2021학년도 설바이벌 3회 문제지

# 수학 영역
# (가 형)

| 성명 | |
|---|---|

| 수험번호 | | | | | | – | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

○ 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하시오.

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정확히 기재하시오.

**변곡점이 될 것인가 극대점이 될 것인가**

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 정답에 ‘0’이 포함되면 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점, 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

우 주 설 모 의 평 가

# 제 2 교시 수학 영역(가 형)

**5지선다형**

**1.** $\tan\left(\frac{5}{3}\pi\right)$의 값은? [2점]

① $-\sqrt{3}$ ② $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\sqrt{3}$

**2.** 6개의 문자 $a$, $a$, $b$, $b$, $c$, $c$를 일렬로 나열하는 경우의 수는? [2점]

① 66 ② 72 ③ 78 ④ 84 ⑤ 90

**3.** $\lim_{\theta \to \frac{\pi}{2}-} \frac{1-\sin\theta}{\cos(\pi-\theta)\times\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)}$ 의 값은? [2점]

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

$\frac{\pi}{2}-\theta=x$

$\rightarrow \lim_{x\to 0+} \frac{1-\cos x}{-\sin x \cdot x} = -\frac{1}{2}$

$A \subset B$

$\uparrow$

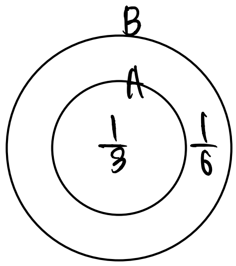
$P(A\cap B^c)=\emptyset$

**4.** 두 사건 $A$, $B$에 대하여 $A$와 $B^C$는 서로 배반사건이고

$$\mathrm{P}(A)=\frac{1}{3},\ \mathrm{P}(A^C\cap B)=\frac{1}{6}$$

일 때, $\mathrm{P}(B)$의 값은? (단, $A^C$는 $A$의 여사건이다.) [3점]

① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$



5. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{n}=4$일 때, $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{{a_n}^2+3n^2}{na_n+a_n+n^2}$의 값은? [3점]

$\to \lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n}=0$

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{{a_n}^2}{n^2}+3}{\frac{a_n}{n}+\frac{a_n}{n^2}+1}=3$$

$t^2 \times dt$

↑

6. $\displaystyle\int_1^e\left(\frac{\ln x}{x}\right)^2\left(\frac{1-\ln x}{x^2}\right)dx$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{4e^2}$ ② $\frac{1}{3e^3}$ ③ $\frac{1}{2e^2}$ ④ $\frac{1}{e}$ ⑤ 1

$$\to \left[\frac{1}{3}\left(\frac{\ln x}{x}\right)^3\right]_1^e=\frac{1}{3e^3}$$

7. 이항분포 $\mathrm{B}\left(n,\ \frac{1}{2}\right)$을 따르는 확률변수 $X$에 대하여 $\mathrm{V}\left(\frac{1}{2}X+1\right)=2$일 때, $\displaystyle\sum_{x=0}^{n}x^2\,{}_n\mathrm{C}_x\left(\frac{1}{2}\right)^n$의 값은? [3점]

① 232 ② 240 ③ 248 ④ 256 ⑤ 264

$V(X)=8 = \frac{n}{4}$  $n=32$

$$\sum_{x=0}^{n}x^2\cdot{}_nC_x\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n = E(X^2) = V(X)+\{E(X)\}^2$$
$$=8+256$$
$$=264$$

8. $y=-2^{-x}$의 그래프를 $x$축의 방향으로 4만큼, $y$축의 방향으로 $k$만큼 평행 이동한 그래프가 곡선 $y=2^x$와 오직 한 점에서 만날 때, $k$의 값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

$-2^{-x+4}+k=2^x$

$\rightsquigarrow 2^x+2^{-x+4} \geq 8 = k$

9. 함수 $f(x)=x^2+\ln x$와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$에 대하여 $\lim_{h \to 0}\frac{f(1+h)-g(1-h)}{h}=5$일 때, 함수 $(f \circ g)(x)$의 $x=1$에서의 미분계수는? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

