

수학 영역 (나형)

성명

수험번호

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰십시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

긴 여행의 날들, 끝없는 행운만이 그대와 함께이길

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

2020년 8월 29일 시행 Epsilon 모의고사 1회 (나형)

출제위원 : 성균관대학교 수학교육과 수학문제연구학회 Epsilon

19학번 : 강종우, 박석준, 백수정, 윤황규, 장지원, 정재훈, 정지혁, 황주영

20학번 : 김동연, 김동해, 김유진, 김태희, 송문주, 이도윤, 이선우, 정원철, 최인환

편집위원 : 성균관대학교 수학교육과 수학문제연구학회 Epsilon 편집위원회

19학번 : 강종우, 백수정

20학번 : 김유진, 김태희

검토위원 :

서희수 (성균관대학교 수학교육과 16)

김동현 (성균관대학교 수학교육과 18)

도대현 (성균관대학교 수학교육과 19)

박지용 (성균관대학교 수학교육과 19)

최정우 (성균관대학교 수학교육과 19)

최진우 (성균관대학교 수학교육과 19)

이상현 (성균관대학교 수학교육과 20)

이병주 (성균관대학교 수학교육과 20)

최연조 (성균관대학교 수학교육과 20)

엡실론(Epsilon) 팀 혹은 엡실론(Epsilon) 모의고사에 관하여 문의 사항이 있으신 경우 gasonha373@naver.com 으로 연락 주시기 바랍니다.

제 2 교시

Epsilon

수학 영역(나형)



성균관대학교 수학교육과 Epsilon 주관

5지선다형

1. $\sqrt{6} \times 24^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 12

2. 함수 $f(x) = 2x^3 + 5x^2 + 1$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [2점]

- ① 4 ② 8 ③ 12 ④ 16 ⑤ 20

3. $\tan \frac{11}{6}\pi$ 의 값은? [2점]

- ① $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

4. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A \cup B) = \frac{1}{2}, \quad P(A^c \cap B) = \frac{1}{6}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{5}{24}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{7}{24}$

5. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{x^3+1}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

6. 첫째항이 2이고 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

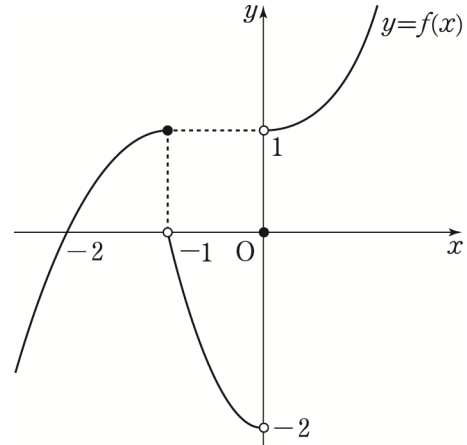
$$a_2 \times a_3 = a_5$$

일 때, a_6 의 값은? [3점]

- ① 40 ② 48 ③ 56 ④ 64 ⑤ 72

7. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음과 같을 때,

$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 의 값은? [3점]



- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

8. 상수 k 에 대하여 함수 $f(x) = x^3 - kx^2 + 5x - 4$ 가 $x=1$ 에서 극대일 때, $f(k)$ 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

