2021학년도 설바이벌 4회 문제지

수학 영역
(가 형)

성명	

수험번호					-				

○ 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하시오.

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정확히 기재하시오.

전력으로 너를 지지한다.

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 정답에 ‘0’이 포함되면 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점, 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

우 주 설 모 의 평 가

제 2 교시

수학 영역(가 형)

5지선다형

1. $\left(2^{\log_3 5}\right)^{\log_5 3}$의 값은? [2점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

2. $\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+3n+4}-\sqrt{n^2-n+1}\right)$의 값은? [2점]

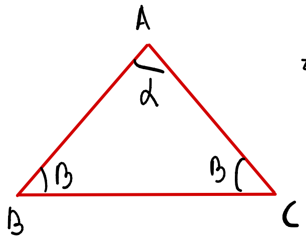
$\fallingdotseq \left(n+\frac{3}{2}\right)-\left(n-\frac{1}{2}\right)=2$

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

3. $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle \mathrm{A}=\alpha$, $\angle \mathrm{B}=\beta$라 하자. $\tan(\alpha+\beta)=-\frac{\sqrt{5}}{2}$일 때, $\tan\alpha$의 값은? [3점]

$=\tan(\pi-\beta)=-\tan\beta$

① $5\sqrt{5}$ ② $4\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{5}$ ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{5}$



$\tan\beta=\frac{\sqrt{5}}{2}$

$\tan\alpha=\tan(\pi-2\beta)$

$=-\tan(\beta+\beta)$

$=(-1)\times\frac{\sqrt{5}}{1-\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2}$

$=4\sqrt{5}$

4. 두 사건 A, B에 대하여

$\mathrm{P}(A^C)=\frac{1}{3}$, $\mathrm{P}(B^C|A)=\frac{1}{2}$ $=\frac{\mathrm{P}(A\cap B^c)}{1-\frac{1}{3}}=\frac{1}{2}$,

일 때, $\mathrm{P}(A\cap B)$의 값은? (단, A^C는 A의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

5. 첫째항이 1이고 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_5 = a_3 + 12$$

일 때, a_4의 값은? [3점]

$r^4 = r^2 + 12$

$r^2 = 4$, $r > 0$

$r = 2$,

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

6. $2^{\frac{3}{2}} > 8^{\sin\frac{n}{6}\pi}$를 만족시키는 자연수 n의 최솟값은? [3점]

$= 2^{3\sin\frac{n}{6}\pi}$ $\Rightarrow \frac{3}{2} > 3\sin\frac{n}{6}\pi$

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

7. 1부터 6까지의 자연수가 적힌 주사위를 3회 던질 때, 나온 눈의 수 중 가장 작은 숫자가 4일 확률은? [3점]

→ 4,5,6 만 가능 ∩ 4가 적어도 1번 나옴

① $\frac{19}{216}$ ② $\frac{7}{72}$ ③ $\frac{23}{216}$ ④ $\frac{25}{216}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

$$\frac{3^3 - 2^3}{6^3}$$

8. 다음은 이산확률변수 X 에 대한 확률분포표이다.

X	2	4	a 8	계
$\mathrm{P}(X=x)$	b $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

$\mathrm{E}(X)=4$ 일 때, $\mathrm{V}(X)$ 의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$E(X^2)-4^2$

$=(2+4+16)-4^2$

$=6$

$\int_a^b + \int_b^c = \int_a^c$

9. 연속함수 $f(x)$에 대하여

$f(x)+f(x+1)-f(2x)=xe^x+4x$ ⇒ 양변에 $\int_0^1$

일 때, $\int_0^2 f(x)dx$의 값은? [3점]

$: \int_0^1 f(x)dx + \int_1^2 f(x)dx - \frac{1}{2}\int_0^2 f(x)dx = 3$

① $\frac{3}{2}$ ② 3 ③ 6 ④ 12 ⑤ 24

10. 곡선 $x\ln y = 2y-4e$ 위의 점 (k, e)에서의 접선의 방정식을 $y=ax+b$라 할 때, $a+b+k$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{4}-\frac{5}{2}e$ ② $\frac{1}{4}-2e$ ③ $\frac{1}{4}-\frac{3}{2}e$

