제 2 교시

수학 영역(가 형)

5지선다형

1. $\sqrt[3]{2}\times 2^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

$2^{\frac{1}{3}}\times 2^{\frac{2}{3}}=2^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}}=2^{1}=2$

2. $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2n+1)^2-(2n-1)^2}{2n+5}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{4n^2+4n+1-4n^2+4n-1}{2n+5}=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{8n}{2n+5}=4$

3. 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A)=\frac{2}{5},\quad \mathrm{P}(B)=\frac{4}{5},\quad \mathrm{P}(A\cup B)=\frac{9}{10}$$

일 때, $\mathrm{P}(B\,|\,A)$의 값은? [2점]

① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{7}{12}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{3}{4}$

$P(A\cap B)=\frac{2}{5}+\frac{4}{5}-\frac{9}{10}=\frac{4+8-9}{10}=\frac{3}{10}$

$\therefore P(B|A)=\dfrac{\frac{3}{10}}{\frac{2}{5}}=\frac{3}{4}$

4. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{n(n+2)}$ 의 값은? [3점]

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

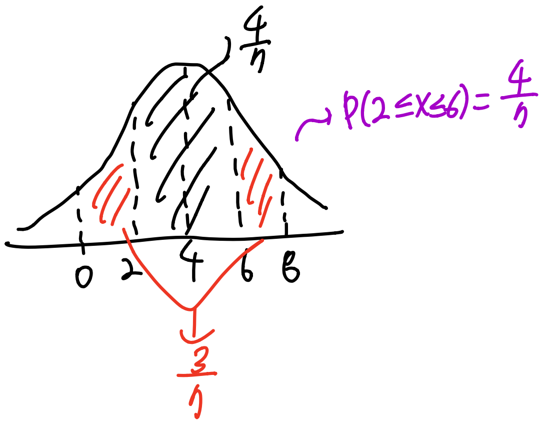
$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+2}\right)=\frac{1}{1}+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

5. 연속확률변수 X가 갖는 값의 범위는 $0 \le X \le 8$이고, X의 확률밀도함수 $f(x)$의 그래프는 직선 $x=4$에 대하여 대칭이다.

$$3\mathrm{P}(2 \le X \le 4) = 4\mathrm{P}(6 \le X \le 8)$$

일 때, $\mathrm{P}(2 \le X \le 6)$의 값은? [3점]

① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{9}{14}$ ⑤ $\frac{5}{7}$



6. $\displaystyle\int_1^2 (x-1)e^{-x}\,dx$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{e}-\frac{2}{e^2}$ ② $\frac{1}{e}-\frac{1}{e^2}$ ③ $\frac{1}{e}$
④ $\frac{2}{e}-\frac{2}{e^2}$ ⑤ $\frac{2}{e}-\frac{1}{e^2}$

$$\int_1^2 (x-1)e^{-x}dx = \left[-xe^{-x}\right]_1^2 = \frac{1}{e} - \frac{2}{e^2}$$

7. 매개변수 $t\,(t>0)$으로 나타내어진 함수

$$x = \ln t + t, \quad y = -t^3 + 3t$$

에 대하여 $\frac{dy}{dx}$가 $t=a$에서 최댓값을 가질 때, a의 값은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-3t^2+3}{\frac{1}{t}+1} = \frac{-3t(t+1)(t-1)}{1+t} = -3t(t-1) = -3t^2+3t$$

$$\therefore -3\left(t-\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$$

~ $t=\frac{1}{2}$에서 최대

8. 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\frac{3^n}{a_n+2^n}=6$일 때,

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{a_n}$의 값은? [3점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

✓

$\lim_{n\to\infty}\frac{3^n}{a_n+2^n}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\frac{a_n}{3^n}+0}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\frac{1}{6}\times\frac{2^n}{3^n}}=6$

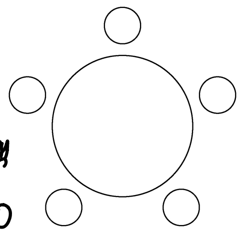
$\therefore a_n=\frac{3^n}{6}$

$\therefore \sum_{n=1}^{\infty}\frac{6}{3^n}=\frac{2}{1-\frac{1}{3}}=\frac{2}{\frac{2}{3}}=3$

9. 다섯 명이 둘러앉을 수 있는 원 모양의 탁자와 두 학생 A, B를 포함한 8명의 학생이 있다. 이 8명의 학생 중에서 A, B를 포함하여 5명을 선택하고 이 5명의 학생 모두를 일정한 간격으로 탁자에 둘러앉게 할 때, A와 B가 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

① 180　② 200　③ 220　④ 240　⑤ 260

✓



AB+⑥

이중 3명선택

$\therefore {}_6C_3=20$

AB이웃배열 → 2

나머지 3명배열 → 3!