9. 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	a	$\frac{1}{3}$	$2a$	1

$E(6X-2)$ 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

10. 좌표평면 위의 서로 다른 두 점 $A(2a, \log_2 2a)$,

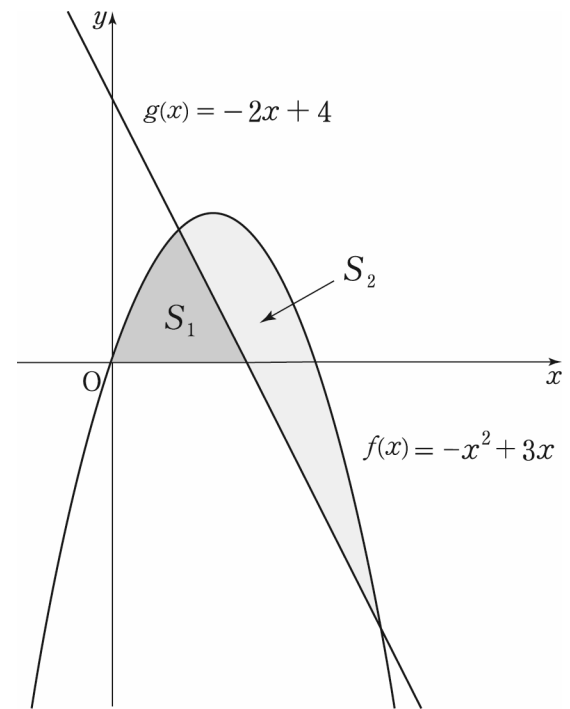
$B\left(\frac{1}{a}, \log_4 \frac{1}{a}\right)$ 에 대하여 삼각형 OAB의 넓이가 x 축에 의해 이등분될 때, a 의 값은? (단, $a > 0$ 이고, O는 원점이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ 2 ⑤ 4

11. 어느 고등학교 학생들의 기말고사 수학 시험 점수는 평균이 m 점, 표준편차가 σ 점인 정규분포를 따른다고 한다. 이 고등학교 학생 중 36명을 임의추출하여 구한 수학 시험 점수의 표본평균이 52점이고, 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $a \leq m \leq 57.88$ 이다. $a - \sigma$ 의 값은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(0 \leq Z \leq 1.96) = 0.475$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 24.2 ② 26.16 ③ 28.12 ④ 30.08 ⑤ 32.04

12. 두 함수 $f(x) = -x^2 + 3x$ 와 $g(x) = -2x + 4$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = g(x)$ 및 x 축으로 둘러싸인 부분 중 직선 $y = g(x)$ 의 아랫부분에 있는 영역의 넓이를 S_1 , 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = g(x)$ 로 둘러싸인 영역의 넓이를 S_2 라 하자. $S_2 - S_1$ 의 값은? [3점]



- ① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

13. 함수 $f(x) = 3\sqrt{1 - \sin^2 2x} + 5$ 의 주기를 a , 최댓값을 b , 최솟값을 c 라고 할 때, abc 의 값은? [3점]

- ① 16π ② 20π ③ 24π ④ 28π ⑤ 32π

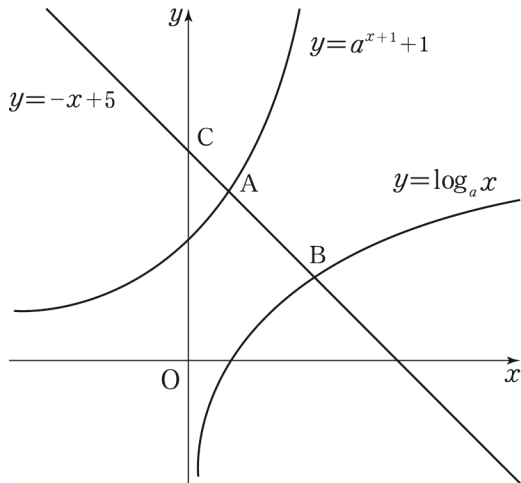
14. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t (t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - kt + 2$$

이다. 시각 $t=1$, $t=2$ 에서 점 P가 원점을 지날 때, 시각 $t=k$ 에서 점 P의 위치는? (단, k 는 상수이다.) [4점]

- ① 80 ② 100 ③ 120 ④ 140 ⑤ 160

15. 그림과 같이 두 곡선 $y=a^{x+1}+1$, $y=\log_a x$ ($a > 1$)와 직선 $y=-x+5$ 의 교점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y=-x+5$ 가 y 축과 만나는 점을 C라 하자. 점 A가 선분 BC를 2:1로 내분할 때, a 의 값은? [4점]



- ① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{7}$

16. 서로 다른 종류의 샤프 3개와 같은 종류의 연필 4개를 다음 조건을 만족시키도록 같은 종류의 필통 4개에 남김없이 넣는 경우의 수는? [4점]

(가) 각 필통에 넣을 수 있는 샤프의 개수는 2 이하이다.
 (나) 샤프를 넣지 않은 필통에는 적어도 하나의 연필을 넣는다.