$f(1)=g(1)=1.$

$f'(x)=2x+\frac{1}{x}$

$\downarrow$

$f'(1)=3.$

$g'(1)=2$

$f'(1)+g'(1)=5$

$f'(g(1))\cdot g'(1)$

$=f'(1)\cdot g'(1)=6$

10. 곡선 $e^{xy}=-\ln(1+xy)+y^3$ 위의 점 $(0,\ a)$에서의 접선의 기울기는 $b$이다. $a+b$의 값은? [3점]

① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{5}{3}$ ③ 2 ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

$x=0 \rightsquigarrow a=1.$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{-ye^{xy}-\frac{y}{xy+1}}{xe^{xy}+\frac{x}{xy+1}-3y^2}$$

$x=0,\ y=1$ 대입 $b=\frac{2}{3}$

**11.** 양의 상수 $a$, $b$에 대하여

$$4^{a+1}=6^{b-1}=24$$

일 때, $2^{ab}$의 값은? [3점]

① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

$4^a=6$ $a=\log_4 6$

$6^b=24\times 6$ $b=\log_6 24\times 6$

$ab=\log_4 24\times 6=\log_2 12$

$\therefore 2^{ab}=12$

**12.** 좌표평면 위의 원 $x^2+y^2=1$ 위의 점 P, Q에 대하여 동경 OP, OQ가 나타내는 각을 각각 $\theta$, $4\theta$라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 $\theta$값의 합은? (단, $0<\theta<\pi$이고, O는 원점이다.) [3점]

| |
|---|
| 직선 OP와 직선 OQ가 이루는 예각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$이다. |

① $3\pi$ ② $\frac{28}{9}\pi$ ③ $\frac{29}{9}\pi$ ④ $\frac{10}{3}\pi$ ⑤ $\frac{31}{9}\pi$

$0<3\theta=n\pi\pm\frac{\pi}{3}<3\pi$

$\Downarrow$

$3\theta=\frac{\pi}{3}$ $\pi+\frac{\pi}{3}$ $\pi-\frac{\pi}{3}$ $2\pi-\frac{\pi}{3}$ $2\pi+\frac{\pi}{3}$ $3\pi-\frac{\pi}{3}$

합: $\frac{1}{3}\times 9\pi=3\pi$

**13.** 2이상의 자연수 $n$에 대하여 $a_n = \log_n(n+1)$ 일 때,

$\sum_{k=2}^{n} \log_2 a_k = 4$ 를 만족시키는 자연수 $n$의 값은? [3점]

① $2^8 - 1$ ② $2^8 + 1$ ③ $2^{16} - 1$

④ $2^{16}$ ⑤ $2^{16} + 1$

$$\log_2 a_2 \times a_3 \times \cdots \times a_n = \log_2 \frac{\log n+1}{\log 2} = 4$$

$$16 = \log_2 (n+1)$$

$$n = 2^{16} - 1$$

**14.** 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\frac{a_6}{a_2} = \frac{a_{10}}{a_4} = \frac{a_k}{a_6}$$

를 만족시키는 자연수 $k$의 값은? [4점]

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

$$\frac{a_k + a_6}{a_6 + a_2} = \frac{a_{10}}{a_4}$$

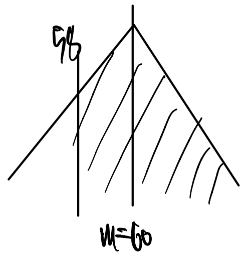
$$k = 14$$

**15.** 어느 도시에서 공용 자전거 1회 이용 시간은 평균이 60분, 표준편차가 10분인 정규분포를 따른다고 한다. 공용 자전거를 이용한 시간을 25회 임의추출하여 조사할 때, 25회의 이용시간의 총합이 1450분 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

| $z$ | $\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$ |
|---|---|
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |
| 2.5 | 0.4938 |

① 0.1587　② 0.8413　③ 0.9332
④ 0.9772　⑤ 0.9938

$\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.$




$1450 \div 25 = 58$

→ ∴ 0.8413

*별해 : 수고스럽게 b찾기

f의 주기 → $\pi$　　g의 주기: $\frac{2\pi}{b}$

* f·g의 실근 동일 → f, g의 주기 동일.