④ $\frac{1}{4}-e$ ⑤ $\frac{1}{4}-\frac{1}{2}e$

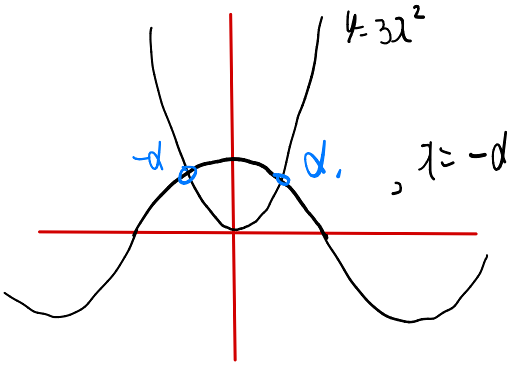
$k=-2e$

11. 연속함수 $f(x)$에 대하여

$$f'(x) = 3x^2 - \pi\cos\pi x$$

이고 $f(x)$의 모든 극값의 합이 2일 때, $f(3)$의 값은? [3점]

① 24 ② 26 ③ 28 ④ 30 ⑤ 32



, x=-α, α에서 극값.

$f(x) = x^3 - \sin(\pi x) + C$

$f(-\alpha) + f(\alpha) = 2C = 2$

$C = 1$

$f(3) = 27 + C$

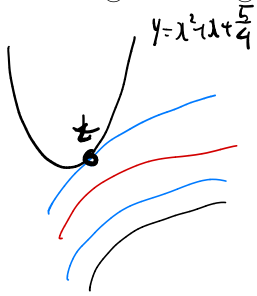
$= 28$

12. 모든 양의실수 x에 대하여 부등식

$$x^2 + x + \frac{5}{4} \geq \ln kx$$

이 성립하도록 하는 상수 k의 최댓값은? [3점]

① e ② $2e$ ③ e^2 ④ $2e^2$ ⑤ $3e^2$



y=ln kx 관찰.

곡선끼리 접한다.

$t^2 + t + \frac{5}{4} = \ln kt$,

$2t + 1 = \frac{1}{t}$, (단, $t > 0$)

$t = \frac{1}{2}$ 이므로, $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + \frac{5}{4} = \ln \frac{k}{2}$

$k = 2e^2$

13. 다음 등식을 만족시키는 세 양의 실수 a, b, c가 있다.

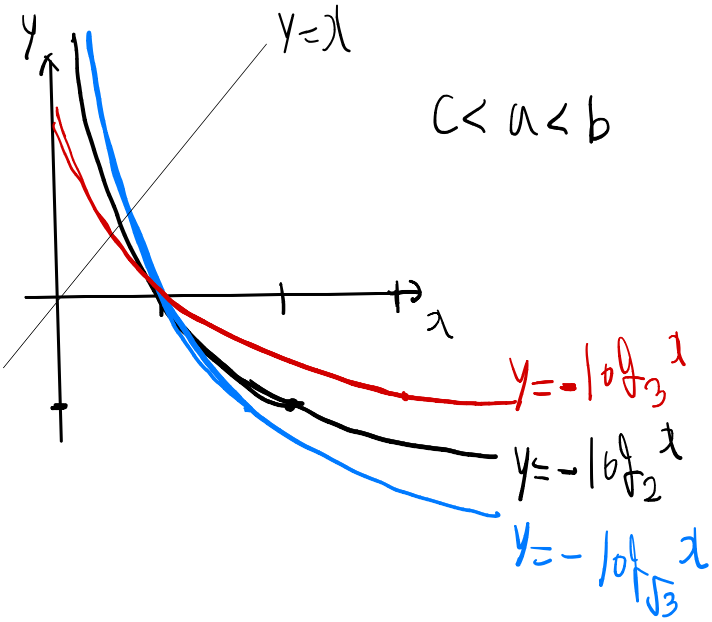
$$a=-\log_2 a, \qquad b=-2\log_3 b, \qquad c=3^{-c}$$

이때, 세 실수 a, b, c의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은? [3점]

① $a<b<c$ ② $b<a<c$ ③ $b<c<a$
④ $c<b<a$ ⑤ $c<a<b$

a: $y=-\log_2 x$ 와 $y=x$의 교점의 x좌표
b: $y=-\log_{\sqrt{3}} x$ 와 "
c: $y=-\log_3 x$ 와 " (∵역함수)

