

# 기출의 파급효과 수학



<https://atom.ac/books/7241>  
기출의 파급효과 수학 시리즈



<https://cafe.naver.com/spreadeffect>  
파급의 기출효과 NAVER 카페

기출의 파급효과 수학은 기출로부터 얻을 수 있는 도구와 태도를 정리하고 체화하여 일관적으로 준킬러 이상 기출을 뚫어가는 교재입니다. 교재 내에 평가원뿐만 아니라 교육청, 사관학교, 경찰대 주요 기출 선별이 모두 되어 있습니다.

**학습하시다 질문이 생기신다면 ‘파급의 기출효과’ 카페에서 질문을 할 수 있습니다.**  
교재 인증을 하시면 질문 게시판을 이용하실 수 있습니다.

파급효과, 법사 님, 출기능수 님, 백건아 님 등등 오르비 저자분들이 올리시는 학습자료를 받아보실 수 있습니다. 위 저자 분들의 콘텐츠 질문 답변도 교재 인증 시 가능합니다.

이외에도 검증된 우수한 컨설팅 팀 TWCG가 정리한 과거부터 현재까지 정시, 수시 입결을 확인할 수 있습니다. 입시에 대한 질문은 가입하시지만 하면 TWCG 팀장 및 팀원분들께 하실 수 있습니다.

더 궁금하시다면 <https://cafe.naver.com/spreadeffect/15>에서 확인하시면 됩니다.

15:30 - 16:20 (50M)

2021학년도 대학수학능력시험 9월 모의평가 문제지

1

제 2 교시

# 수학 영역(나형)

## 5지선다형

1.  $\sqrt[3]{2} \times 2^{\frac{2}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1     ② 2    ③ 4    ④ 8    ⑤ 16

$$2^{\frac{1}{3}} \cdot 2^{\frac{2}{3}} = 2$$

2. 함수  $f(x) = x^3 - 2x - 7$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

$$3x^2 - 2$$

3.  $\cos^2\left(\frac{\pi}{6}\right) + \tan^2\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{3}{2}$     ②  $\frac{9}{4}$     ③ 3     ④  $\frac{15}{4}$     ⑤  $\frac{9}{2}$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + (-\sqrt{3})^2 \\ &= \frac{3}{4} + 3 \end{aligned}$$

4.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 9x + 8}{x + 1}$ 의 값은? [3점]

- ① 6     ② 7    ③ 8    ④ 9    ⑤ 10

$$\frac{(x+8)(x+1)}{\cancel{(x+1)}}$$

# 2

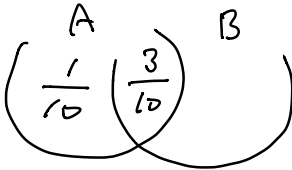
# 수학 영역(나형)

5. 두 사건  $A, B$ 에 대하여

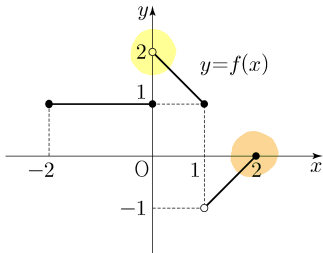
$$P(A) = \frac{2}{5}, \quad P(B) = \frac{4}{5}, \quad P(A \cup B) = \frac{9}{10}$$

일 때,  $P(B|A)$ 의 값은? [3점]

- ①  $\frac{5}{12}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③  $\frac{7}{12}$     ④  $\frac{2}{3}$     ⑤  $\frac{3}{4}$  ✓



6. 닫힌구간  $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수  $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2 ✓

7. 공차가 -3인 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 a_7 = 64, \quad a_8 > 0$$

일 때,  $a_2$ 의 값은? [3점]

- ① 17    ② 18    ③ 19 ✓    ④ 20    ⑤ 21

$$(a_5 + 6)(a_5 - 6) =$$

$$\{a_5\}^2 - 36 = 64. \quad a_5 = 10$$

$$a_2 = 10 + 9 = 19$$

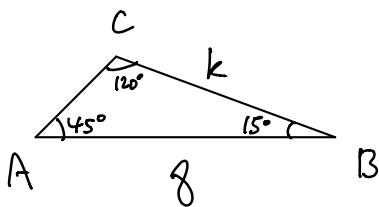
8. 네 개의 수 1, 3, 5, 7 중에서 임의로 선택한 한 개의 수를  $a$ 라 하고, 네 개의 수 4, 6, 8, 10 중에서 임의로 선택한 한 개의 수를  $b$ 라 하자.  $1 < \frac{b}{a} < 4$  일 확률은? [3점]

