제 3 교시

2021학년도 사관학교 1차 선발시험 문제지

수 학 영 역

가형

성명		수험번호							

○ 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하시오.

○ 먼저 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 기입하시오.

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확하게 표기하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오.

○ 주관식 답의 숫자는 자리에 맞추어 표기하며, ‘0’이 포함된 경우에는 ‘0’을 OMR 답안지에 반드시 표기하시오.

※ 시험 시작 전까지 표지를 넘기지 마시오.

공 란

기출의 파급효과 수학

https://atom.ac/books/7241
기출의 파급효과 수학 시리즈

https://cafe.naver.com/spreadeffect
파급의 기출효과 NAVER 카페

기출의 파급효과 수학은 기출로부터 얻을 수 있는 도구와 태도를 정리하고 체화하여 일관적으로 준킬러 이상 기출을 뚫어가는 교재입니다. 교재 내에 평가원분만 아니라 교육청, 사관학교, 경찰대 주요 기출 선별이 모두 되어 있습니다.

학습하시다 질문이 생기신다면 '파급의 기출효과' 카페에서 질문을 할 수 있습니다.
교재 인증을 하시면 질문 게시판을 이용하실 수 있습니다.

파급효과, 법사 님, 출기능수 님, 백건아 님 등등 **오르비 저자분들이 올리시는 학습자료를 받아보실 수 있습니다.**
위 저자 분들의 컨텐츠 질문 답변도 교재 인증 시 가능합니다.

이외에도 **검증된 우수한 컨설팅 팀 TWCG가 정리한 과거부터 현재까지 정시, 수시 입결을 확인할 수 있습니다.**
입시에 대한 질문은 가입하시기만 하면 TWCG 팀장 및 팀원분들께 하실 수 있습니다.

더 궁금하시다면 https://cafe.naver.com/spreadeffect/15에서 확인하시면 됩니다.

1. $\left(\frac{9}{4}\right)^{-\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{8}{27}$ ④ $\frac{16}{81}$ ⑤ $\frac{32}{243}$

$$\left(\frac{4}{9}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{4}{9} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$$

③

2. $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{n^2+5n}-n}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt{n^2+5n}+n}{5n} = \frac{2}{5}$$

②

3. $\sin\theta = -\frac{1}{3}$ 일 때, $\frac{\cos\theta}{\tan\theta}$ 의 값은? [2점]

① -4 ② $-\frac{11}{3}$ ③ $-\frac{10}{3}$ ④ -3 ⑤ $-\frac{8}{3}$

$$\frac{\cos^2\theta}{\sin\theta} = \frac{\frac{8}{9}}{-\frac{1}{3}} = -\frac{8}{3}$$

5

4. $\left(x^3 + \frac{1}{x}\right)^5$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는? [3점]

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

${}_5C_k \left(x^3\right)^k \left(\frac{1}{x}\right)^{5-k}$

$3k+k-5 = 3$ $k=2$

2

5. 함수 $y = 4^{x} - 1$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프가 함수 $y = 2^{2x-3} + 3$의 그래프와 일치할 때, ab의 값은? [3점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

5

$y = 4^{x-a} - 1 + b$

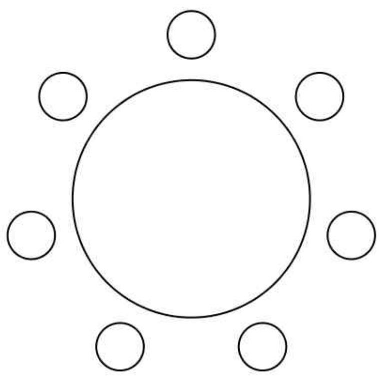
$\frac{3}{2} \times 4 = 6$

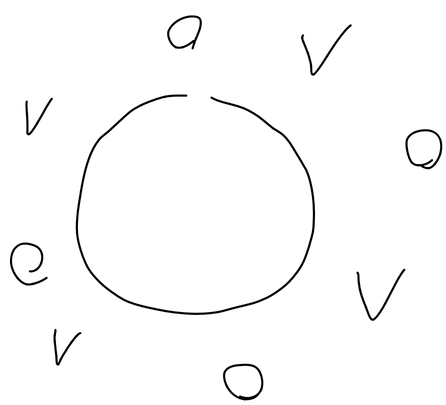
$2a = 3$ $b = 4$

6. 그림과 같이 원형 탁자에 7개의 의자가 일정한 간격으로 놓여 있다. A, B, C를 포함한 7명의 학생이 모두 이 7개의 의자에 앉으려고 할 때, A, B, C 세 명 중 어느 두 명도 서로 이웃하지 않도록 앉는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

