}$$

$R\left(k+\frac{7}{2},\ k+4\right)$

$k=-2,\quad a^{-2}=\frac{3}{2}$

$a^2=\frac{2}{3}$

$a=\frac{\sqrt{6}}{3}$

16. 집합 $\{x\,|\,x$는 10 이하의 자연수$\}$의 원소의 개수가 4인 부분집합 중 임의로 하나의 집합을 택하여 X라 할 때, 집합 X가 다음 조건을 만족시킬 확률은? [4점]

> 집합 X의 서로 다른 세 원소의 합은 항상 3의 배수가 아니다.

① $\frac{3}{14}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{5}{14}$ ④ $\frac{3}{7}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

$_{10}C_4=\frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot 7}{4\cdot 3\cdot 2\cdot 1}=210$

여사건

A	B	C
1	2	3
4	5	6
7	8	9
10		

AAA B BBB A CCC A

$4\times 3 + 4 + 4 = 20$

AAA C BBB C CCC B

$4\times 3 + 3 + 3 = 18$

ABC A ABC B ABC C

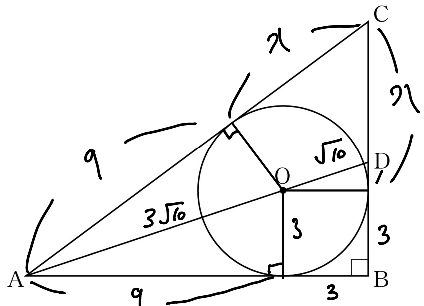
$_4C_2\cdot 3\cdot 3 + {}_3C_2\cdot 4\cdot 3 + {}_3C_2\cdot 4\cdot 3 = 126$

AAAA

1

$1-\frac{165}{210}=\frac{45}{210}=\frac{3}{14}$

17. 그림과 같이 $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ 인 삼각형 ABC에 내접하고 반지름의 길이가 3인 원의 중심을 O라 하자. 직선 AO가 선분 BC와 만나는 점을 D라 할 때, $\overline{DB}=4$이다. 삼각형 ADC의 외접원의 넓이는? [4점]



① $\frac{125}{2}\pi$ ② 63π ③ $\frac{127}{2}\pi$ ④ 64π ⑤ $\frac{129}{2}\pi$

$(x+9)^2 = 12^2 + (x+3)^2$

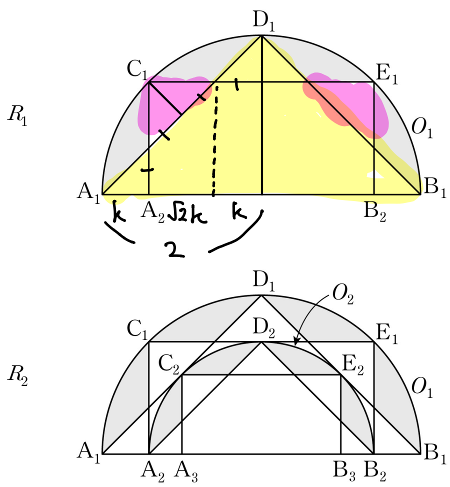
$18x+81 = 144+6x+9$

$12x = 72$, $x=6$, $\overline{CD}=5$

$\therefore 2R = \frac{5}{\frac{1}{\sqrt{10}}} = 5\sqrt{10}$

$\pi R^2 = \frac{125}{2}\pi$

18. 그림과 같이 길이가 4인 선분 A_1B_1을 지름으로 하는 반원 O_1의 호 A_1B_1을 4등분하는 점을 점 A_1에서 가까운 순서대로 각각 C_1, D_1, E_1이라 하고, 두 점 C_1, E_1에서 선분 A_1B_1에 내린 수선의 발을 각각 A_2, B_2라 하자. 사각형 $C_1A_2B_2E_1$의 외부와 삼각형 $D_1A_1B_1$의 외부의 공통부분 중 반원 O_1의 내부에 있는 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 선분 A_2B_2를 지름으로 하는 반원 O_2를 반원 O_1의 내부에 그리고, 반원 O_2의 호 A_2B_2를 4등분하는 점을 점 A_2에서 가까운 순서대로 각각 C_2, D_2, E_2라 하고, 두 점 C_2, E_2에서 선분 A_2B_2에 내린 수선의 발을 각각 A_3, B_3이라 하자. 사각형 $C_2A_3B_3E_2$의 외부와 삼각형 $D_2A_2B_2$의 외부의 공통부분 중 반원 O_2의 내부에 있는 모양의 도형에 색칠을 하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