- ①  $\frac{1}{2}$      ②  $\frac{9}{16}$     ③  $\frac{5}{8}$     ④  $\frac{11}{16}$     ⑤  $\frac{3}{4}$

	$b$	4	6	8	10	
$a$						
1	x	x	x	x		
3	o	o	o	o	) 9	
5	x	o	o	o		
7	x	x	o	o		

9.  $\overline{AB} = 8$  이고  $\angle A = 45^\circ$ ,  $\angle B = 15^\circ$  인 삼각형 ABC에서 선분 BC의 길이는? [3점]

- ①  $2\sqrt{6}$     ②  $\frac{7\sqrt{6}}{3}$      ③  $\frac{8\sqrt{6}}{3}$     ④  $3\sqrt{6}$     ⑤  $\frac{10\sqrt{6}}{3}$



$$\frac{8}{\sin 120} = \frac{16}{\sqrt{3}} = \frac{k}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$k = \frac{16\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{6}}{3}$$

10. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + ax + b & (x < 1) \\ bx + 4 & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때,  $a+b$ 의 값은?  
(단,  $a, b$ 는 상수이다.) [3점]

- ① 6    ② 7    ③ 8     ④ 9    ⑤ 10

연속:  $a + b + 1 = b + 4, a = 3$

미분가능:  $3 + a = b, b = 6$

11.  $n$ 이 자연수일 때,  $x$ 에 대한 이차방정식

$$(n^2 + 6n + 5)x^2 - (n + 5)x - 1 = 0$$

의 두 근의 합을  $a_n$ 이라 하자.  $\sum_{k=1}^{10} \frac{1}{a_k}$ 의 값은? [3점]

- ① 65    ② 70    ③ 75    ④ 80    ⑤ 85

$$a_n = \frac{(n+5)}{(n+5)(n+1)} = \frac{1}{n+1}$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{10} (n+1) = \sum_{n=2}^{11} n = 66 - 1 = 65$$

12. 어느 회사에서 일하는 플랫폼 근로자의 일주일 근무 시간은 평균이  $m$ 시간, 표준편차가 5시간인 정규분포를 따른다고 한다.

이 회사에서 일하는 플랫폼 근로자 중에서 임의추출한 36명의 일주일 근무 시간의 표본평균이 38시간 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 값이 0.9332일 때,  $m$ 의 값은? [3점]

$z$	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 38.25    ② 38.75    ③ 39.25    ④ 39.75    ⑤ 40.25

$$\frac{38 - m}{6 \cdot \frac{1}{5}} = -1.5$$

$$\begin{aligned} m &= 1.5 \cdot \frac{5}{6} + 38 \\ &= 38 + \frac{5}{4} \end{aligned}$$

13. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간  $t(t \geq 0)$ 에서의 속도  $v(t)$ 가

$$v(t) = t^2 - at \quad (a > 0)$$

이다. 점 P가 시간  $t=0$ 일 때부터 움직이는 방향이 바뀔 때까지 움직인 거리가  $\frac{9}{2}$ 이다. 상수  $a$ 의 값은? [3점]

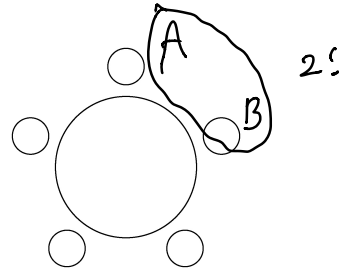
- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

$$\int_0^a (t^2 - at) dt$$

$$= \frac{1}{6} \cdot a^3 = \frac{9}{2}, \quad a^3 = 27, \quad a = 3$$

14. 다섯 명이 둘러앉을 수 있는 원 모양의 탁자와 두 학생 A, B를 포함한 8명의 학생이 있다. 이 8명의 학생 중에서 A, B를 포함하여 5명을 선택하고 이 5명의 학생 모두를 일정한 간격으로 탁자에 둘러앉게 할 때, A와 B가 이웃하게 되는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

