

[권구승/한성은 모의고사]

| 대학수학능력시험 수학(나형) 연습 (3/4) |

| 권구승 (서울대)

이강학원(대치, 분당), 이투스앤써.

지금 이 여러분 인생에서 가성비 가장 높은 시간.
대학 가서 노세요.

| 한성은 (POSTECH 수학과)

이투스앤써, 일산 종로, 일산 클라비스, 5A ACADEMY

이별의 시간이 다가옵니다.
새로운 시작이 되지 않도록.

hansungeun.com

- 저자소개, 학습자료, 교재판매

| CCL

- 허락 없이 문제를 쓰실 수 있지만, 출처를 반드시 표시해 주세요.
- 자신이 저작자라는 주장을 하지 말아 주세요.

수학 영역(나형)

1

5지선다형

1. $\sqrt[3]{3} \times 3^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = x^3 - 2x - 2$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

3. $\sin^2\left(\frac{\pi}{6}\right) + \tan^2\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② $\frac{11}{4}$ ③ 3
④ $\frac{13}{4}$ ⑤ $\frac{7}{2}$

4. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

2

수학 영역(나형)

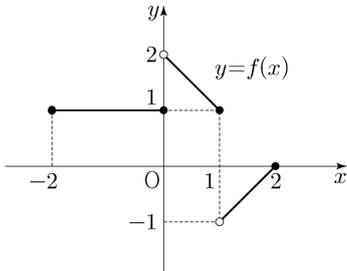
5. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A) = \frac{4}{5}, \quad P(B) = \frac{2}{5}, \quad P(A \cup B) = \frac{9}{10}$$

일 때, $P(B|A)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{1}{2}$
 ④ $\frac{5}{8}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

6. 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1
 ④ 2 ⑤ 3

7. 공차가 -3 인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 a_7 = 64, \quad a_8 < 0$$

일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① -10 ② -8 ③ -6
 ④ -4 ⑤ -2

8. 네 개의 수 1, 3, 5, 7 중에서 임의로 선택한 한 개의 수를 a , 네 개의 수 2, 4, 6, 8 중에서 임의로 선택한 한 개의 수를 b 라 하자. $1 < \frac{b}{a} < 3$ 일 확률은? [3점]

- ① $\frac{11}{16}$ ② $\frac{5}{8}$ ③ $\frac{9}{16}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{7}{16}$

9. $\overline{AB}=8$ 이고 $\angle A=45^\circ$, $\angle B=75^\circ$ 인 삼각형 ABC에서 선분 BC의 길이는? [3점]

- ① $2\sqrt{6}$ ② $\frac{7\sqrt{6}}{3}$ ③ $\frac{8\sqrt{6}}{3}$
 ④ $3\sqrt{6}$ ⑤ $\frac{10\sqrt{6}}{3}$

10. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + ax + b & (x \leq 2) \\ -x^2 + 6x & (x > 2) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $a+b$ 의 값은?
 (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4
 ④ 5 ⑤ 6

4

수학 영역(나형)

11. 자연수 n 에 대하여 x 에 대한 이차방정식

$$x^2 - nx - n = 0$$

의 두 근을 α_n, β_n 이라 할 때, $\sum_{k=1}^6 (\alpha_k^2 + \beta_k^2)$ 의 값은?

[3점]

- ① 117 ② 122 ③ 127
 ④ 133 ⑤ 138

12. 어느 회사에서 일하는 플랫폼 근로자의 일주일 근무 시간은 평균이 m 시간, 표준편차가 5시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 일하는 플랫폼 근로자 중에서 임의추출한 16명의 일주일 근무 시간의 표본평균이 38시간 이상일 확률을 아래의 표준정규분포표를 이용하여 구한 값이 0.8413일 때, m 의 값은? [3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 39.25 ② 39.75 ③ 40.25
 ④ 40.75 ⑤ 41.25