$c<a<b$



14. 임의의 양의 실수 t에 대하여 함수

$$f(x)=2\ln x+x^2+k$$

위의 임의의 점 $(t, f(t))$에서의 접선이 제 2사분면을 지나지 않기 위한 k의 최댓값은? [4점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

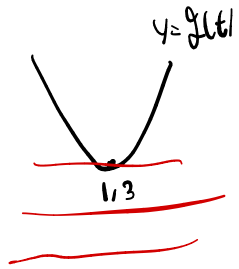
기울기≥0 ∩ y절편≤0

$y=\left(\frac{2}{t}+2t\right)(x-t)+2\ln t+t^2+k$

$-2-2t^2+2\ln t+t^2+k\le 0$

$k\le t^2-2\ln t+2 \Rightarrow g(t)$

$g'(t)=2t-\frac{2}{t}$



15. 수열 $\{S_n\}$은 $S_1=\frac{2}{3}$이고 모든 자연수 n에 대하여

$$S_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{4k^2+3k+n}{4k^3+(4n+2)k^2+2kn}\ (n\geq 1)$$을 만족시킨다.

다음은 S_n 을 구하는 과정이다.

> $S_n=\sum_{k=1}^{n}a_{n,k}$이라고 하면
>
> $a_{n,k}=\frac{4k^2+3k+n}{4k^3+(4n+2)k^2+2kn}=\frac{2k(2k+1)+(k+n)}{2k(2k+1)(k+n)}$
>
> $=\frac{1}{k+n}+\frac{1}{2k}-\frac{1}{2k+1}$이 성립한다.
>
> $\sum_{k=1}^{n}\frac{4k^2+3k+n}{4k^3+(4n+2)k^2+2kn}=\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{k+n}+\frac{1}{2k}-\frac{1}{2k+1}\right)$
>
> $=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k+n}+\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{2k}-\frac{1}{2k+1}\right)$
>
> $=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k+n}-\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2k}\right)+\boxed{(가)}$
>
> 이 때, $\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{2k-1}-\frac{1}{2k}\right)=\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{2k-1}+\frac{1}{2k}-\boxed{(나)}\right)$
>
> $=\sum_{k=1}^{n}\left(a_{n,k}-\boxed{(다)}\right)$
>
> 가 성립하므로 $\sum_{k=1}^{n}\frac{4k^2+3k+n}{4k^3+(4n+2)k^2+2kn}=\boxed{(가)}$

위의 (가),(나),(다)에 알맞은 식을 각각 $f(n),g(k),h(k)$이라 할 때, $\frac{h(10)}{f(10)\times g(20)}$ 의 값을 구하시오. [4점]

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{20}$ ③ $\frac{1}{21}$ ④ $\frac{1}{40}$ ⑤ $\frac{1}{41}$

(가): $\frac{2n}{2n+1}$

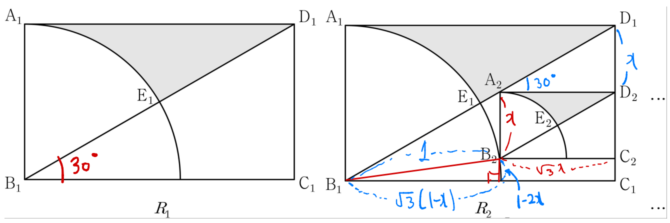
(나): $\frac{1}{k}$

(다): $\frac{1}{2k}-\frac{1}{2k+1}$

16. 그림과 같이 $\overline{A_1B_1}=1$, $\overline{A_1D_1}=\sqrt{3}$인 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$에서 점 B_1을 중심으로 하고 점 A_1을 지나는 사분원이 선분 B_1D_1과 만나는 점을 E_1이라 하자. 호 A_1E_1과 두 선분 A_1D_1, D_1E_1으로 둘러싸인 부분을 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에서 선분 D_1E_1위의 점 A_2, 점 B_1을 중심으로 하고 점 A_1을 지나는 사분원 위의 점 B_2, 선분 C_1D_1 위의 두 점 C_2, D_2를 꼭짓점으로 하고, $\overline{A_2B_2}:\overline{B_2C_2}=1:\sqrt{3}$인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그린다. 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$에서 점 B_2을 중심으로 하고 점 A_2를 지나는 사분원이 선분 B_2D_2와 만나는 점을 E_2라 하자. 호 A_2E_2와 두 선분 A_2D_2, D_2E_2로 둘러싸인 부분을 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}S_n$의 값은? [4점]