⇒ $b=2$

**16.** 실수 $a$, $b$에 대하여 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음과 같다.

$$f(x)=2\cos^2 x+|\cos x|+a\ ,\ g(x)=\cos bx \quad (\text{단, } ab<0)$$

실수 전체의 집합에서 부등식

$f(x)g(x) \ge 0$ → f/g의 실근 일치 ⊕ 부호변화 동일.

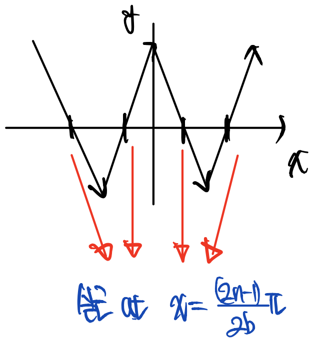
이 성립할 때, $a+b$의 값은? [4점]

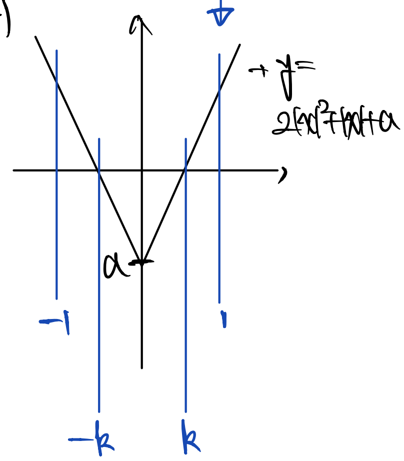
$a<0$, $b>0$

① $-2-\frac{\sqrt{2}}{2}$　② $-1-\frac{\sqrt{2}}{2}$　③ $-\sqrt{2}$
④ $1-\frac{\sqrt{2}}{2}$　⑤ $\sqrt{2}-1$

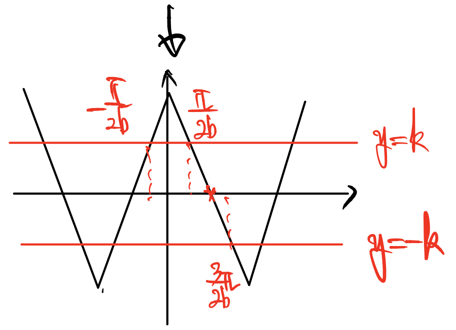
$f(x) = 2|x|^2 + |x| + a$　o cos x

$g(x) = \cos bx$ ⇒ $x = \frac{(2n+1)\pi}{2b}$ 에서 실근 (n은 정수)




* $\cos x = \pm k$의 실근 ⇒




$\frac{\pi}{2b}+\frac{3}{2b}\pi=\pi$　$b=2$

→ $\cos\frac{\pi}{4}=k$　$k=\frac{\sqrt{2}}{2}$

∴ $a+b = 1-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$2x^2+x+a$는 $x=k$ 실근 → $a=-\frac{\sqrt{2}}{2}-1$

**17.** 흰 공 2개와 검은 공 6개가 들어 있는 주머니에서 A, B, C, D가 차례대로 임의로 2개씩 공을 꺼내 가진다. 모든 공을 꺼내 나눠가진 시점에서 B가 흰 공을 뽑았을 때, 흰 공을 가지고 있는 사람이 2명일 확률은? (단, 한번 꺼낸 공은 다시 주머니에 넣지 않는다.) [4점]

① $\frac{32}{39}$ ② $\frac{11}{13}$ ③ $\frac{34}{39}$ ④ $\frac{35}{39}$ ⑤ $\frac{12}{13}$

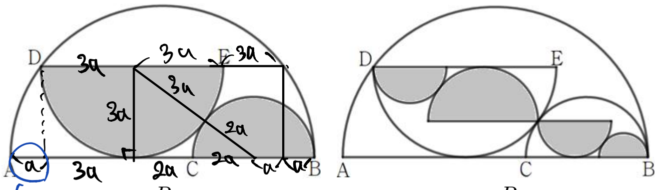
B흰흰 → A·C·D 검검.