- ① 180      ② 200      ③ 220      ④ 240      ⑤ 260



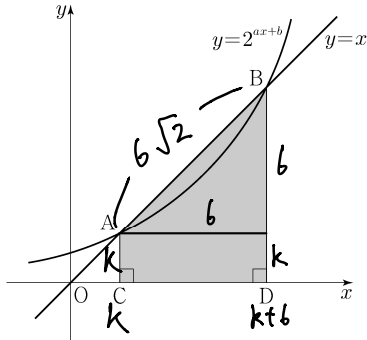
$$6C_3 \cdot 3! \cdot 2! = 20 \cdot 12 = 240$$

# 6

# 수학 영역(나형)

15. 곡선  $y=2^{ax+b}$  과 직선  $y=x$  가 서로 다른 두 점 A, B에서 만날 때, 두 점 A, B에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을 각각 C, D라 하자.  $\overline{AB}=6\sqrt{2}$  이고 사각형 ACDB의 넓이가 30일 때,  $a+b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수이다.) [4점]

- ①  $\frac{1}{6}$     ②  $\frac{1}{3}$     ③  $\frac{1}{2}$     ④  $\frac{2}{3}$     ⑤  $\frac{5}{6}$



$$b \cdot (k+3) = 30$$

$$k+3 = 5, \quad k=2$$

$$2a+b=1$$

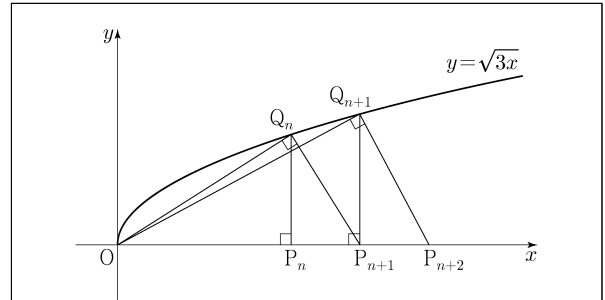
$$2a+b+6a=3$$

$$a=b=\frac{1}{3}$$

16. 모든 자연수  $n$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는  $x$ 축 위의 점  $P_n$ 과 곡선  $y=\sqrt{3x}$  위의 점  $Q_n$ 이 있다.

- 선분  $OP_n$ 과 선분  $P_nQ_n$ 이 서로 수직이다.
- 선분  $OQ_n$ 과 선분  $Q_nP_{n+1}$ 이 서로 수직이다.

다음은 점  $P_1$ 의 좌표가  $(1, 0)$ 일 때, 삼각형  $OP_{n+1}Q_n$ 의 넓이  $A_n$ 을 구하는 과정이다. (단,  $O$ 는 원점이다.)



모든 자연수  $n$ 에 대하여 점  $P_n$ 의 좌표를  $(a_n, 0)$ 이라 하자.

$$\overline{OP_{n+1}} = \overline{OP_n} + \overline{P_nP_{n+1}} \text{ 이므로}$$

$$a_{n+1} = a_n + \overline{P_nP_{n+1}}$$

이다. 삼각형  $OP_nQ_n$ 과 삼각형  $Q_nP_nP_{n+1}$ 이 닮음이므로

$$\overline{OP_n} : \overline{P_nQ_n} = \overline{P_nQ_n} : \overline{P_nP_{n+1}}$$

이고, 점  $Q_n$ 의 좌표는  $(a_n, \sqrt{3a_n})$ 이므로

$$\overline{P_nP_{n+1}} = \frac{3}{(가)} \quad a_n : \sqrt{3a_n} = \sqrt{3a_n} : 3$$

이다. 따라서 삼각형  $OP_{n+1}Q_n$ 의 넓이  $A_n$ 은

$$A_n = \frac{1}{2} \times \left( \frac{(나)}{(가)} \right) \times \sqrt{9n-6} \quad a_n = 3n-2$$

$$\text{이다. } a_{n+1} = 3n+1 \quad \sqrt{3a_n} = \sqrt{9n-6}$$

위의 (가)에 알맞은 수를  $p$ , (나)에 알맞은 식을  $f(n)$ 이라 할 때,  $p+f(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 20    ② 22    ③ 24    ④ 26    ⑤ 28

$$3 + 25$$

17.  $\angle A = 90^\circ$  이고  $\overline{AB} = 2\log_2 x$ ,  $\overline{AC} = \log_4 \frac{16}{x}$  인 삼각형