$\therefore 20\times2\times3!=240$

10. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=12$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}+a_n=(-1)^{n+1}\times n$$

을 만족시킨다. $a_k>a_1$인 자연수 k의 최솟값은? [3점]

① 2　② 4　③ 6　④ 8　⑤ 10

✓

n짝수 → $a_{n+1}+a_n=n$

n홀수 → $a_{n+1}+a_n=-n$

$a_2+a_1=1,\ a_2=-11$

$a_3+a_2=-2,\ a_3=9$

$a_4+a_3=3,\ a_4=-6$

$a_5+a_4=-4,\ a_5=2$

$a_6+a_5=5,\ a_6=3$

$a_7+a_6=-6,\ a_7=-9$

$a_8+a_7=7,\ a_8=16>a_1$

11. 1보다 큰 세 실수 a, b, c가

$$\log_a b = \frac{\log_b c}{2} = \frac{\log_c a}{4} = k$$

를 만족시킬 때, $\log_a b + \log_b c + \log_c a$의 값은? [3점]

$\log_a b + 2\log_a b + 4\log_a b = 7\log_a b$

① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

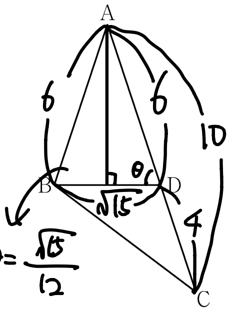
$a^k = b,\ b^{2k} = c,\ c^{4k} = a$

$b = a^k = c^{4k^2} \Rightarrow b^{2k} = c^{8k^3} = c$

$\therefore 8k^3 = 1,\ k = \frac{1}{2},\ \log_a b = \frac{1}{2}$ $\therefore 7\log_a b = \frac{7}{2}$

12. $\overline{AB} = 6$, $\overline{AC} = 10$인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위에 점 D를 $\overline{AB} = \overline{AD}$가 되도록 잡는다. $\overline{BD} = \sqrt{15}$일 때, 선분 BC의 길이는? [3점]

① $\sqrt{37}$ ② $\sqrt{38}$ ③ $\sqrt{39}$ ④ $2\sqrt{10}$ ⑤ $\sqrt{41}$



$\cos\theta = \frac{\sqrt{15}}{12}$

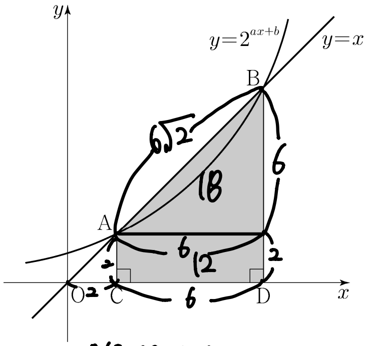
$\therefore \overline{BC}^2 = 16 + 15 + 8\sqrt{15} \times \frac{\sqrt{15}}{12}$

$= 31 + 10 = 41$

$\therefore \overline{BC} = \sqrt{41}$

13. 곡선 $y=2^{ax+b}$과 직선 $y=x$가 서로 다른 두 점 A, B에서 만날 때, 두 점 A, B에서 x축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=6\sqrt{2}$이고 사각형 ACDB의 넓이가 30일 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$



A(2, 2), B(8, 8)

$\rightarrow 2^{2a+b}=2,\ 2^{8a+b}=8$

$\therefore 2a+b=1,\ 8a+b=3$

$\therefore 6a=2,\ a=\frac{1}{3},\ b=\frac{1}{3}$

$\therefore a+b=\frac{2}{3}$

14. 어느 지역 신생아의 출생 시 몸무게 X가 정규분포를 따르고

$$\mathrm{P}(X \geq 3.4)=\frac{1}{2},\quad \mathrm{P}(X \leq 3.9)+\mathrm{P}(Z \leq -1)=1$$