B흰검 → A·C·D中 흰검 검검 검검

$$\frac{{}_6C_1\times{}_2C_1\times{}_3C_1\times{}_5C_1\times{}_4C_2}{{}_6C_2\times{}_4C_2\times 1+{}_6C_1\times{}_2C_1\times{}_3C_1\times{}_5C_1\times{}_4C_2}$$

$$=\frac{1080}{90+1080}=\frac{108}{117}=\frac{12}{13}$$

**18.** 그림과 같이 길이가 10인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB위의 점 C에 대하여 선분 BC를 지름으로 하는 반원을 그리고 호 AB 위의 점 D와 반원 내부의 점 E에 대하여 선분 AB와 평행하고 $3\overline{BC}=2\overline{DE}$를 만족시키는 선분 DE를 지름으로 하는 반원을 선분 AB와 호 BC에 동시에 접하도록 그린다. 이렇게 새로 그려진 2개의 반원의 내부를 색칠한 그림을 $R_1$이라 하자.
그림 $R_1$에서 새로 그려진 두 반원에 같은 방법으로 새로 그려진 $2^2$개의 반원의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 $R_2$라 하고, 이와 같은 과정을 계속하여 $n$번째에 색칠된 $2^n$개의 반원의 내부를 색칠한 그림 $R_n$에 색칠된 부분의 넓이를 $S_n$이라 할 때, $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$의 값은? [4점]



$R_1$ $R_2$

by대칭성. $10a=10$ $a=1$

① $\frac{325}{24}\pi$ ② $\frac{55}{4}\pi$ ③ $\frac{335}{24}\pi$ ④ $\frac{85}{6}\pi$ ⑤ $\frac{115}{8}\pi$

$S_1=\frac{9}{2}\pi+\frac{4}{2}\pi=\frac{13}{2}\pi$

$r=\left(\frac{3}{5}\right)^2+\left(\frac{2}{5}\right)^2=\frac{13}{25}$

$\therefore \sum_{n=1}^{\infty} S_n=\frac{\frac{13}{2}\pi}{1-r}=\frac{325}{24}\pi$

**19.** 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수 $x_1$, $x_2$, $x_3$, $x_4$의 모든 순서쌍 $(x_1, x_2, x_3, x_4)$의 개수는? [4점]

> (가) $0 \le x_1 \le x_2 \le x_3 \le x_4 \le 10$
> (나) 서로 다른 임의의 자연수 $m$, $n$에 대하여
> $\cos\{(x_m \times x_n)\pi\} = 1$ 이다.

① 396 ② 406 ③ 416 ④ 426 ⑤ 436

$x_m \times x_n$ = 0포함 짝수

$x_1 \sim x_4$ 中 허용가능한 홀수는 1개

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | |

홀수 1개 짝수 3개

$\underbrace{{}_6H_4}_{x_1 \sim x_4 \text{ all 0포함 짝수}} + \underbrace{{}_6H_3 \times 5}_{\text{홀수 1개 짝수 3개}} = {}_9C_4 \times {}_8C_3 \times 5$

$= 406$

**20.** $x > 0$에서 정의된 함수

$$f(x) = \frac{1}{x} - \sin x$$

에 대하여 $f(x) = 0$의 실근을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $x = \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \cdots$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $\pi < 2\sqrt{3}$) [4점]

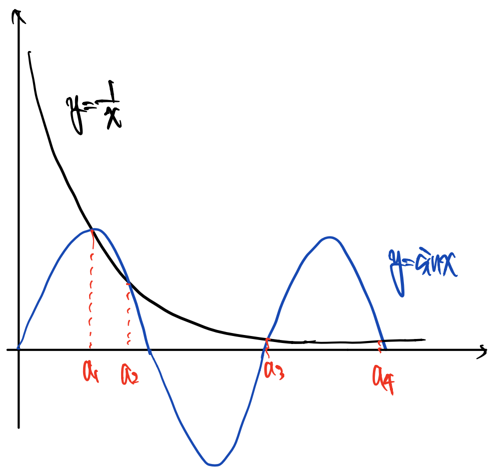
<보 기>

ㄱ. $\left(\alpha_1 - \frac{\pi}{3}\right)\left(\alpha_2 - \frac{5}{6}\pi\right) > 0$ → 대입시 자명