① $4\pi+4\sqrt{2}-16$ ② $4\pi+16\sqrt{2}-32$ ③ $4\pi+8\sqrt{2}-20$
④ $2\pi+16\sqrt{2}-24$ ⑤ $2\pi+8\sqrt{2}-12$

$\overline{A_1A_2}=k$, $(2+\sqrt{2})k=2$, $k=2-\sqrt{2}$

$\therefore S_1 = 2\pi - 4 - 2k^2 = 2\pi - 4 - 2(6-4\sqrt{2})$

$= 2\pi - 16 + 8\sqrt{2}$

$r = \left\{\frac{k(\sqrt{2}+1)}{2}\right\}^2 = \left\{\frac{\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)}{2}\right\}^2 = \frac{1}{2}$

$\therefore \frac{2\pi-16+8\sqrt{2}}{1-\frac{1}{2}} = 4\pi+16\sqrt{2}-32$

19. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{(-1)^{k-1}{}_{n}\mathrm{C}_{k}}{k}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}\ \cdots\cdots\ (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법을 이용하여 증명한 것이다.

(ⅰ) $n=1$일 때 (좌변)$=1$, (우변)$=1$이므로 $(*)$이 성립한다.

(ⅱ) $n=m$일 때 $(*)$이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^{m}\frac{(-1)^{k-1}{}_{m}\mathrm{C}_{k}}{k}=\sum_{k=1}^{m}\frac{1}{k}$$

이다. $n=m+1$일 때,

$$\sum_{k=1}^{m+1}\frac{(-1)^{k-1}{}_{m+1}\mathrm{C}_{k}}{k}$$

$$=\sum_{k=1}^{m}\frac{(-1)^{k-1}{}_{m+1}\mathrm{C}_{k}}{k}+\boxed{(가)}$$ $\frac{1}{m+1}$

$$=\sum_{k=1}^{m}\frac{(-1)^{k-1}({}_{m}\mathrm{C}_{k}+{}_{m}\mathrm{C}_{k-1})}{k}+\boxed{(가)}$$ $\frac{1}{m+1}$

$$=\sum_{k=1}^{m}\frac{1}{k}+\sum_{k=1}^{m+1}\left\{\frac{(-1)^{k-1}}{k}\times\frac{\boxed{(나)}}{(m-k+1)!(k-1)!}\right\}$$ $m!$

$$=\sum_{k=1}^{m}\frac{1}{k}+\sum_{k=1}^{m+1}\left\{\frac{(-1)^{k-1}}{\boxed{(다)}}\times\frac{(m+1)!}{(m-k+1)!\,k!}\right\}$$ $m+1$

$$=\sum_{k=1}^{m}\frac{1}{k}+\frac{1}{m+1}$$

$$=\sum_{k=1}^{m+1}\frac{1}{k}$$

이다. 따라서 $n=m+1$일 때도 $(*)$이 성립한다.

(ⅰ), (ⅱ)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여 $(*)$이 성립한다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$, $h(m)$이라 할 때, $\frac{g(3)+h(3)}{f(4)}$의 값은? [4점]

① 40 ② 45 ③ 50 ④ 55 ⑤ 60

$f(m)=\frac{1}{m+1}$, $g(m)=m!$, $h(m)=m+1$

$\therefore \frac{3!+4}{\frac{1}{5}}=30+20=50$

20. 자연수 n에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases}\dfrac{nx}{x^n+1} & (x\neq-1)\\ -2 & (x=-1)\end{cases}$$

일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

ㄱ. $n=3$일 때, 함수 $f(x)$는 구간 $(-\infty,\ -1)$에서 증가한다.