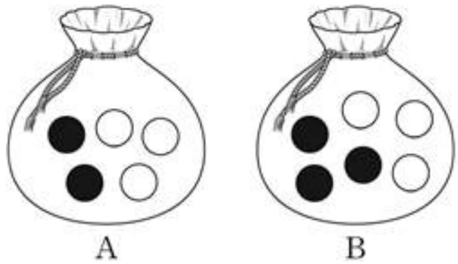
① $\frac{49}{240}(3\sqrt{3}-\pi)$ ② $\frac{5}{24}(3\sqrt{3}-\pi)$ ③ $\frac{51}{240}(3\sqrt{3}-\pi)$

④ $\frac{13}{60}(3\sqrt{3}-\pi)$ ⑤ $\frac{53}{240}(3\sqrt{3}-\pi)$

$l^2=(1-2l)^2+3(1-l)^2$

17. 주머니 A에는 검은 공 2개와 흰 공 3개가 들어 있고, 주머니 B에는 검은 공 3개와 흰 공 3개가 들어 있다. 동전을 하나 던져서 앞면이 나오면 주머니 A에서 2개의 공을 꺼내고, 뒷면이 나오면 주머니 B에서 2개의 공을 꺼내는 시행을 한다. 매회 시행마다 꺼낸 공들 중 검은 공이 있으면 1점을 얻고, 그렇지 않으면 2점을 잃는다. 0점에서 시작하여 192회의 시행 후 획득한 점수가 48점 이상 66점 이하일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938



① 0.1525 ② 0.3413 ③ 0.4772
④ 0.6826 ⑤ 0.8185

(생략), 검은공 뽑을 확률 : $\frac{3}{4}$

$B(192, \frac{3}{4})$

192번 중 검은공을 뽑는 횟수를 X라 하면,

X는 정규분포 $N(144, 6^2)$을 따른다.

점수 $= (X) - 2(192 - X)$

$= 3X - 384$

$P(48 \le 3X - 384 \le 66)$

$\Downarrow$

$P(144 \le X \le 150)$

$\Downarrow$

$P(0 \le Z \le 1) = 0.3413$

18. $x > 0$에서 정의된 함수

$f(x) = |\sin(\pi\sqrt{x})|$

에 대하여 $f(x)$가 $x = \alpha$에서 미분 불가능한, 모든 α를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$ (n은 자연수)라 할 때, 수열 $\{a_n\}$을 다음과 같이 정의하자.

$$a_n = \lim_{h \to 0-} \frac{f(\alpha_{n+2} + h^n) - f(\alpha_n - h^n)}{h^n}$$

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$의 값은? [4점]

① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{5\pi}{12}$ ⑤ $\frac{\pi}{2}$

$$\alpha_n = \begin{cases} f'(\alpha_{n+2}^-) + f'(\alpha_n^+) & (n\text{이 홀수}) \\ f'(\alpha_{n+2}^+) + f'(\alpha_n^-) & (n\text{이 짝수}) \end{cases}$$

$\alpha_1 = -\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}$

$\alpha_2 = +\frac{\pi}{8} - \frac{\pi}{4}$

$\alpha_3 = -\frac{\pi}{10} + \frac{\pi}{6}$

$\frac{\pi}{12} - \frac{\pi}{8}$

$\frac{\pi}{4}$

19. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4\}$에 대하여 X에서 X로의 모든 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택한다. 선택한 함수 f의 치역의 원소의 개수가 2일 때, 선택한 함수 f에 대하여 함수 $f \circ f$의 치역의 원소의 개수가 1일 확률은? [4점]

A

B

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{8}{21}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{10}{21}$ ⑤ $\frac{11}{21}$

$$\frac{P(A\cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{{}_4C_2 \times {}_2C_1 \times (2^2-1)}{4^4}}{\frac{{}_4C_2 \times (2^4-2)}{4^4}}$$