ㄴ. $m < n$인 임의의 자연수 $m$, $n$에 대하여 $\alpha_{m+2} - \alpha_{n+2} < \alpha_m - \alpha_n$이다. → $\alpha_{m+2} - \alpha_m < \alpha_{n+2} - \alpha_n$ → m, n이 홀/짝에 따라 다르다. (X)

ㄷ. 모든 자연수 $n$에 대하여 $\int_{\alpha_n}^{\alpha_{n+1}} f(x)\,dx > \int_{\alpha_{n+2}}^{\alpha_{n+3}} f(x)\,dx$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ




ㄷ. n이 홀수 → $\int_{\alpha_n}^{\alpha_{n+1}} f(x)dx > \int_{\alpha_{n+2}}^{\alpha_{n+3}} f(x)dx$

넓이 ↓ ⊖ 넓이 ↑ ⊖

n이 짝수 → $\int_{\alpha_n}^{\alpha_{n+1}} f(x)dx > \int_{\alpha_{n+2}}^{\alpha_{n+3}} f(x)dx$

넓이 ↑ ⊕ 넓이 ↓ ⊕

(O)

**21.** $d>1$인 상수 $d$를 공차로 하는 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$을 다음과 같이 정의한다.

$$b_n=\begin{cases}|a_n| & (|a_n|>n)\\ n & (|a_n|\le n)\end{cases}$$

수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

$|a_n|$과 $n$의 교점 존재

(가) $b_4=b_5$

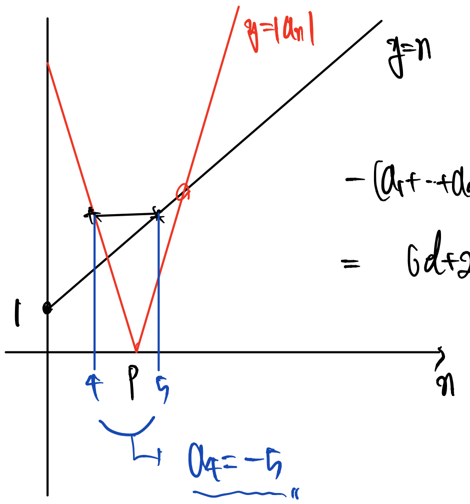
(나) $a_l\le l$을 만족시키는 어떤 자연수 $l$에 대하여 $(l\ge5)$

$\sum_{n=1}^{4}b_n=\sum_{n=5}^{l}b_n$이다.   $b_1\sim b_4 = b_5\sim b_l$

$= -a_1\sim -a_4 = 5\sim l$

$6d+l$의 값은? [4점]

① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25




$*$

$-(a_1+\cdots+a_4)=5+\cdots+l$

$=6d+20=\frac{(l+5)(l-4)}{2}$

$a_4=-5$

$n=1$

$\rightarrow a_l=-5+(l-4)d\le l$

$\Downarrow$

$6d=\frac{(l-4)(l+5)}{2}-20$   $d\le\frac{l+5}{l-4}$

둘에서 범위찾기, 계산해보면…

$*$ 가능한 $l=5\sim9$   $d>1$ 이므로,

이범위에 해당가능한 $l=9$

$\therefore l=9$   $6d=15$.   24

## 단답형

**22.** 모평균이 10이고 모표준편차가 9인 모집단에서 크기가 9인 표본을 임의 추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $\mathrm{E}(\overline{X}^2)$의 값을 구하시오. [3점]

$E(\overline{X}^2)=\{E(\overline{X})\}^2+V(\overline{X})$

$=100+9=109$

**23.** 함수 $f(x)=\sin(3x)$에 대하여

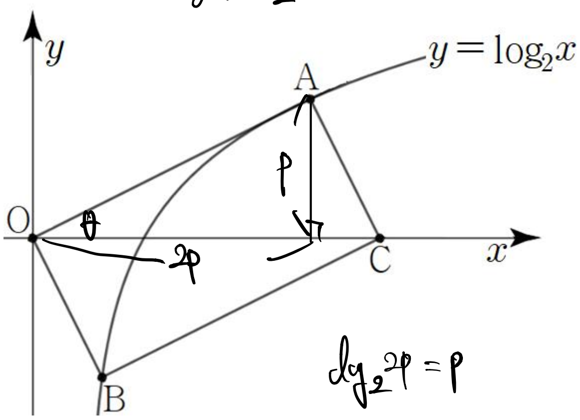
$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{12\pi}{n}f\left(\frac{k\pi}{n}\right)$의 값을 구하시오. [3점]