$\rightarrow m=3.4$ $\rightarrow \frac{0.5}{\sigma}=1$ $\therefore \sigma=0.5$

이다. 이 지역 신생아 중에서 임의추출한 25명의 출생 시 몸무게의 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $\mathrm{P}(\overline{X} \geq 3.55)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 몸무게의 단위는 kg이고, Z는 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.) [4점]

5 $\sigma(\overline{X})=0.1$

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

① 0.0062 ② 0.0228 ③ 0.0668
④ 0.1587 ⑤ 0.3413

$\mathrm{P}(\overline{X} \geq 3.55)=\mathrm{P}(Z \geq 1.5)=0.0668$

15. 열린구간 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$에서 정의된 함수

$$f(x)=\ln\left(\frac{\sec x+\tan x}{a}\right)$$

의 역함수를 $g(x)$라 하자. $\lim_{x\to -2}\frac{g(x)}{x+2}=b$일 때, 두 상수 a, b의 곱 ab의 값은? (단, $a>0$) [4점]

① $\frac{e^2}{4}$ ② $\frac{e^2}{2}$ ③ e^2 ④ $2e^2$ ⑤ $4e^2$

$g(-2)=0$, $g'(-2)=b=\frac{1}{f'(0)}$

$f(0)=-2$,

$f(0)=\ln\frac{1}{a}=-2 \sim a=e^2$

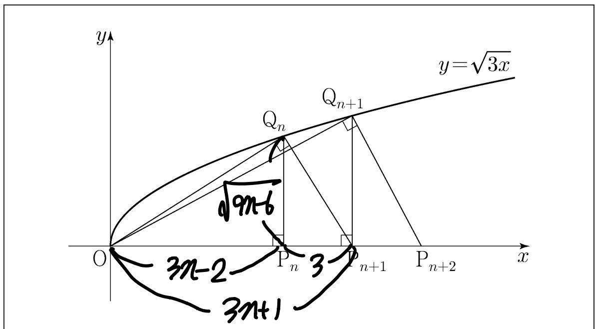
$f'(x)=\frac{\sec x\tan x+\sec^2 x}{\sec x+\tan x}$, $f'(0)=\frac{0+1}{1+0}=1$

$\therefore g'(-2)=1=b$ $\therefore ab=e^2\times 1=e^2$

16. 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 x축 위의 점 P_n과 곡선 $y=\sqrt{3x}$ 위의 점 Q_n이 있다.

- 선분 OP_n과 선분 P_nQ_n이 서로 수직이다.
- 선분 OQ_n과 선분 Q_nP_{n+1}이 서로 수직이다.

다음은 점 P_1의 좌표가 $(1, 0)$일 때, 삼각형 $OP_{n+1}Q_n$의 넓이 A_n을 구하는 과정이다. (단, O는 원점이다.)



모든 자연수 n에 대하여 점 P_n의 좌표를 $(a_n, 0)$이라 하자.
$\overline{OP_{n+1}}=\overline{OP_n}+\overline{P_nP_{n+1}}$이므로

$$a_{n+1}=a_n+\overline{P_nP_{n+1}}$$

이다. 삼각형 OP_nQ_n과 삼각형 $Q_nP_nP_{n+1}$이 닮음이므로

$$\overline{OP_n} : \overline{P_nQ_n} = \overline{P_nQ_n} : \overline{P_nP_{n+1}}$$

$a_n : \sqrt{3a_n} = \sqrt{3a_n} : \overline{P_nP_{n+1}}$

$3a_n = a_n \times \overline{P_nP_{n+1}}$

$\therefore \overline{P_nP_{n+1}}=3$

이고, 점 Q_n의 좌표는 $(a_n, \sqrt{3a_n})$이므로

$$\overline{P_nP_{n+1}}=\boxed{(가)}$$ 3 $\sim a_n=3n-2$ (공차3, 첫째항1 등차수열)

이다. 따라서 삼각형 $OP_{n+1}Q_n$의 넓이 A_n은

$$A_n=\frac{1}{2}\times\left(\boxed{(나)}\right)\times\sqrt{9n-6}$$ $3n+1$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p, (나)에 알맞은 식을 $f(n)$이라 할 때, $p+f(8)$의 값은? [4점]