ABC의 넓이를  $S(x)$ 라 하자.  $S(x)$ 가  $x=a$ 에서 최댓값  $M$ 을 가질 때,  $a+M$ 의 값은? (단,  $1 < x < 16$ ) [4점]

- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

$$\begin{aligned}
 S(x) &= \log_2 x \cdot \log_4 \frac{16}{x} \\
 &= \log_2 x \cdot \left(2 - \frac{1}{2} \log_2 x\right) \\
 &= 2 \log_2 x - \frac{1}{2} (\log_2 x)^2 \\
 &= 2t - \frac{1}{2} t^2 \\
 &= -\frac{1}{2} (t-2)^2 + 2 \\
 t &= 2. \quad \log_2 a = 2. \quad a = 4 \\
 M &= 2
 \end{aligned}$$

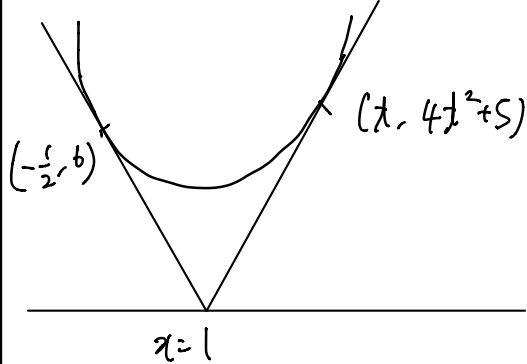
18. 최고차항의 계수가  $a$ 인 이차함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$= ax^2 + bx + c$$

$$|f'(x)| \leq 4x^2 + 5$$

를 만족시킨다. 함수  $y=f(x)$ 의 그래프의 대칭축이 직선  $x=1$ 일 때, 실수  $a$ 의 최댓값은? [4점]

- ①  $\frac{3}{2}$       ② 2      ③  $\frac{5}{2}$       ④ 3      ⑤  $\frac{7}{2}$



$$\text{기울기: } \frac{4t^2+5}{t-1} = 8t$$

$$4t^2+5 = 8t^2-8t$$

$$4t^2-8t-5=0$$

$$(2t+1)(2t-5)=0$$

$$t = -\frac{1}{2}, \quad t = \frac{5}{2}$$

$$\therefore \frac{-6}{1-(-\frac{1}{2})} = -2a$$

$$\Rightarrow a = 2!$$

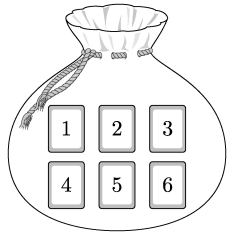


19. 1부터 6까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 6장의 카드가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 두 장의 카드를 동시에 꺼내어 적혀 있는 수를 확인한 후 다시 넣는 시행을 두 번 반복한다. 첫 번째 시행에서 확인한 두 수 중 작은 수를  $a_1$ , 큰 수를  $a_2$ 라 하고, 두 번째 시행에서 확인한 두 수 중 작은 수를  $b_1$ , 큰 수를  $b_2$ 라 하자. 두 집합  $A, B$ 를

$$A = \{x \mid a_1 \leq x \leq a_2\}, \quad B = \{x \mid b_1 \leq x \leq b_2\}$$

라 할 때,  $A \cap B \neq \emptyset$  일 확률은? [4점]

- ①  $\frac{3}{5}$     ②  $\frac{2}{3}$     ③  $\frac{11}{15}$     ④  $\frac{4}{5}$     ⑤  $\frac{13}{15}$



$a_1 \quad a_2$

$$\begin{aligned} 1 \sim 2 & : 4C_2 = 6 \\ (1,2) \sim 3 & : 2 \times 3 C_2 = 6 \\ (1,2,3) \sim 4 & : 3 \cdot 1 = 3 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} 1 \sim 2 \\ (1,2) \sim 3 \\ (1,2,3) \sim 4 \end{aligned}} \right\} 15 \cdot 2$$