$=12\cdot\int_0^{\pi}\sin 3x\,dx$

$=12\times\frac{2}{3}=8$

**24.** 좌표평면 위의 곡선 $y=\log_2 x$ 위의 점 A, B와 $x$축 위의 점 C에 대하여 사각형 OACB가 $\overline{\mathrm{OA}}=2\overline{\mathrm{AC}}$를 만족시키는 직사각형일 때, 점 C의 $x$좌표는 $k$이다. $12k$의 값을 구하시오. [3점]

$\tan\theta = \frac{1}{2}$




$\log_2 2p = p$

$\underline{p=1,2}$ ⇒ $\underline{p=1}$

$cp=2$이면 C가 $x$축위에 (X)

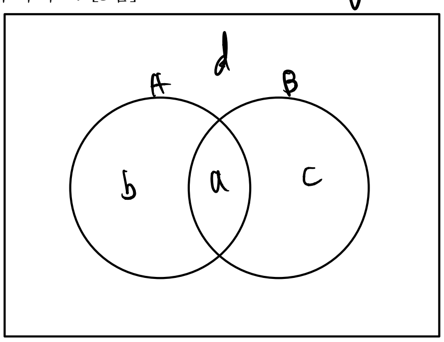
$k=\frac{\sqrt{5}}{2}\cdot\overline{\mathrm{OA}}=\frac{\sqrt{5}}{2}\cdot\sqrt{5}p=\frac{5}{2}$

$\therefore \underline{12k=30}$

**25.** 전체집합 $U=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$의 두 부분집합 $A$, $B$에 대하여

$$\underline{A\cup B\neq U},\quad n(A\cap B)=2$$

를 만족시키는 두 집합 $A$, $B$의 모든 순서쌍 $(A,\ B)$의 개수를 구하시오. [3점]




a, b, c, d는 각 영역의 원소개수

$a=2$ and $d\geq 1$

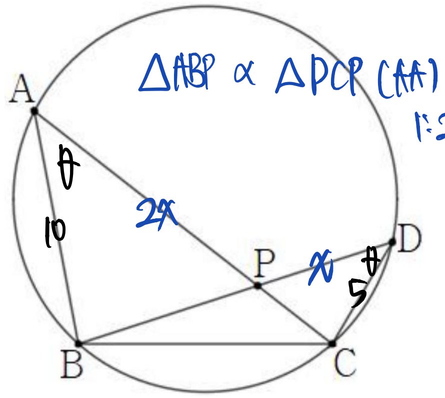
→ $a=2$ and (전체 − $d=0$)

$= {}_5C_2\times(3^3-2^3)=190$

**26.** 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=10$인 삼각형 ABC가 원에 내접하고 있다. 이 원 위에 점 D를 $\overline{\mathrm{CD}}=5$가 되도록 잡고 선분 AC와 선분 BD의 교점을 P라 할 때, 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $\cos(\angle\mathrm{BAC})=\frac{3}{4}$이다.
>
> (나) 삼각형 ABC의 넓이를 $S_1$, 삼각형 BCD의 넓이를 $S_2$라 할 때, $S_1-S_2=\frac{45\sqrt{7}}{4}$이다.

선분 BC의 길이를 $k$라 할 때, $k^2$의 값을 구하시오. [4점]




$\triangle ABP$는 $\triangle DCP$와 넓이 4배차이

$S_1-S_2 = 3\times\triangle DCP$

$=\frac{15}{8}\sqrt{7}\cdot x=\frac{45\sqrt{7}}{4}$

→ $x=6$

$\overline{PC}^2=5^2+6^2-2\times5\times6\times\frac{3}{4}$ → $\overline{PC}=4$

$\overline{BP}=8$

$\therefore \overline{BC}^2=5^2+14^2-2\times5\times14\times\frac{3}{4}=\underline{k^2=116}$