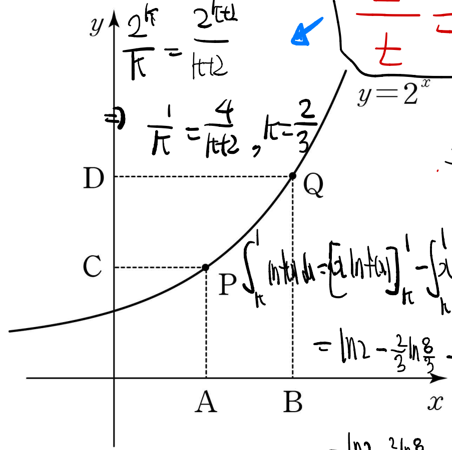
$$= \frac{36}{84}$$

$$= \frac{3}{7}$$

20. 그림과 같이 곡선 $y=2^x$의 서로 다른 두 점 P, Q에서 각각 x축에 내린 수선의 발 A, B와 y축에 내린 수선의 발 C, D에 대하여 P의 x좌표가 t일 때 사각형 ABQP와 사각형 CDQP의 넓이가 같아지도록 하는 점 Q의 x좌표를 $f(t)$라 하자.

$f(k)=k+2$를 만족시키는 양의 상수 k와 함수 $f(x)$에 대하여 다음 중 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $0<t<\log_2 e<f(t)$) [4점]

$$\frac{2^t}{t} = \frac{2^{f(t)}}{f(t)}$$



$\frac{2^k}{k} = \frac{2^{k+2}}{k+2}$

$\Rightarrow \frac{1}{k} = \frac{4}{k+2}$, $k=\frac{2}{3}$

$\frac{f'(t)}{f(t)} = \ln 2 f'(t) + \frac{1}{t} - \ln 2$

$\int_k^1 \ln f(x)dx = [x\ln f(x)]_k^1 - \int_k^1 x\frac{f'(x)}{f(x)}dx$

$= \ln 2 - \frac{2}{3}\ln\frac{8}{3} - \int_k^1 \ln 2\, x f'(x) + 1 - x\ln 2\, dx$

$= \ln 2 - \frac{2}{3}\ln\frac{8}{3} - \int_k^1 (1 - x\ln 2)dx - \ln 2\int_k^1 x f'(x)dx$

<보 기>

ㄱ. $0<x_1<x_2<\log_2 e$를 만족시키는 임의의 x_1, x_2에 대하여 $f(x_1)>f(x_2)$이다.

ㄴ. $f'(k)=\dfrac{8\ln 2-12}{8\ln 2-3}$이다.

ㄷ. $f(1)=2$이고, $\int_k^1 f(x)dx = s$라 할 때, $\int_k^1 \ln f(x)dx = \left(s-\frac{17}{18}\right)\ln 2+\frac{2}{3}\ln 3-\frac{1}{3}$ 이다.

$-\left[x - \frac{\ln 2}{2}x^2\right]_k^1$

$-\ln 2\left([x f(x)]_k^1 - \int_k^1 f(x)dx\right)$

$= s$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$을

$$\boxed{b_n = \frac{31}{30}\left(a_n + (-1)^n a_n\right)}$$

이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여 $a_n \neq 0$일 때, $\sum_{n=1}^{m} a_n = \sum_{n=1}^{m} b_n$을 만족시키는 자연수 m의 값은? [4점]

① 27 ② 28 ③ 29 ④ 30 ⑤ 31

$b_1 = b_3 = \cdots = 0$

$a_2 + a_4 \cdots$

$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_m = b_2 + b_4 + b_6 + \cdots$

$= \frac{31}{15}(a_2 + a_4 + \cdots)$

$m = 2l + 1$

$(l+1)$개 l개

$(a_1 + a_3 + \cdots + a_{2l+1}) = \frac{16}{15}(a_2 + a_4 + \cdots + a_{2l})$

$(a_1 + a_{2l+1}) \times \frac{l+1}{2} = \frac{16}{15}(a_2 + a_{2l}) \times \frac{l}{2}$