$3! \times {}_4C_3 \times 3!$

$= 144$





① 108 ② 120 ③ 132 ④ 144 ⑤ 156

4

7. 곡선 $x^2-2xy+3y^3=5$ 위의 점 $(2,\ -1)$에서의 접선의 기울기는? [3점]

① $-\frac{6}{5}$ ② $-\frac{5}{4}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ -2

$2x-2y-2xy'+9y^2y'=0$

①

$4+2-4y'+9y'=0$

$y'=\frac{-6}{5}$

8. x에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x} \geq \left(\frac{1}{16}\right)^{x-1} \\ \log_2 4x < \log_2 (x+k) \end{cases}$$

$x>0$

의 해가 존재하지 않도록 하는 양수 k의 최댓값은? [3점]

① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

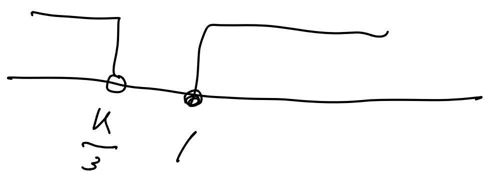
$1-x \leq 4x-4$

$1 \leq x$

$4x < x+k$

$x < \frac{k}{3}$

①



$\frac{k}{3} \leq 1$

$\Downarrow$

$k \leq 3$

9. 다섯 개의 자연수 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 3개의 수를 택할 때, 택한 세 수의 곱이 6 이상인 경우의 수는? [3점]

① 23 ② 25 ③ 27 ④ 29 ⑤ 31

4

$_5H_3 - 6 = 35 - 6 = 29$

곱이 1 2 3 4 5

(111) (112) (113) (114) (115)

(122)

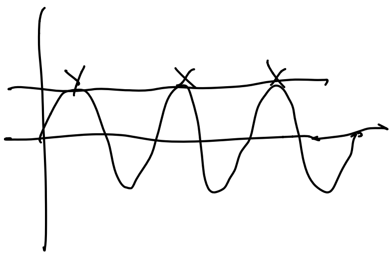
10. $0 \le x < 2\pi$ 일 때, 방정식 $\cos^2 3x - \sin 3x + 1 = 0$ 의 모든 실근의 합은? [3점]

① $\frac{3}{2}\pi$ ② $\frac{7}{4}\pi$ ③ 2π ④ $\frac{9}{4}\pi$ ⑤ $\frac{5}{2}\pi$

$1 - \sin^2 3x - \sin 3x + 1 = 0$ 5

$\sin 3x = t$ $t^2 + t - 2 = 0$

$\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6} + \frac{2}{3}\pi, \frac{\pi}{6} + \frac{4}{3}\pi$ $(t+2)(t-1) = 0$



$\frac{\pi}{2} + 2\pi = \frac{5}{2}\pi$

11. 함수 $f(x)=\dfrac{e^x}{\sin x+\cos x}$에 대하여 $-\dfrac{\pi}{4}<x<\dfrac{3}{4}\pi$에서 방정식 $f(x)-f'(x)=0$의 실근은? [3점]

① $-\dfrac{\pi}{6}$ ② $\dfrac{\pi}{6}$ ③ $\dfrac{\pi}{4}$ ④ $\dfrac{\pi}{3}$ ⑤ $\dfrac{\pi}{2}$