**27.** 주머니 속에 1의 숫자가 적혀 있는 공 2개, 2의 숫자가 적혀 있는 공 3개, 3의 숫자가 적혀 있는 공 4개가 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 공에 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는다. 이와 같은 시행을 3번 반복할 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 수의 평균을 $\overline{X}$라 하자. $\mathrm{P}(\overline{X}=2)=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, $p$와 $q$는 서로소인 자연수이다.) [4점]

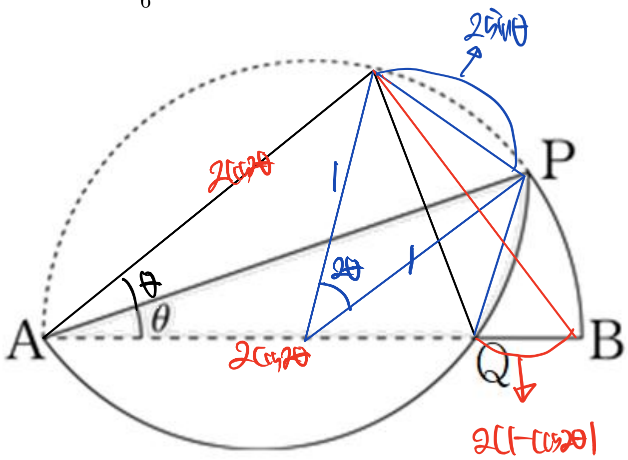
$1,2,3 \rightarrow \frac{2}{9}\times\frac{3}{9}\times\frac{4}{9}\times 3! = \frac{16}{81}$

$2,2,2 \rightarrow \frac{3}{9}\times\frac{3}{9}\times\frac{3}{9} = \frac{3}{81}$

$\therefore \frac{19}{81}$ 100

**28.** 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P가 있다. 선분 AP를 접는 선으로 하여 반원을 접었을 때, 호 AP와 선분 AB가 만나는 점 Q에 대하여 $\angle\mathrm{PAB}=\theta$일 때, 선분 BQ의 길이를 $f(\theta)$, 선분 PQ의 길이를 $g(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta\to 0+}\frac{\theta\times g(\theta)}{f(\theta)}=a$일 때, $60a$의 값을 구하시오.

(단, $0<\theta<\frac{\pi}{6}$) [4점]




$\therefore \lim_{\theta\to 0+}\frac{\theta\times g(\theta)}{f(\theta)} = \lim_{\theta\to 0+}\frac{\theta\times 2\sin\theta}{2(1-\cos 2\theta)} = \frac{1}{2} = a$

$60a=30$

공통접선 1개 ⇒ 두 곡선이 접한다.

**29.** 8개의 문자 $a$, $a$, $b$, $b$, $b$, $b$, $c$, $c$를 일렬로 나열할 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수를 구하시오. [4점]

| |
|---|
| 모든 $a$의 바로 앞 또는 바로 뒤에는 반드시 $b$가 존재한다. |

**30.** 실수 $t$에 대하여 곡선 $y=e^{x-a}$ 위의 점 $(t,\ e^{t-a})$에서의 접선의 방정식을 $y=f(x)$라 하고, 양의 실수 $k$에 대하여 직선 $y=f(x)$와 곡선 $y=k\ln(x-k)$가 만나는 점의 개수를 $g(t)$라 하자. $g(t)$가 불연속인 $t$의 개수가 1개가 되도록 하는 $a$의 값을 $h(k)$라 할 때, $\left\{f'\left(\frac{1}{3}\right)\right\}^2$의 값을 구하시오. [4점]

* 불연속에 의해 $e^{x-m}$과 $\ln x$가 접하게 하는 $m$은 유일한 상수로 존재한다. ㉠

$e^{x-h(k)}$와 $k\ln(x-k)$가 접하는 상황

↓

$\frac{1}{k}e^{x+k-h(k)}$와 $\ln x$가 접하는 상황

$e^{x\underbrace{-\ln k+k-h(k)}}$와 〃

⇓

㉠에 의해 $m$이다.

$\therefore -\ln k+k-h(k)=m$

$h(k)=1-\frac{1}{k}$

$\{h(\frac{1}{3})\}^2=4$

2021학년도 설바이벌 3회

**발행일** : 2020년 10월 3일
**퍼낸이** : 정재민(우주설)

**지은이** : 정재민(우주설)

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.