$15(l+1) = 16l$

$l = 15$

$m = 2l$이면, $a_{l+16} = 0$에서 모순,

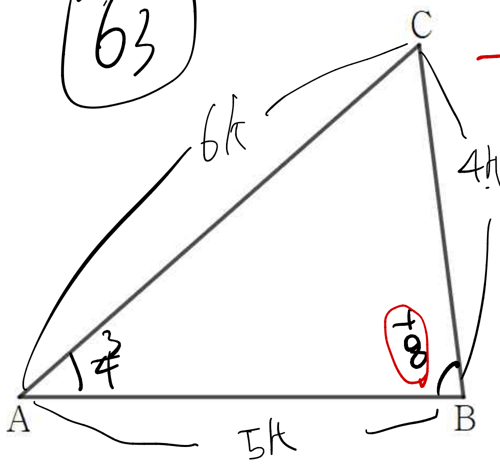
단답형

22. 6개의 문자 a, a, a, b, b, c를 일렬로 나열하는 경우의 수를 구하시오. [3점]

$\frac{6!}{3!2!1!}$ 60

23. $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CA} = 5:4:6$를 만족시키는 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 4이다. $(\overline{AC})^2$의 값을 구하시오. [3점]

63



$6k = 3\sqrt{7}$

$k = \frac{\sqrt{7}}{2}$

$3\sqrt{7}$

24. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t \geq 0)$에서의 위치 $(x,\ y)$가

$$x = 1 - \cos 4t, \quad y = \frac{1}{4}\sin 4t$$

이다. 점 P의 속력이 최대일 때, 점 P의 가속도의 크기를 구하시오. [3점]

$$\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$$

$$= \sqrt{(4\sin 4t)^2 + (\cos 4t)^2} \qquad \sin 4t = \pm 1$$

$$\sqrt{1 + 15\sin^2 4t}$$

$$\sqrt{(16\cos 4t)^2 + (-4\sin 4t)^2}$$

$$\sqrt{16 + \cancel{240\cos^2 4t}} = \boxed{4}$$

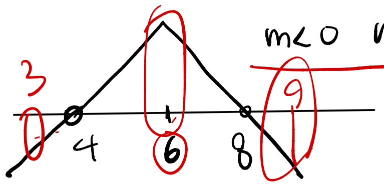
25. 자연수 n이 $2 \leq n \leq 10$일 때,

$(2 - |n-6|) = m$

의 n제곱근 중에서 음의 실수가 존재하도록 하는 모든 n의 값의 합을 구하시오. [3점]

$m>0$, n은 짝수, $\boxed{18}$

$m<0$ n은 홀수



26. 수열 $\{a_n\}$이

$$7^{n-1}a_1 + 7^{n-2}a_2 \cdots + 7a_{n-1} + a_n = \left(\frac{2}{3}\right)^n - 2$$

을 만족시킬 때, $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$의 값을 구하시오. [4점]

$$\sum_{k=1}^{n} 7^{n-k} a_k = \left(\frac{2}{3}\right)^n - 2$$

$$\sum_{k=1}^{n} 7^{-k} a_k = \left(\frac{2}{21}\right)^n - 2 \times \left(\frac{1}{7}\right)^n$$

$$- \ \sum_{k=1}^{n-1} 7^{-k} a_k = \left(\frac{2}{21}\right)^{n-1} - 2 \times \left(\frac{1}{7}\right)^{n-1}$$

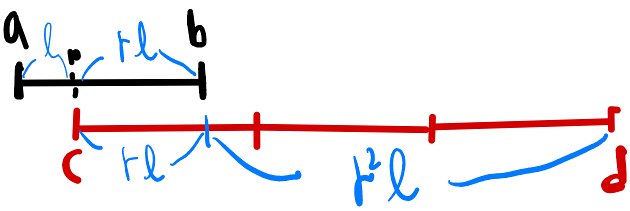
$$\cancel{7^{n}}\, a_n = \left(\frac{2}{21}\right)^n - \left(\frac{2}{21}\right)^{n-1} - 2\left(\left(\frac{1}{7}\right)^n - \left(\frac{1}{7}\right)^{n-1}\right)$$

$$= \left(\frac{2}{3}\right)^n - 7 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} - 2(1 - 7)$$

$$= 0 - 7 \times 0 + (-2) \times (-6)$$

$$= 12$$

27. 어느 지역 주민들의 하루 여가 활동 시간은 평균이 m분, 표준편차가 σ분인 정규분포를 따른다고 한다. 이 지역 주민 중 144명을 임의추출하여 구한 하루 여가 활동 시간의 표본평균을 이용하여 구한 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \le m \le b$이다. 이 지역 주민 중 16명을 다시 임의추출하여 구한 하루 여가 활동 시간의 표본평균을 이용하여 구한 모평균 m에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $c \le m \le d$이다.
세 양수 $c-a,\ b-c,\ d-b$가 등비수열을 이룰 때, $12\left(\dfrac{d-a}{b-c}\right)$의 값을 구하시오. [4점]