- ① 39 ② 41 ③ 43 ④ 45 ⑤ 47

17. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)(x-1)}{f(x)+x-1} = -\frac{1}{2} \text{ 을 만족시킬 때, } f(3) \text{ 의 값은? [4점]}$$

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

18. 다음은 방정식 $(3-x)(nx+y+2z+2w) = 4n$ 을 만족시키는 네 자연수 x, y, z, w 의 모든 순서쌍 (x, y, z, w) 의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=6}^{13} a_n$ 의 값을 구하는 과정이다. (단, n 은 6 이상의 자연수이다.)

방정식 $(3-x)(nx+y+2z+2w) = 4n$ 을 만족시키는 자연수 x 는 (1) ' $x=1$ 인 경우'와 (2) ' $x=2$ 인 경우'가 있다.

(1) $x=1$ 인 경우:

$$2 \times (n+y+2z+2w) = 4n \text{ 에서 } y+2z+2w = n \text{ 이다.}$$

이때, i) ' $n=2k$ 인 경우'와 ii) ' $n=2k+1$ 인 경우'가 있다.

(단, k 는 3 이상의 자연수이다.)

i) $n=2k$ 인 경우:

$$y+2z+2w = 2k \text{ 를 만족시키는 자연수}$$

y, z, w 의 모든 순서쌍 (y, z, w) 의 개수는

$${}_{k-1}C_2 \text{ 이다.}$$

ii) $n=2k+1$ 인 경우:

$$y+2z+2w = 2k+1 \text{ 을 만족시키는 자연수}$$

y, z, w 의 모든 순서쌍 (y, z, w) 의 개수는

$$\boxed{\text{가}} \text{ 이다.}$$

(2) $x=2$ 인 경우:

$$2n+y+2z+2w = 4n \text{ 에서 } y+2z+2w = 2n \text{ 이다.}$$

$y+2z+2w = 2n$ 을 만족시키는 자연수 y, z, w 의 모든

순서쌍 (y, z, w) 의 개수는 $\boxed{\text{나}}$ 이다.

따라서

$$\begin{aligned} \sum_{n=6}^{13} a_n &= \sum_{k=3}^6 {}_{k-1}C_2 + \sum_{k=3}^6 \boxed{\text{가}} + \sum_{n=6}^{13} \boxed{\text{나}} \\ &= \boxed{\text{다}} \text{ 이다.} \end{aligned}$$

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(k)$, (나)에 알맞은 식을 $g(n)$,

(다)에 알맞은 수를 r 라 할 때, $f(9) + g(6) + r$ 의 값은? [4점]

- ① 372 ② 376 ③ 380 ④ 384 ⑤ 388

19. 갑과 을이 두 개의 동전을 동시에 던져 다음과 같은 시행을 한다고 할 때, 4점 이상을 먼저 얻는 사람이 이긴다고 하자. 갑이 이겼을 때, 을의 점수가 2점일 확률은? (단, 갑과 을이 동시에 4점 이상이 되는 경우는 비긴 것으로 한다.) [4점]

(가) 둘 다 앞면이 나오면 갑만 2점을 얻는다.
 (나) 둘 다 뒷면이 나오면 을만 2점을 얻는다.
 (다) 앞면과 뒷면이 한 개씩 나오면 갑과 을 모두 1점씩 얻는다.

- ① $\frac{10}{27}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{14}{27}$ ④ $\frac{16}{27}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

20. 두 함수 $f(x) = x^4 - 6x^2 + 8$, $g(x) = x^3 - 4x$ 가 있다. 함수 $h(x) = f(x) - |g(x)|$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $\int_0^2 h(x) dx < 0$

ㄴ. 모든 실수 x 에 대하여 $\int_0^x h(t) dt = \int_{-x}^0 h(t) dt$ 이다.