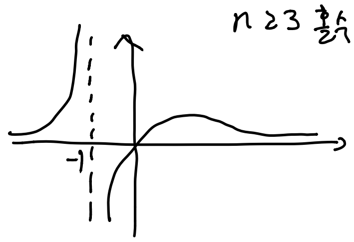
ㄴ. 함수 $f(x)$가 $x=-1$에서 연속이 되도록 하는 n에 대하여 방정식 $f(x)=2$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

ㄷ. 구간 $(-1,\ \infty)$에서 함수 $f(x)$가 극솟값을 갖도록 하는 10 이하의 모든 자연수 n의 값의 합은 24이다.

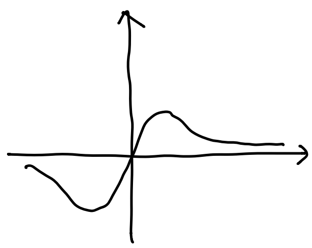
① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

미분없이 그래프 그리기.

$n\geq3$ 홀수



$n\geq2$ 짝수



ㄱ. 참

$f'(x)=\frac{n-(n^2-n)x^n}{(x^n+1)^2}$

ㄴ. n: 짝수

$f(-1)=\frac{-n}{2}=-2$, $n=4$

$f'(x)=\frac{4-12x^4}{(x^4+1)^2}$, $x=3^{-\frac{1}{4}}$

$f(3^{-\frac{1}{4}})=\frac{4\cdot3^{-\frac{1}{4}}}{\frac{4}{3}}=3^{\frac{3}{4}}>2$(참)

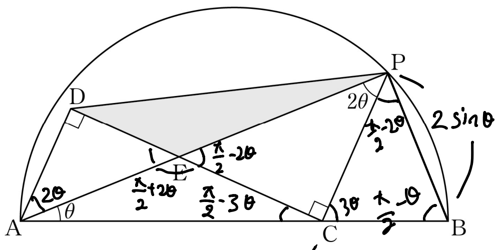
ㄷ. n: 짝수. $x=\frac{-1}{\sqrt[n]{n-1}}$

$n=2$, $x=-1$ (×)

$n\geq4$, $x=\frac{-1}{\sqrt[n]{n-1}}>-1$

$4+6+8+10=28$ (X)

21. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위의 점 P와 선분 AB 위의 점 C에 대하여 $\angle \mathrm{PAC} = \theta$일 때, $\angle \mathrm{APC} = 2\theta$이다. $\angle \mathrm{ADC} = \angle \mathrm{PCD} = \frac{\pi}{2}$인 점 D에 대하여 두 선분 AP와 CD가 만나는 점을 E라 하자. 삼각형 DEP의 넓이를 $S(\theta)$라 할 때, $\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{\theta}$의 값은? (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{6}$) [4점]



① $\frac{5}{9}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{7}{9}$ ④ $\frac{8}{9}$ ⑤ 1

$\triangle PBC$ 사인법칙 $\frac{2\sin\theta}{\sin 3\theta} = \frac{\overline{PC}}{\sin(\frac{\pi}{2}-\theta)} = \frac{\overline{BC}}{\sin(\frac{\pi}{2}-2\theta)}$

$\overline{PC} = \frac{2\cos\theta\sin\theta}{\sin 3\theta}$

$\overline{PE} = \frac{2\cos\theta \cdot \sin\theta}{\sin 3\theta \cdot \cos 2\theta}$

$\overline{EC} = \frac{2\sin 2\theta \cdot \cos\theta \cdot \sin\theta}{\sin 3\theta \cdot \cos 2\theta}$

$\overline{BC} = \frac{2\cos 2\theta \sin\theta}{\sin 3\theta}$

$\overline{AC} = 2 - \frac{2\cos 2\theta \sin\theta}{\sin 3\theta}$

$\overline{CD} = \sin 3\theta\ \overline{AC}$

$\overline{ED} = \overline{CD} - \overline{EC}$

$\overline{PE} \doteqdot \frac{2}{3}$

$\overline{AC} \doteqdot 2 - \frac{2}{3} = \frac{4}{3}$,

$\overline{CD} \doteqdot 4\theta$ $\overline{EC} \doteqdot \frac{4}{3}\theta$ $\overline{ED} \doteqdot \frac{8}{3}\theta$

$S(\theta) = \frac{1}{2}\ \overline{PE} \times \overline{ED} \times \sin(\frac{\pi}{2}+2\theta)$