① 20 ② 22 ③ 24 ④ 26 ⑤ 28

$\therefore p=3$, $f(8)=25 \sim p+f(8)=28$

17. 어느 고등학교에는 5개의 과학 동아리와 2개의 수학 동아리 A, B가 있다. 동아리 학술 발표회에서 이 7개 동아리가 모두 발표하도록 발표 순서를 임의로 정할 때, ① 수학 동아리 A가 수학 동아리 B보다 먼저 발표하는 순서로 정해지고 ② 두 수학 동아리의 발표 사이에는 2개의 과학 동아리만이 발표하는 순서로 정해질 확률은? (단, 발표는 한 동아리씩 하고, 각 동아리는 1회만 발표한다.) [4점]

① $\frac{4}{7}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{25}{42}$ ✓ ④ $\frac{17}{28}$ ⑤ $\frac{13}{21}$

① A→B ~ 순서정해짐 → 같은것이 있는순열

$\frac{7!}{2!}=2520$

② A→B경우는 ①에서모두 셈

~ B 과1 과2 A 만든다

↳ $_5P_2=20$

∴ 나머지세개 배열 → $3!=6$

$\wedge\bigcirc\wedge\bigcirc\wedge\bigcirc\wedge$ → $_4C_1=4$

∴ $20\times6\times4=480$ ~ 3000

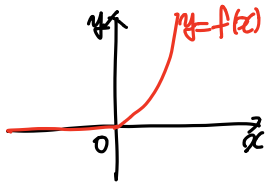
$\frac{3000}{7!}=\frac{3000}{5040}=\frac{25}{42}$

18. 함수

$$f(x)=\begin{cases}0 & (x\le 0)\\ \{\ln(1+x^4)\}^{10} & (x>0)\end{cases}$$

계산X

↳ x=0대칭



에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_0^x f(t)f(1-t)\,dt$$

→ $x=\frac{1}{2}$ 대칭파악

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $x\le 0$인 모든 실수 x에 대하여 $g(x)=0$이다. o

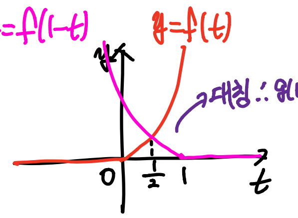
ㄴ. $g(1)=2g\left(\frac{1}{2}\right)$ o

ㄷ. $g(a)\ge 1$인 실수 a가 존재한다. ×

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ✓ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

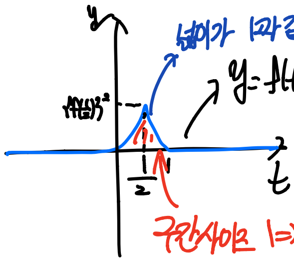
ㄱ. $x\le0$ ~ $g(x)=\int_0^x 0\,dx=0$ (참)

ㄴ. $g(1)=2g(\frac{1}{2})$



→ 대칭 ∴ $g(1)=2g(\frac{1}{2})$ (참)

ㄷ. $f(\frac{1}{2})<1$, $\{f(\frac{1}{2})\}^2 \ll 1$



(거짓)

19. 집합 $X=\{1,2,3,4\}$의 공집합이 아닌 모든 부분집합 15개 중에서 임의로 서로 다른 세 부분집합을 뽑아 임의로 일렬로 나열하고, 나열된 순서대로 A, B, C라 할 때, $A\subset B\subset C$일 확률은? [4점]

① $\frac{1}{91}$ ② $\frac{2}{91}$ ③ $\frac{3}{91}$ ④ $\frac{4}{91}$ ⑤ $\frac{5}{91}$

① A→원소1개
A경우의수 4 B C
ex) $\{1\} \to \{1,2\} \to \{1,2,3\},\{1,2,4\},\{1,2,3,4\} \to 3$
$\{1,3\} \to 3$
$\{1,4\} \to 3$
$\{1,2,3\}, \{1,2,4\}, \{1,3,4\} \to \{1,2,3,4\}$
$\therefore 3+3+3+3=12$
$\therefore 4\times12=48$

② A→원소2개
A경우의수 ${}_4C_2=6$
B C
ex) $\{1,2\} \to \{1,2,3\}, \{1,2,4\} \to \{1,2,3,4\} \to 2$
$\therefore 6\times2=12$