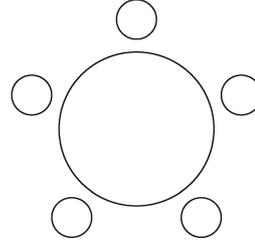
13. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 30 - 2t$$

이다. 점 P가 시간 $t=0$ 일 때부터 움직이는 방향이 바뀔 때까지 움직인 거리는? [3점]

- ① 210 ② 215 ③ 220
 ④ 225 ⑤ 230

14. 다섯 명이 둘러앉을 수 있는 원 모양의 탁자와 A, B를 포함한 8명의 학생이 있다. 이 8명의 학생 중에서 A, B를 포함하여 5명을 선택하고 이 5명의 학생 모두를 일정한 간격으로 탁자에 둘러앉게 할 때, A와 B가 이웃하지 않는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]



- ① 240 ② 220 ③ 200
 ④ 180 ⑤ 160

15. 직선 $y = -x + b (b > 0)$ 이 y 축, 함수 $f(x) = a^x (a > 1)$ 의 그래프, 직선 $y = x$ 와 만나는 점을 각각 A, B, C라 할 때, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이다. $\overline{OB} = \sqrt{10}$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [4점]
- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

16. 2 이상의 자연수 m 에 대하여 좌표평면 위의 점 P_n 을 다음 규칙과 같이 정한다.

(가) 점 P_1 의 좌표는 $(m-1, m)$ 이다.
 (나) 자연수 n 에 대하여 P_n 의 좌표가 (a, b) 일 때, $a = b$ 이면 점 P_{n+1} 의 좌표는 $(a+1, 2b)$ 이고, $a \neq b$ 이면 점 P_{n+1} 의 좌표는 $(a+1, b)$ 이다.

다음은 100 이하의 자연수 n 에 대하여 P_n 중 직선 $y = x$ 위에 있는 점의 개수가 5가 되도록 하는 자연수 m 을 구하는 과정이다.

i) 주어진 규칙에 의하여 점 P_2 의 좌표는 (m, m) 이다.
 ii) 점 P_3 의 좌표는 $(m+1, 2m)$ 이고, 이후 x 좌표가 1씩 커져서 $2m$ 이 될 때의 점이 $(2m, 2m)$ 이다.
 자연수 i 에 대하여 점 $(2m, 2m)$ 을 점 P_i 라 하면 $i-3 = 2m - (m+1)$ 이므로 $i = \boxed{\text{(가)}}$ 이다.
 iii) P_{i+1} 의 좌표는 $(2m+1, 4m)$ 이고, 이후 x 좌표가 1씩 커져서 $4m$ 이 될 때의 점이 $(4m, 4m)$ 이다.
 자연수 k 에 대하여 점 $(4m, 4m)$ 을 점 P_k 라 하면 $k - \boxed{\text{(가)}} + 1 = 4m - (2m+1)$ 이므로 $k = \boxed{\text{(나)}}$ 이다.
 iv) 같은 방식으로 P_n 중 $y = x$ 위에 있는 점은 $(m, m), (2m, 2m), (4m, 4m), (8m, 8m), (16m, 16m), (32m, 32m), \dots$ 이다.
 (m, m) 부터 $(16m, 16m)$ 까지가 5개이므로, $(32m, 32m)$ 는 포함하지 않아야 한다.
 따라서 P_n 중 $y = x$ 위에 있는 점의 개수가 5가 되도록 하는 자연수 m 의 개수는 $\boxed{\text{(다)}}$ 이다.