$\doteqdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{8}{3}\theta \cdot \cos(2\theta)$

$= \frac{8}{9}\theta$, $\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{\theta} = \frac{8}{9}$

단답형

22. 함수 $f(x) = \sin(3x-6)$에 대하여 $f'(2)$의 값을 구하시오. [3점]

$f'(x) = 3\cos(3x-6)$ 3

$f'(2) = 3$

23. 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}\left(n, \frac{1}{3}\right)$을 따르고 $\mathrm{V}(X) = 200$일 때, $\mathrm{E}(X)$의 값을 구하시오. [3점]

300

$n \cdot \frac{2}{9} = 200$

$n \cdot \frac{1}{3} = 300$

24. $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)\tan(\pi-\theta)=\frac{3}{5}$ 일 때, $30(1-\sin\theta)$의 값을 구하시오. [3점]

48

$\cos\theta \cdot \tan{-\theta}$

$= -\sin\theta = \frac{3}{5}$

$30\left(1+\frac{3}{5}\right) = 6 \cdot 8 = 48$

25. 어느 회사가 생산하는 약품 한 병의 무게는 평균이 mg, 표준편차가 1g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사가 생산한 약품 중 n병을 임의추출하여 얻은 표본평균을 이용하여, 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간을 구하면 $a \le m \le b$이다. $100(b-a)=49$일 때, 자연수 n의 값을 구하시오. (단, Z가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $\mathrm{P}(|Z| \le 1.96)=0.95$로 계산한다.) [3점]

64

$b-a = 2 \cdot 1.96 \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{49}{100}$

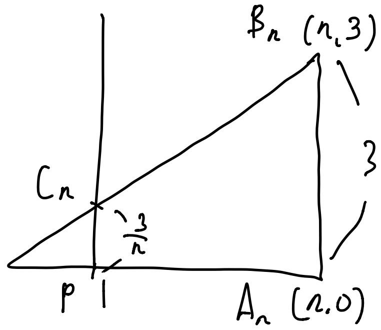
$\sqrt{n} = \frac{100}{49} \cdot 2 \cdot 1.96$

$= 100 \cdot 2 \cdot 0.04$

$= 8, \quad n = 64$

26. 자연수 n에 대하여 좌표평면 위에 두 점 $\mathrm{A}_n(n, 0)$, $\mathrm{B}_n(n, 3)$이 있다. 점 $\mathrm{P}(1, 0)$을 지나고 x축에 수직인 직선이 직선 OB_n과 만나는 점을 C_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{\overline{\mathrm{PC}_n}}{\overline{\mathrm{OB}_n}-\overline{\mathrm{OA}_n}}=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

5

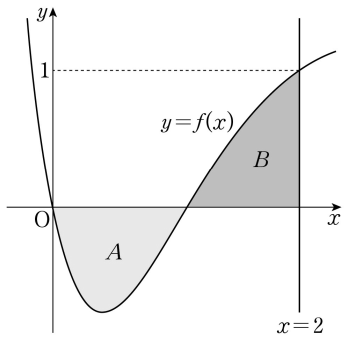


$\frac{\frac{3}{n}}{\sqrt{n^2+9} - n} = \frac{\frac{3}{n}\left(\sqrt{n^2+9}+n\right)}{9}$

$= \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

27. 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수 $f(x)$에 대하여 $f(0)=0$, $f(2)=1$이다. 그림과 같이 $0 \le x \le 2$에서 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 직선 $x=2$로 둘러싸인 두 부분의 넓이를 각각 A, B라 하자. $A=B$일 때, $\int_0^2 (2x+3)f'(x)\,dx$의 값을 구하시오. [4점]

7



$(2x+3)f(x)\Big|_0^2 - \int_0^2 f(x)\,dx$

$\to 0$

$7f(2) - 3f(0) = 7$

28. 세 명의 학생 A, B, C에게 같은 종류의 빵 3개와 같은 종류의 우유 4개를 남김없이 나누어 주려고 한다. 빵만 받는 학생은 없고, 학생 A는 빵을 1개 이상 받도록 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 우유를 받지 못하는 학생이 있을 수 있다.) [4점]