$b_1 \quad b_2$

$$\therefore \frac{15 \cdot 2}{6C_2 \cdot 6C_2} = \frac{2}{15}$$

$$1 - \frac{2}{15} = \frac{13}{15}$$

20. 실수 전체의 집합에서 연속인 두 함수  $f(x)$ 와  $g(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $f(x) \geq g(x)$

(나)  $f(x) + g(x) = x^2 + 3x \Rightarrow (x^2+1) + (3x-1)$

(다)  $f(x)g(x) = (x^2+1)(3x-1)$

$\int_0^2 f(x)dx$ 의 값은? [4점]

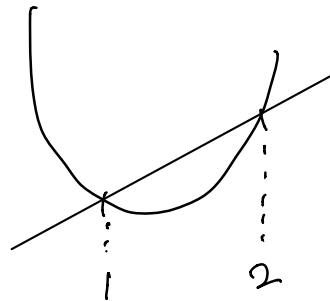
- ①  $\frac{23}{6}$     ②  $\frac{13}{3}$     ③  $\frac{29}{6}$     ④  $\frac{16}{3}$     ⑤  $\frac{35}{6}$

$$\begin{aligned} (x^2+1) - (3x-1) &= x^2 - 3x + 2 \\ &= (x-1)(x-2) \end{aligned}$$

$$\int_0^1 (x^2+1)dx + \int_1^2 (3x-1)dx$$

$$= \frac{1}{3} + 1 + \frac{3}{2}(4-1) - 1$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{9}{2} = \frac{29}{6}$$



21. 수열  $\{a_n\}$ 은 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} 2a_n + a_{n+1} & (a_n \leq a_{n+1}) \\ a_n + a_{n+1} & (a_n > a_{n+1}) \end{cases}$$

을 만족시킨다.  $a_3 = 2, a_6 = 19$ 가 되도록 하는 모든  $a_1$ 의 값의 합은? [4점]

- ①  $-\frac{1}{2}$     ②  $-\frac{1}{4}$     ③ 0    ④  $\frac{1}{4}$     ⑤  $\frac{1}{2}$

$$\begin{matrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 \\ k & 2 & & & & 19 \end{matrix}$$

i)  $k > 3$

$$\begin{matrix} a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 \\ k & 2 & k+2 & k+6 & 3k+10 \\ & & & & k=3 \end{matrix}$$

ii)  $0 \leq k \leq 2$

$$\begin{matrix} a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 \\ k & 2 & 2k+2 & 2k+6 & 6k+10 = 19 \\ & & & & k = \frac{3}{2} \end{matrix}$$

iii)  $k < 0$

$$\begin{matrix} a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 \\ k & 2 & 2k+2 & 2k+4 & 6k+8 \end{matrix} \quad (x)$$

$\therefore k = 3$

$$\left[ \begin{matrix} a_1 \\ -\frac{1}{2} \\ * \end{matrix} \right] - \frac{1}{4}$$

$$k = \frac{3}{2} \left[ \begin{matrix} \frac{1}{4} \\ * \end{matrix} \right]$$

단답형

22. 다항식  $(x+3)^8$ 의 전개식에서  $x^7$ 의 계수를 구하시오. [3점]

$${}^8C_1 \cdot 3 = 24$$

24

23. 함수  $f(x)$ 가

$$f'(x) = -x^3 + 3, \quad f(2) = 10$$

을 만족시킬 때,  $f(0)$ 의 값을 구하시오. [3점]

8

$$f(x) = -\frac{1}{4}x^4 + 3x + C$$

$$f(2) = -4 + 6 + C = 10$$

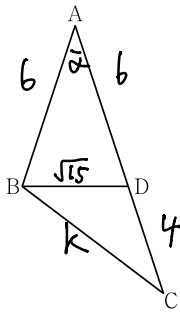
$$C = 8$$

24.  $\log_5 40 + \log_5 \frac{5}{8}$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$\log_5 25 = 2$$

(2)

25.  $\overline{AB} = 6$ ,  $\overline{AC} = 10$ 인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC 위에 점 D를  $\overline{AB} = \overline{AD}$ 가 되도록 잡는다.  $\overline{BD} = \sqrt{15}$ 일 때, 선분 BC의 길이를  $k$ 라 하자.  $k^2$ 의 값을 구하시오. [3점]