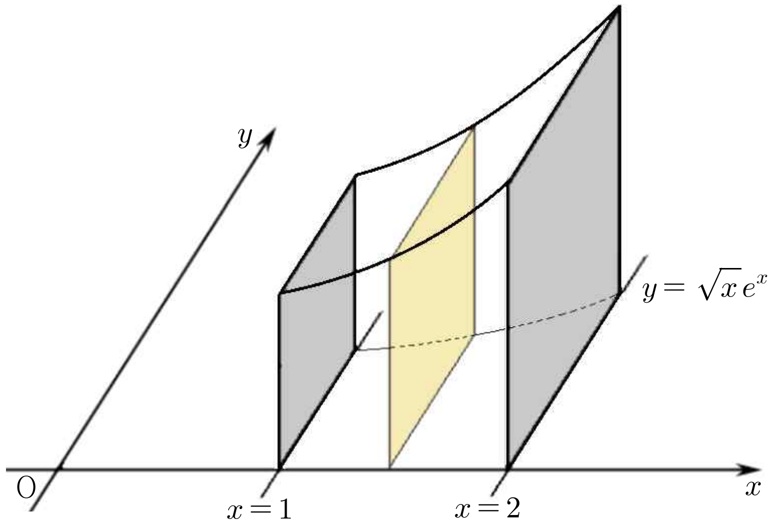
$$f'(x)=\frac{e^x(\sin x+\cos x-\cos x+\sin x)}{(\sin x+\cos x)^2}$$

3

$\sin x+\cos x=2\sin x$

$\tan x=1$

12. 그림과 같이 곡선 $y=\sqrt{x}e^{x}\,(1 \le x \le 2)$와 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=2$로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



① $\dfrac{e^4+e^2}{4}$　② $\dfrac{2e^4-e^2}{4}$　③ $\dfrac{2e^4+e^2}{4}$　④ $\dfrac{3e^4-e^2}{4}$　⑤ $\dfrac{3e^4+e^2}{4}$

4

$$\int_1^2 xe^{2x}\,dx = \left[\left(\frac{x}{2}-\frac{1}{4}\right)e^{2x}\right]_1^2$$

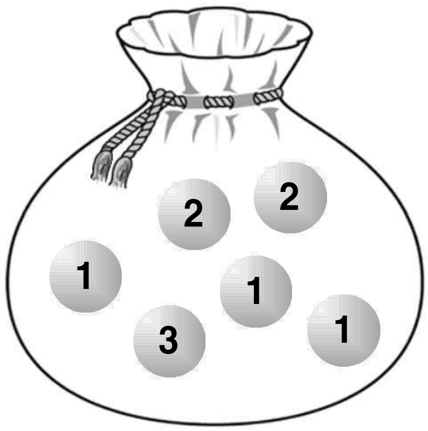
$$= \frac{3}{4}e^4 - \frac{1}{4}e^2$$

$$= \frac{3e^4-e^2}{4}$$

13. 주머니에 1, 1, 1, 2, 2, 3 의 숫자가 하나씩 적혀 있는 6 개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 2 개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적힌 두 수의 차를 확률변수 X 라 하자. $\mathrm{E}(X)$의 값은? [3점]

① $\frac{14}{15}$ ② 1 ③ $\frac{16}{15}$ ④ $\frac{17}{15}$ ⑤ $\frac{6}{5}$

①



0	1	2
$\frac{{}_3C_2+{}_2C_2}{{}_6C_2}$	$\frac{1\times{}_2C_1+{}_2C_1\times{}_3C_1}{{}_6C_2}$	$\frac{1\times{}_3C_1}{{}_6C_2}$
$\parallel$	$\parallel$	$\parallel$
$\frac{4}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{3}{15}$

$E(x)=\frac{8+6}{15}=\frac{14}{15}$

14. 함수 $f(x) = \ln x$에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n+k}f\left(1+\frac{k}{n}\right)$의 값은? [4점]

① $\ln 2$ ② $(\ln 2)^2$ ③ $\frac{\ln 2}{2}$ ④ $\frac{(\ln 2)^2}{2}$ ⑤ $\frac{(\ln 2)^2}{4}$

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{\frac{1}{n}}{1+\frac{k}{n}}f\left(1+\frac{k}{n}\right)$$