- 위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m), g(m)$ 이라 하고, (다)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $f(p) + g(p)$ 의 값은? [4점]
- ① 10 ② 12 ③ 14
 ④ 16 ⑤ 18

17. 1부터 7까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 임의로 일렬로 나열할 때, 짝수가 적혀 있는 카드는 작은 수부터 크기 순서로 왼쪽부터 나열되거나 어느 두 장도 이웃하지 않을 확률은? [4점]

- ① $\frac{5}{14}$ ② $\frac{17}{42}$ ③ $\frac{19}{42}$
 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{23}{42}$

18. 최고차항의 계수가 a 인 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1-x) = f(1+x)$
 (나) $|f'(x)| \leq x^2 - 4x + 7$

실수 a 의 최댓값은? [4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1
 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

19. 집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합 31개 중에서 임의로 서로 다른 두 부분집합을 뽑아 임의로 일렬로 나열하고 나열된 순서대로 A, B 라 할 때, A, B 가 다음 조건을 만족시킬 확률은? [4점]

$$n(A \cap B) = 2 \text{이고 } A \cup B = U \text{이다.}$$

- ① $\frac{2}{31}$ ② $\frac{7}{93}$ ③ $\frac{8}{93}$
 ④ $\frac{3}{31}$ ⑤ $\frac{10}{93}$

20. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) (x-3)g(x) \leq 0$$

$$(나) \{g(x)-2\}^2 = \{f(x)\}^2$$

(다) 함수 $g(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하지 않은 a 의 값은 0과 1 뿐이다.

$g(-1) - g(2)$ 의 값은? [4점]

- ① 14 ② 12 ③ 10
 ④ 8 ⑤ 6

21. 수열 $\{a_n\}$ 은 상수 a 와 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + a & (a_n \leq n) \\ a_n - n & (a_n > n) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_4 = 6$, $a_8 = 8$ 이 되도록 하는 실수 a , a_2 의 모든 순서쌍 (a, a_2) 의 개수는? [4점]

- ① 3 ② 4 ③ 5
 ④ 6 ⑤ 7

단답형

22. $(1+x)^7$ 의 전개식에서 x^4 의 계수를 구하여라. [3점]

23. 함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = -x^3 + 3, \quad f(2) = 8$$

을 만족시킬 때, $f(0)$ 의 값을 구하여라. [3점]

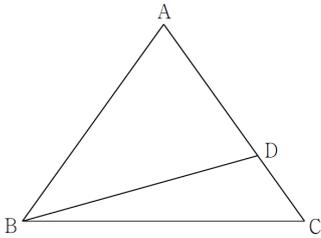
24. $\log_5 80 + \log_5 \frac{5}{16}$ 의 값을 구하여라. [3점]

26. 확률변수 X 는 다음 시행의 결과에 의해 정해지는 점수이다.

- (가) 0점에서 시작한다.
 (나) 한 개의 동전을 8번 던져
 앞면이 나올 때마다 4점을 얻고
 뒷면이 나올 때마다 2점을 잃는다.

$E(X^2)$ 의 값을 구하여라. [4점]

25. $\overline{AB} = \overline{AC} = 6$ 인 삼각형 ABC 가 있다. 선분 AC 위에 점 D 를 $\overline{AB} = \overline{BD}$ 가 되도록 잡는다. $\overline{AD} = 4$ 일 때, 선분 BC 의 길이는 k 이다. k^2 의 값을 구하여라. [3점]



27. 등차수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{3n} a_k = 9n^2$$

일 때, $\sum_{k=1}^6 a_{3k}$ 의 값을 구하여라. [4점]

28. 함수 $f(x) = -x^2 + 4x$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_t^x f(s) ds$$

의 그래프가 x 축과 만나는 점의 개수를 $h(t)$ 라 하자.
 함수 $h(t)$ 의 지역의 모든 원소의 합을 S , 함수 $h(t)$ 가 $t=k$ 에서 불연속인 실수 k 의 개수를 m 이라 할 때, $S+m$ 의 값을 구하여라. [4점]

29. 빨간색, 파란색, 노란색 공 각각 1개씩과 흰 공 7개가 있다. 이 10개의 공을 세 개의 상자 A, B, C에 남김 없이 나누어 넣을 때, 각 상자에 공이 2개 이상씩 들어가도록 하는 경우의 수를 구하여라. (단, 흰 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