ㄷ. 방정식 $\int_0^x h(t) dt = 0$ 은 오직 하나의 실근을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. 모든 항이 0이 아닌 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, 두 수열 $\{a_n\}$ 과 $\{S_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \frac{kS_n}{a_n}$$

을 만족시킨다. $a_{10} + a_{20} = 75$ 이고 $S_9 = 140$ 일 때, a_{15} 의 값은?
(단, k 는 상수이다.) [4점]

- ① 32 ② $\frac{75}{2}$ ③ 43 ④ $\frac{97}{2}$ ⑤ 54

단답형

22. ${}_3H_7$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\int_{-1}^2 (3x^2 + 6x - 1) dx$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. $(x^2+2)\left(2x+\frac{1}{x}\right)^3$ 의 전개식에서 x 의 계수를 구하시오. [3점]

25. 삼각형 ABC가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \angle A : \angle B : \angle C = 3 : 4 : 5$$

$$(나) \overline{AC} + \overline{BC} = 2 + \sqrt{6}$$

삼각형 ABC의 외접원의 넓이가 $k\pi$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하시오. [3점]

26. 모든 항이 양수인 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

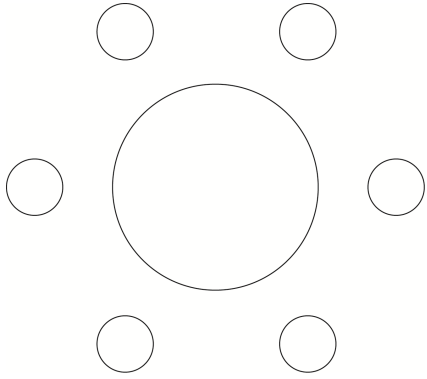
$$(가) a_{n+1} - a_n = a_1$$

(나) a_n 은 x 에 대한 이차방정식 $x^2 + x - b_n = 0$ 의 실근이다.

$\sum_{n=1}^5 b_n = 540$ 일 때, b_3 의 값을 구하시오. [4점]

27. 그림과 같이 원 모양의 식탁에 6개의 의자가 같은 간격으로 배치되어있다. A, B, C, D가 6자리 중 4자리에 앉으려 할 때, 다음 조건을 만족시키면서 앉는 방법의 수를 구하시오. (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

- (가) A의 양 옆자리는 비어 있지 않다.
 (나) B의 양 옆자리 중 적어도 한 자리는 비어 있다.



28. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

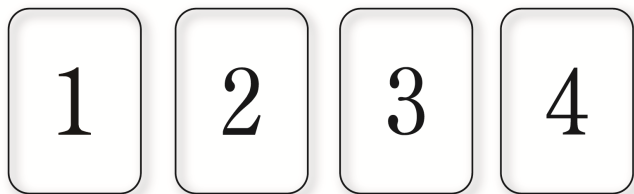
$$\int_0^x f(t) dt \geq 3x$$

를 만족시킨다. $\int_0^2 f(x) dx = 2 \int_{-1}^1 f(x) dx = 10$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 앞면에는 숫자 1, 2, 3, 4가 적혀있고 뒷면에는 숫자 0이 적혀있는 카드 4장이 있다. 한 개의 동전을 한 번 던져 다음 규칙에 따라 임의로 카드를 뒤집는 시행을 한다.

동전이 앞면이 나오면 3장의 카드를 동시에 뒤집고, 뒷면이 나오면 2장의 카드를 동시에 뒤집는다.

이 시행을 2번 반복할 때, 카드에 보이는 수의 합이 7 이하일 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 하자. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 일차함수 $f(x)$ 와 최고차항의 계수가 2인 삼차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 직선 $y=f(x)$ 와 곡선 $y=g(x)$ 가 만나는 점의 개수는 2이고, 두 교점의 x 좌표의 합은 3이다.
 (나) 닫힌구간 $[-n, n]$ (n 은 자연수)에서 방정식 $f'(x)=g'(x)$ 의 서로 다른 실근의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^3 a_n = 4$ 이다.

$|g(1)-f(1)|$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.