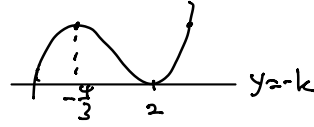
(41)

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \frac{36 + 36 - 15}{2 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{57}{72} \\ &= \frac{19}{24} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore k^2 &= 36 + 100 - 20 \cdot \frac{19}{24} \\ &= 136 - 5 \cdot 19 \\ &= 136 - 95 = 41 \end{aligned}$$

26. 방정식  $x^3 - x^2 - 8x + k = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2일 때, 양수  $k$ 의 값을 구하시오. [4점]

(12)



$$\begin{aligned} (x^3 - x^2 - 8x)' &= 3x^2 - 2x - 8 \\ &= (3x + 4)(x - 2) \end{aligned}$$

$$\therefore (8 - 4 - 16) = -k$$

$$k = 12$$

27. 두 이산확률변수  $X, Y$ 의 확률분포를 표로 나타내면 각각 다음과 같다.

$X$	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	$a$	$b$	$c$	$d$	1

$Y$	11	21	31	41	합계
$P(Y=y)$	$a$	$b$	$c$	$d$	1

$E(X)=2, E(X^2)=5$ 일 때,  $E(Y)+V(Y)$ 의 값을 구하시오. [4점]

(21)

$$Y = 10X + 1, \quad V(X) = 5 - 2^2 = 1$$

$$E(Y) = 10E(X) + 1 = 21$$

$$V(Y) = 100V(X) = 100$$

28. 함수  $f(x) = -x^2 - 4x + a$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x f(t) dt$$

가 닫힌구간  $[0, 1]$ 에서 증가하도록 하는 실수  $a$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

(5)

$$g'(x) = f(x) \geq 0$$

$$-(x+2)^2 + 4 + a \geq 0$$

$$x=1. \quad -9 + 4 + a \geq 0. \quad a \geq 5$$

29. 흰 공 4개와 검은 공 6개를 세 상자 A, B, C에 남김없이 나누어 넣을 때, 각 상자에 공이 2개 이상씩 들어가도록 나누어 넣는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색 공끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

168

여사건! 적어도 하나가 0 or 1

전체:  ${}^3H_4 \times {}^3H_6 = 15 \cdot 28 = 420$

① 0인 상자

2개: 3

1개  $\Rightarrow 3 \cdot ({}^2H_4 \cdot {}^2H_6 - 2) = 99$

$\therefore 102$

② 1인 상자 (0인 경우 X)

2개:  $3 \times 2 \times 2 = 12$

1개:  $3 \cdot ({}^2H_3 \cdot {}^2H_6 - (2+4)) + 3 \cdot ({}^2H_4 \cdot {}^2H_5 - (2+4))$

$= 3 \times 46 = 138$

$\therefore 150$

$420 - 102 - 150 = 168$

30. 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

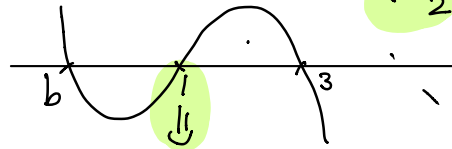
(가)  $f(1) = f(3) = 0$  **틀리 정리!**

(나) 집합  $\{x \mid x \geq 1 \text{ 이고 } f'(x) = 0\}$ 의 원소의 개수는 1이다.

상수  $a$ 에 대하여 함수  $g(x) = |f(x)f(a-x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때,  $\frac{g(4a)}{f(0) \times f(4a)}$ 의 값을 구하시오. [4점]

105

$x = \frac{a}{2}$ 에서 대칭



$\therefore b = -1$

$a = 2, f(x) = -(x-1)(x+1)(x-3)$

$g(8) = |f(8) \cdot f(-6)|$   
 $= |f(8)|^2 = 9^2 \cdot 7^2 \cdot 5^2$

$f(8) = (-9) \cdot (-7) \cdot (-5)$

$f(0) = -3$

$\therefore \frac{9 \cdot 7 \cdot 5}{3} = 105$

\* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.