30. $f(0)=0$ 이고 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t)dt$$

에 대하여 함수 $|g(x)g(x-2)|$ 는 오직 $x=6$ 에서만 미분가능하지 않다. $f(4)$ 의 값을 구하여라. [4점]

[권구승/한성은 모의고사]
수능(나형) 연습(3/4) 정답표

문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답	문항	정답
01	③	02	①	03	④	04	②	05	②
06	②	07	①	08	⑤	09	③	10	⑤
11	④	12	①	13	④	14	①	15	⑤
16	④	17	②	18	③	19	③	20	⑤
21	④	22	35	23	6	24	2	25	48
26	136	27	120	28	10	29	390	30	140

COMMENT 16

$$f(m) = m + 2, \quad g(m) = 3m + 2, \quad p = 3$$

COMMENT 18

함수 $f(x)$ 의 그래프는 직선 $x=1$ 에 대하여 대칭이므로 $f'(1) = 0$, $f'(x) = 2a(x-1)$ 이다.

$-x^2 + 4x - 7 \leq f'(x) \leq x^2 - 4x + 7$ 이다. a 의 최댓값은 직선 $y = 2a(x-1)$ 이 곡선 $y = x^2 - 4x + 7$ 와 접할 때이다.

※ $2a(x-1) \leq x^2 - 4x + 7$ 에서 $x^2 - (4+2a)x + 7+2a \geq 0$, 판별식의 부호를 조사하면 $-3 \leq a \leq 1$ 이다.

COMMENT 19

전체 경우의 수는 31×30 이고, 사건의 경우의 수는 80이다.

벤 다이어그램에서 $A \cap B$ 영역에 오는 원소를 선택하는 경우의 수 ${}_5C_2$ 와,

나머지 원소를 $A - B$ 영역 또는 $B - A$ 영역에 넣는 경우의 수 2^3 의 곱이다.

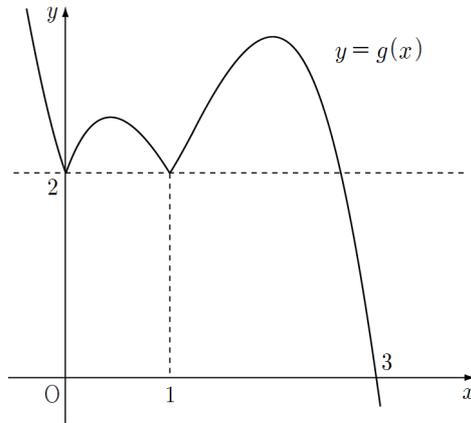
COMMENT 20

(가)에서 $x < 3$ 일 때 $g(x) \geq 0$ 이고 $x > 3$ 일 때 $g(x) \leq 0$ 이다. $g(3) = 0$ 이다.

(나)에서 $g(x) = 2 + f(x)$ 또는 $g(x) = 2 - f(x)$ 이다. 함수 $f(x)$ 는 0, 1을 근으로 가져야 한다.

$f(x) = x(x-1)(x-a)$ 이면 $g(x)$ 는 $0 < x < 1$ 일 때는 $2 + f(x)$ 이고 나머지 구간에서는 $2 - f(x)$ 이다.

$g(3) = 0$ 이므로 $2 - f(3) = 0$ 에서 $f(x) = x(x-1)\left(x - \frac{8}{3}\right)$ 이다. $g(-1) = 2 - f(-1) = \frac{28}{3}$, $g(2) = 2 - f(2) = \frac{10}{3}$ 이다.



COMMENT 21

$a_5 = 2$, $a_6 = a + 2$ 이고, a_7 은 $2a + 2$ 또는 $a - 4$,

a_8 은 $3a + 2$ 또는 $2a - 5$ 또는 $2a - 4$ 또는 $a - 11$ 이다.

$a_8 = 8$ 에서 a 의 값은 2, 6, 19가 가능하다.