$(b-a):(d-c) = 1:3$ $(n=144 : n=16)$

$l+rl : rl+r^2l = 1:3$

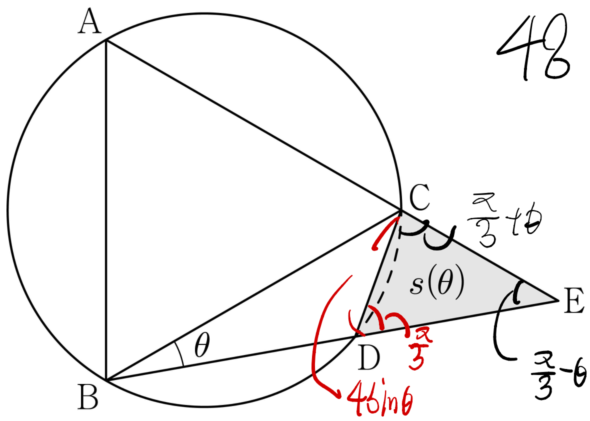
$= rl(1+r) = 3l(1+r)$

$\Rightarrow r=3$

$12\times\left(\dfrac{13l}{3l}\right)=52$

28. 그림과 같이 반지름의 길이가 2인 원에 정삼각형 ABC가 내접하고 있다. 점 B를 지나는 직선이 원과 만나는 점을 D라 하고, 직선 BD와 직선 AC가 만나는 점을 E라 하자. $\angle \mathrm{CBD}=\theta$라 할 때, 삼각형 CDE의 넓이를 $S(\theta)$라 하자. $\displaystyle\lim_{\theta\to0+}\frac{S(\theta)}{\theta^2}$의 값을 k라 할 때, k^2의 값을 구하시오. [4점]

48



29. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5의 모든 순서쌍 $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)$의 개수를 구하시오. [4점]

(가) $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=9$
(나) 집합
$X=\{x_n \mid x_n\ (n=1,2,3,4,5)\}$
의 원소의 개수는 4이다.

${}_5C_2 \times 3! \times 1 = 420$

$x_3<x_4<x_5$

$x_1=x_2$

i) $x_1=x_2=0$
1, 2, 6
1, 3, 5
2, 3, 4

ii) $x_1=x_2=1$,
0, 2, 5
0, 3, 4

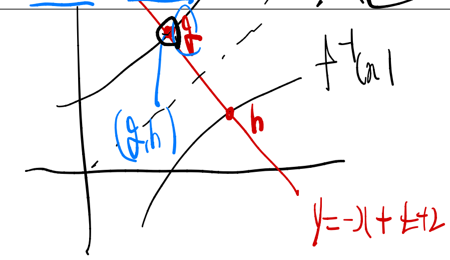
iii) $x_1=x_2=2$
0, 1, 4

iv) $x_1=x_2=3$
0, 1, 2

30. 실수 전체집합에서 증가하고 미분가능한 함수 $f(x)$와 $f(x)$의 역함수 $f^{-1}(x)$가 직선 $y=-x+t+2$와 만나서 생기는 교점의 x좌표를 각각 $g(t), h(t)$라 하자. 함수 $f(x), g(x)$가 아래의 조건을 만족시킬 때, $\int_1^4 h(x)\,dx$의 값을 구하시오. [4점]

(가) $\int_1^2 f(x)\,dx=3$
(나) $g(1)=1,\ g(4)=2$

9



$x=f(t)$

$g(t)+h(t)=t+2$

$f(g(t))=h(t)=-g(t)+t+2$

$\int_1^4 g(t)dt+\int_1^4 h(t)dt=\left[\frac{t^2}{2}+2t\right]_1^4$, $\int_1^4 g(t)dt=3.5$

$4.5 \qquad 9 \qquad =16-2.5$

$=13.5$

$=-\int_1^4 g(t)f'(t)dt+\int_1^4 (t+2)f'(t)\,dt=3$

$=-\left[\frac{1}{2}g(t)^2\right]_1^4+\left[(t+2)g(t)\right]_1^4-\int_1^4 g(t)dt$