37

빵개수 1 1 1 … 1

우유개수 2 1 1 … 3

빵개수 2 1 0 … 4

우유개수
3 1 0 … 2
2 2 0 … 1
2 1 1 … 3

빵개수 3 0 0 … 1

우유개수
4 0 0 … 1
3 1 0 … 4
2 2 0 … 2
2 1 1 … 3

$1 \cdot 3 + 4 \cdot (2+1+3) + 1 \cdot (1+4+2+3)$

$= 3 + 24 + 10 = 37$

29. 다음 조건을 만족시키는 자연수 a, b, c의 모든 순서쌍 (a, b, c)의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $a < b < c \le 20$
(나) 세 변의 길이가 a, b, c인 삼각형이 존재한다.

525

$2 \le a < b < c < a+b$ (삼각형 결정조건)

c: 짝수	c: 홀수
$c = 2k \ (2 \le k \le 10)$	$c = 2k+1 \ (2 \le k \le 9)$
$b = 2k-1$, $2 \le a \le 2k-2$	$b = 2k$, $2 \le a \le 2k-1$
$b = 2k-2$, $3 \le a \le 2k-3$	$b = 2k-1$, $3 \le a \le 2k-2$
$\vdots$	$\vdots$
$b = k+2$, $k-1 \le a \le k+1$	$b = k+3$, $k-1 \le a \le k+2$
$b = k+1$, $a = k$	$b = k+2$, $k \le a \le k+1$
$\therefore 1+3+5+7+\cdots+2k-3 = \dfrac{(k-1)(1+2k-3)}{2} = (k-1)^2$	$\therefore 2+4+6+\cdots+2k-2 = \dfrac{(k-1)(2+2k-2)}{2} = k(k-1)$

$$\therefore \sum_{k=2}^{10}(k-1)^2 + \sum_{k=2}^{9}k(k-1)$$

$$= \sum_{k=1}^{9}k^2 + \sum_{k=1}^{8}k(k+1) = \frac{9\cdot 10\cdot 19}{6} + \frac{8\cdot 9\cdot 10}{3} = 285 + 240 = 525$$

30. 최고차항의 계수가 $k\,(k>0)$인 이차함수 $f(x)$에 대하여 $f(0)=f(-2)$, $f(0)\neq 0$이다. 함수 $g(x)=(ax+b)e^{f(x)}\ (a<0)$이 다음 조건을 만족시킨다.

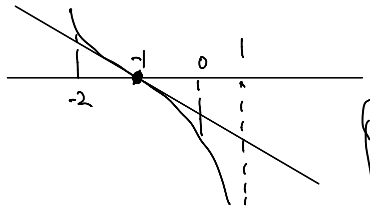
(가) 모든 실수 x에 대하여 $(x+1)\{g(x)-mx-m\}\le 0$을 만족시키는 실수 m의 최솟값은 -2이다.
(나) $\displaystyle\int_0^1 g(x)dx = \int_{-2f(0)}^{1} g(x)dx = \frac{e-e^4}{k}$

$f(ab)$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.) [4점]

$f(x) = k(x+1)^2 + p$

25

$x \ge -1$: $g(x) \le m(x+1)$
$x \le -1$: $g(x) \ge m(x+1)$
$\Rightarrow$ 변곡접선
$g'(-1) = -2$



$f(x)$: $x=-1$ 대칭.

$\therefore ax+b = a(x+1)$

$\therefore g(x) = a(x+1)e^{f(x)}$: $(-1, 0)$ 대칭.

$g'(x) = ae^{k(x+1)^2+p} + 2ak(x+1)^2e^{k(x+1)^2+p}$

$g'(-1) = ae^p = -2$

$$\int_0^1 g(x)dx = \boxed{\int_{-2}^{0} g(x)dx} + \int_0^1 g(x)dx$$

$\boxed{\int_{-2}^{0} g(x)dx} = 0$

$$= \int_0^1 a(x+1)e^{k(x+1)^2+p}dx$$

$$= \frac{a}{2k}e^{k(x+1)^2+p}\Big]_0^1 = \frac{a}{2k}\left(e^{4k+p} - e^{k+p}\right) = \frac{e^k - e^{4k}}{k}$$

$k=1$, $a=-2$, $p=0$ $\quad \therefore f(ab) = f(4) = 25$

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.