③ A→원소3개
불가능

전체 ${}_{15}P_3=15\times14\times13$

$$\frac{48+12}{15\times14\times13}=\frac{60}{15\times14\times13}=\frac{2}{91}$$

20. 함수 $f(x)=\sin(\pi\sqrt{x})$에 대하여 함수

$g(0)=0$

$$g(x)=\int_0^x tf(x-t)\,dt \quad (x\geq 0)$$

$x-t=u$ $t=x-u$, $dt=-du$

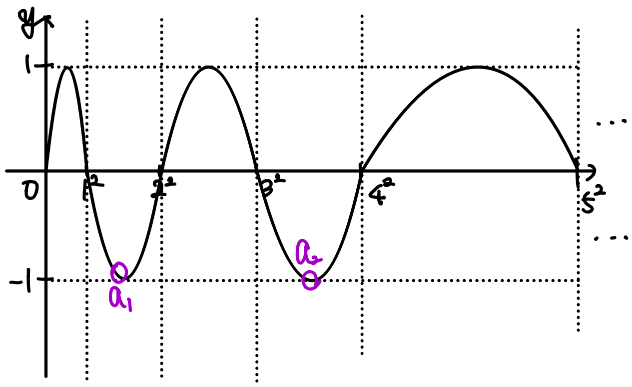
이 $x=a$에서 극대인 모든 a를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n번째 수를 a_n이라 하자. $k^2<a_6<(k+1)^2$인 자연수 k의 값은? [4점]

① 11 ② 14 ③ 17 ④ 20 ⑤ 23

$f(x)=\sin(\pi\sqrt{x})$
$\to 0, \pi, 2\pi, 3\pi, 4\pi, \cdots$
$\to x=0,1,4,9,16,\cdots$ (자연수의 거듭제곱꼴)

$g(x)=\int_0^x tf(x-t)\,dt=\int_0^x (x-u)f(u)\,du$
$=x\int_0^x f(u)\,du-\int_0^x uf(u)\,du$

$g'(x)=\int_0^x f(u)\,du+xf(x)-xf(x)$
$=\int_0^x f(u)\,du$
$=\int_0^x \sin(\pi\sqrt{u})\,du=0$



$1^2<a_1<2^2$
$3^2<a_2<4^2$
$5^2<a_3<6^2$
$\vdots$
$11^2<a_6<12^2$ $\therefore k=11$

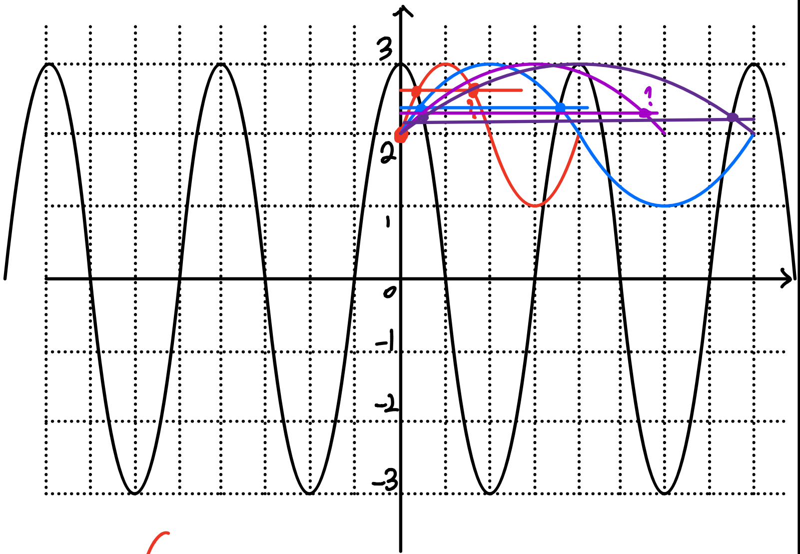
21. 닫힌구간 $[-2\pi, 2\pi]$에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \sin kx + 2, \quad g(x) = 3\cos 12x$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 k의 개수는? [4점]

> 실수 a가 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$의 교점의 y좌표이면
>
> $\{x \mid f(x) = a\} \subset \{x \mid g(x) = a\}$ ⇒ 교점
>
> 이다.

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7



↳Art

대입 $k=12 \Rightarrow X$

$k=11\sim7 \Rightarrow X$

$k=6 \to O.$

$\Rightarrow$ 6의약수! $\boxed{1,2,3,6}$ → 4가지

but, 삼각X? 그저! Art!