$=4$

$-\left(2-\frac{1}{2}\right)+12-3-\int_1^4 g(t)dt=3$

~~1.5+9~~ $7.5-$ 4.5

2021학년도 우주설 모의평가

설바이벌 4회

발행일 : 2020년 10월 10일
지은이 : 우주설(정재민)

이번 회 공모문항 리스트: 15번, 16번, 28번, 30번

30. 함수 $f(x)=a-\frac{2}{2^x+1}$ ($a>1$인 상수)에 대하여 방정식

$$\left\{\int_{-1}^{x} f(t)dt\right\}^2 = 4\times\int_{1}^{x} f(t)dt$$

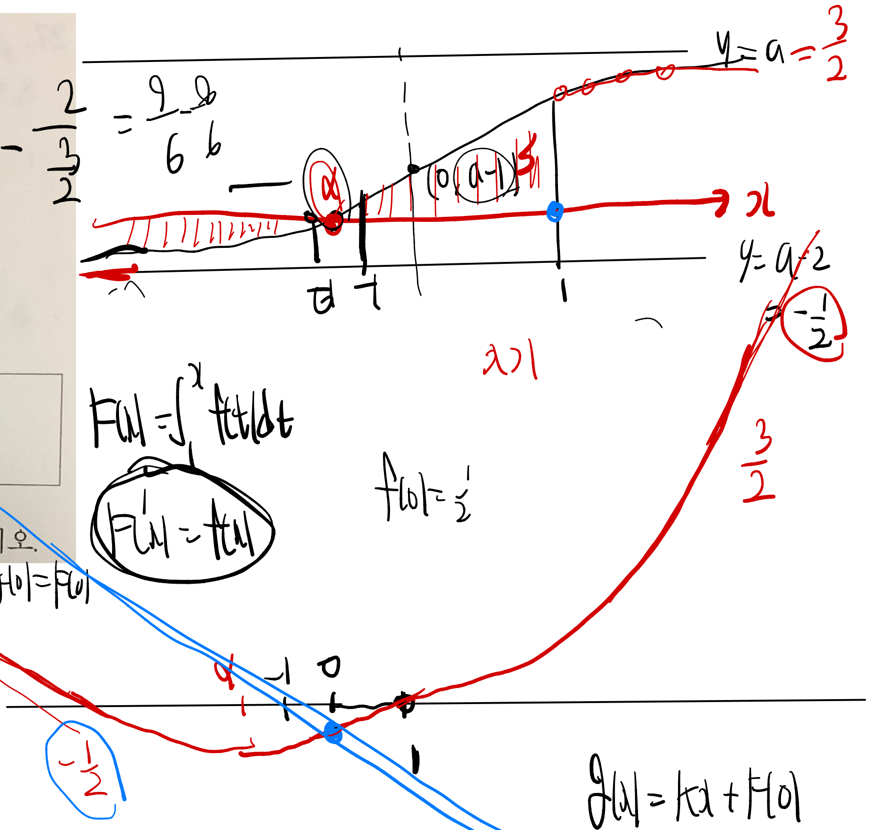
의 서로 다른 실근의 개수가 2이고 함수 $f(x)$와 일차함수 $g(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수 x에 대하여 $x\left\{g(x)-\int_{1}^{x} f(t)dt\right\}\le 0$이다.

$g(-1)$의 최솟값을 m이라 할 때, $36(a+2^m)$의 값을 구하시오.

$\int_{-1}^{1} f(t)dt + \int_{1}^{x} f(t)dt$

$f(1) = \frac{3}{2} - \frac{2}{\frac{3}{2}} = \frac{9-8}{6}$



$F(x)=\int_1^x f(t)dt$

$F'(x)=f(x)$

$f(0)=\frac{1}{2}$

$x=0$

$x\,(g(x)-F(x))\le 0$

$g(0)=F(0)$

$g(x)=kx+F(0)$

$-\frac{1}{2}k$

$-k+F(0)$

$36\left(\frac{3}{2}+2^{3-\log_2 9}\right)$

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

$-\frac{1}{2}+F(0)=m$

$=3-\log_2 9$

$54+36(8\div 9)$

$F(0)=\frac{5}{2}-\log_2 9$

32

$\boxed{86}$