6.5는 점화식을 선택하는 범위를 만족시키지 않는다.

a_3 은 9 또는 $6 - a$ 이고 a_2 는 11 또는 $9 - a$ 또는 $8 - a$, $6 - 2a$ 이다. 이 중

점화식을 선택하는 범위를 만족시키는 순서쌍 (a, a_2) 는

$(2, 11)$, $(6, 11)$, $(6, -6)$, $(19, 11)$, $(19, -10)$, $(19, -32)$

가 가능하다.

COMMENT 26

앞면이 나온 횟수 $Y \sim B\left(8, \frac{1}{2}\right)$ 에 대하여 $X = 4Y - 2(8 - Y) = 6Y - 16$ 이다.

COMMENT 28

$g'(x) = f(x)$ 이므로 함수 $g(x)$ 는 $x < 0$ 에서 감소, $0 < x < 4$ 에서 증가, $4 < x$ 에서 감소한다.

삼차함수 $g(x)$ 의 비율관계를 치고 $y = g(x) - g(t)$ 의 근의 개수를 생각하면 $h(t)$ 의 값은

$t < -2$ 또는 $6 < t$ 일 때 1,

$t = -2, 0, 4, 6$ 일 때 2,

$-2 < t < 0$ 또는 $0 < t < 4$ 또는 $4 < t < 6$ 일 때 3

이다.

COMMENT 29

빨과노를 몇 개씩 묶는지에 따라 분류하자.

Case1) 3/0/0인 경우 : $3 \times {}_3H_3 = 30$

Case2) 2/1/0인 경우 : ${}_3C_2 \times 3! \times {}_3H_4 = 270$

Case3) 1/1/1인 경우 : $3! \times {}_3H_4 = 90$

COMMENT 30

$g(0) = 0, g'(0) = 0$ 이므로 곡선 $y = g(x)$ 는 $x = 0$ 에서 x 축에 접한다.

$|g(x)g(x-2)| = |g(x)| \times |g(x-2)|$ 이다. 수 $|g(x)g(x-2)|$ 가 미분가능하려면

두 함수 $|g(x)|, |g(x-2)|$ 중 어느 한쪽이 미분불가능할 때 다른 한쪽은 함숫값이 0이 되어야 한다.

방정식 $g(x) = 0$ 의 $x = 0$ 이 아닌 실근의 개수는 최대 2이다.

Case1) 방정식 $g(x) = 0$ 의 $x = 0$ 이 아닌 실근이 없으면 함수 $|g(x)g(x-2)|$ 가 미분불가능한 x 값이 발생하지 않는다.

Case2) 방정식 $g(x) = 0$ 의 $x = 0$ 이 아닌 실근의 개수가 1이면

Case2-1) $g(x) = \frac{1}{4}x^2(x-a)^2$ 일 때는 함수 $|g(x)g(x-2)|$ 가 미분불가능한 x 값이 발생하지 않는다.

Case2-2) $g(x) = \frac{1}{4}x^3(x-a)$ 일 때, $|g(x)|$ 는 $x = a$ 에서 미분불가능, $|g(x-2)|$ 는 $x = a+2$ 에서 미분불가능이다.

$a+2 = 6$ 이면 $|g(x-2)|$ 가 $x = a$ 에서 0이어야 하고 $a = 6$ 이면 $|g(x)|$ 가 $x = a+2$ 에서 0이어야 한다. 잘 안되네.

Case3) 방정식 $g(x) = 0$ 의 $x = 0$ 이 아닌 실근의 개수가 1일 때 $g(x) = \frac{1}{4}x^2(x-a)(x-b)$ 라 하자.

$|g(x)|$ 는 $x = a, x = b$ 에서 미분불가능, $|g(x-2)|$ 는 $x = a+2, x = b+2$ 에서 미분불가능이다.

야, 대충 $\{a, b\} = \{2, 4\}$ 인 뽕 오지? 일단 하나는 2를 더해서 6이 되어야 하니까 4이고,

이제 $x = 4$ 에서의 미분불가능을 지워주는 근이 필요하니까 나머지 하나는 2이다.