$k=5$, $k=4$ $\Rightarrow X$

$k=3$, $k=2$, $k=1$ → 같은맥락 O

단답형

22. $\left(x + \dfrac{4}{x^2}\right)^6$의 전개식에서 x^3의 계수를 구하시오. [3점]

$x^3 \to {}_6C_5 \times 4 = 24$ $\boxed{24}$

23. 함수 $f(x) = x\ln(2x-1)$에 대하여 $f'(1)$의 값을 구하시오. [3점]

$f'(x) = \ln(2x-1) + \dfrac{2x}{2x-1}$ $\boxed{2}$

$\therefore f'(1) = 0 + 2 = 2$

24. 방정식

$$\log_2 x = 1 + \log_4(2x-3)$$

을 만족시키는 모든 실수 x의 값의 곱을 구하시오. [3점]

$\log_2 x = \log_4 4(2x-3)$

진수조건!

$x^2 = 4(2x-3)$

$x>0,\ x>\frac{3}{2}$

$x^2-8x+12=0$

$(x-2)(x-6)=0$ ∴ $x=2,\ x=6$ → 2개 모두 만족.

곱은 12

* 주의
근과 계수의 관계 사용 ×
→ 진수조건.

25. $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{2}{n}\left(1+\frac{2k}{n}\right)^4 = a$일 때, $5a$의 값을 구하시오. [3점]

$\int_1^3 x^4 dx = \left[\frac{1}{5}x^5\right]_1^3 = \frac{243-1}{5} = \frac{242}{5} = a$ $\boxed{242}$

∴ $5a = 242$

26. 두 이산확률변수 X, Y의 확률분포를 표로 나타내면 각각 다음과 같다.

X	1	2	3	4	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	b	c	d	1

$10X+1$

Y	11	21	31	41	합계
$\mathrm{P}(Y=y)$	a	b	c	d	1

→ $V(X) = 5-2^2 = 1$

$\mathrm{E}(X)=2$, $\mathrm{E}(X^2)=5$일 때, $\mathrm{E}(Y)+\mathrm{V}(Y)$의 값을 구하시오. [4점]

$E(Y) = E(10X+1) = 21$
$V(Y) = V(10X+1) = 100$
→ 121

$\boxed{121}$

27. 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여

$$S_{n+3}-S_n=13\times 3^{n-1}$$

일 때, a_4의 값을 구하시오. [4점]

$S_{n+3}-S_n=13\times3^{n-1}$ $\boxed{9}$

$S_{n+4}-S_{n+1}=13\times3^{n}$

$(S_{n+4}-S_{n+3})-(S_{n+1}-S_n)=26\times3^{n-1}$

$a_{n+4}-a_{n+1}=26\times3^{n-1}$

$ar^{n+3}-ar^{n}=ar^{n}(r^3-1)=26\times3^{n-1}$

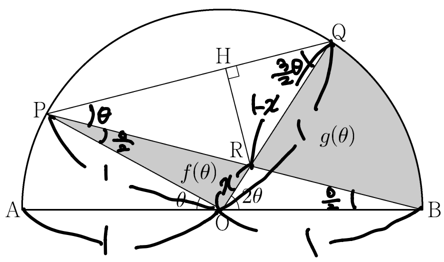
$\therefore r=3,\ a=\frac{1}{3}$

$\therefore a_4=\frac{1}{3}\times3^3=9$

28. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB의 중점을 O라 할 때, 호 AB 위에 두 점 P, Q를 $\angle POA=\theta$, $\angle QOB=2\theta$가 되도록 잡는다. 두 선분 PB, OQ의 교점을 R라 하고, 점 R에서 선분 PQ에 내린 수선의 발을 H라 하자. 삼각형 POR의 넓이를 $f(\theta)$, 두 선분 RQ, RB와 호 QB로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(\theta)$라 할 때,

$\lim\limits_{\theta\to0+}\dfrac{f(\theta)+g(\theta)}{\overline{\mathrm{RH}}}=\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, $0<\theta<\dfrac{\pi}{3}$이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



$\boxed{23}$

$\overline{OR}=x$

$\triangle ORB$
$\rightarrow$ 사인법칙

$\dfrac{x}{\sin\frac{\theta}{2}}=\dfrac{1}{\sin\frac{5}{2}\theta}$

$x=\dfrac{\sin\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{5}{2}\theta}$

$f(\theta)=\frac{1}{2}x\sin3\theta$

$g(\theta)=\theta-\frac{1}{2}x\sin2\theta$

$\overline{RH}=(1-x)\sin\frac{3}{2}\theta$

$$\lim_{\theta\to0+}\frac{f(\theta)+g(\theta)}{\overline{RH}}=\lim_{\theta\to0+}\frac{\frac{1}{2}\times\frac{\sin\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{5}{2}\theta}\times\sin3\theta+\theta-\frac{1}{2}\times\frac{\sin\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{5}{2}\theta}\times\sin2\theta}{\sin\frac{3}{2}\theta-\frac{\sin\frac{\theta}{2}}{\sin\frac{5}{2}\theta}\sin\frac{3}{2}\theta}$$

$$=\frac{\frac{3}{10}+1-\frac{1}{5}}{\frac{3}{2}-\frac{3}{10}}=\frac{\frac{11}{10}}{\frac{12}{10}}=\frac{11}{12}$$

$\therefore 12+11=23$

29. 흰 공 4개와 검은 공 6개를 세 상자 A, B, C에 남김없이 나누어 넣을 때, 각 상자에 공이 2개 이상씩 들어가도록 나누어 넣는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

$\boxed{168}$

흰공배치

(4, 0, 0) ${}_3H_2={}_4C_2=6$ ∴ $6\times3=18$

(3, 1, 0) ${}_3H_3={}_5C_3=10$ $10\times6=60$

(2, 2, 0) ${}_3H_4={}_6C_4=15$ $15\times3=45$

(2, 1, 1) ${}_3H_4={}_6C_4=15$ $15\times3=45$ → 168

30. 다음 조건을 만족시키는 실수 a, b에 대하여 ab의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자.

> 모든 실수 x에 대하여 부등식
>
> $$-e^{-x+1}\le ax+b\le e^{x-2}$$
>
> 이 성립한다.

$|M\times m^3|=\dfrac{q}{p}$ 일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$\boxed{43}$

$e^{t-2}\times(-t+1)e^{t-2}$

$=e^{2t-4}(1-t)$

$=-(t-1)e^{2t-4}$

$\hookrightarrow -(2t-1)e^{2t-4}$

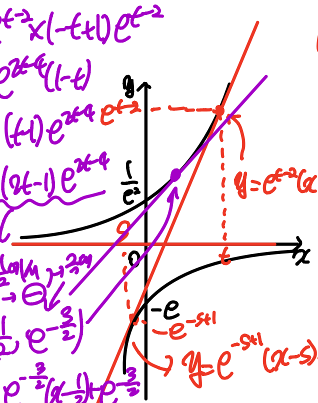
$t=\frac{1}{2}$에서 극값 ⊕→⊖

$(\frac{1}{2}, e^{-\frac{3}{2}})$

$y=e^{-\frac{3}{2}}(x-\frac{1}{2})+e^{-\frac{3}{2}}$

$\hookrightarrow a=e^{-\frac{3}{2}}$, $b=\frac{1}{2}e^{-\frac{3}{2}}$

$\hookrightarrow ab=\frac{1}{2}e^{-3}=\underbrace{\frac{1}{2e^3}}_{\text{최대}}$



a의최대 변곡접선

a의최소

$a=0 \rightarrow b=0$

$y=e^{t-2}(x-t)+e^{t-2}$

$\hookrightarrow y=e^{\frac{1}{2}}(x-\frac{5}{2})+e^{\frac{1}{2}}$

$\rightarrow a=e^{\frac{1}{2}}$, $b=-\frac{3}{2}e^{\frac{1}{2}}$ (b의최소)

$\hookrightarrow ab=\underbrace{-\frac{3}{2}e}_{\text{최소}(m)}$

$\hookrightarrow y=e^{-s+1}(x-s)-e^{-s+1}$

$-t+1=-s-1$

$t-s=2$

$e^{t-2}=e^{-s+1}$ $(-t+1)e^{t-2}=(-s-1)e^{-s+1}$ → $2t=5$, $t=\frac{5}{2}$

$t-2=-s+1$, $t+s=3$

$-e^{-x+1}\le ax+b\le e^{x-2}$

$|M\times m^3|=\left|\frac{1}{2e^3}\times\left(-\frac{3}{2}e\right)^3\right|=\frac{1}{2}\times\frac{27}{8}=\frac{27}{16}$ → 43

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.