④

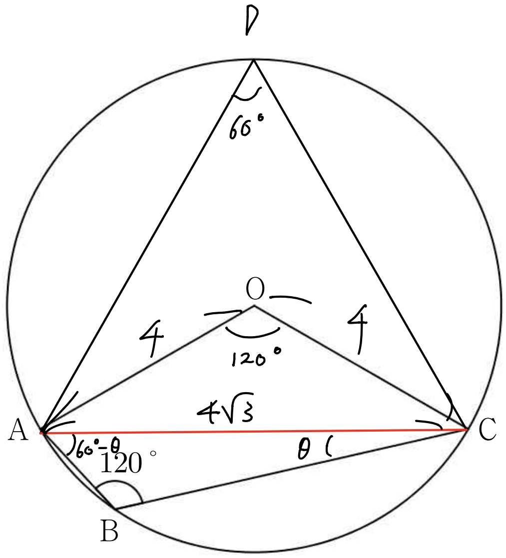
$$= \int_1^2 \frac{f(x)}{x}\,dx$$

$$= \left[\frac{1}{2}(\ln x)^2\right]_1^2 = \frac{(\ln 2)^2}{2}$$

15. 그림과 같이 반지름의 길이가 4이고 중심이 O인 원 위의 세 점 A, B, C에 대하여

$$\angle ABC = 120^\circ,\ \overline{AB} + \overline{BC} = 2\sqrt{15}$$

일 때, 사각형 OABC의 넓이는? [4점]



$\overline{AB} = 8\sin\theta$

$\overline{BC} = 8\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right)$

$\sin\theta + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta - \frac{1}{2}\sin\theta$

$= \frac{\sqrt{15}}{4}$

$\frac{1}{2}\sin\theta + \frac{\sqrt{3}}{2}\cos\theta = \frac{\sqrt{15}}{4}$

$\sin\left(\theta + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{15}}{4}$

① $5\sqrt{3}$ ② $\frac{11\sqrt{3}}{2}$ ③ $6\sqrt{3}$ ④ $\frac{13\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $7\sqrt{3}$

$\triangle OAC = 4\sqrt{3}$

$\triangle ABC = \frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times 64\sin\theta\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right) = 16\sqrt{3}\times\frac{3}{16} = 3\sqrt{3}$

$\sin\theta = \frac{\sqrt{15}}{4}\times\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

5

$\sin\left(\frac{\pi}{3}-\theta\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{15}}{4}$

16. 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(m, 4^2)$을 따르고, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(20, \sigma^2)$을 따른다. 확률변수 X의 확률밀도함수가 $f(x)$일 때, $f(x)$와 두 확률변수 X, Y가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x+10)=f(20-x)$이다.
(나) $\mathrm{P}(X \geq 17)=\mathrm{P}(Y \leq 17)$

$f(x+15) = f(15-x) \Rightarrow m=15$

z	$\mathrm{P}(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

$\mathrm{P}(X \leq m+\sigma)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, $\sigma > 0$) [4점]

① 0.6915 ② 0.7745 ③ 0.9104 ④ 0.9332 ⑤ 0.9772

$P\left(Z \geq \frac{17-15}{4}\right) = P\left(Z \leq \frac{-3}{\sigma}\right)$

$\frac{1}{2} = \frac{3}{\sigma}, \quad \sigma = 6$

$P(X \leq m+\sigma) = P\left(Z \leq \frac{3}{2}\right)$

④

17. 다음은 모든 자연수 n에 대하여 부등식

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{{}_{2k}\mathrm{P}_k}{2^k} \le \frac{(2n)!}{2^n} \quad \cdots\cdots \ (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

(i) $n=1$일 때,　　$\frac{2!}{2}=1$

(좌변)$=\frac{{}_{2}\mathrm{P}_1}{2^1}=1$이고, (우변)$=\boxed{(가)}$이므로 $(*)$이 성립한다.

(ii) $n=m$일 때, $(*)$이 성립한다고 가정하면

$$\sum_{k=1}^{m} \frac{{}_{2k}\mathrm{P}_k}{2^k} \le \frac{(2m)!}{2^m}$$

이다. $n=m+1$일 때,

$$\sum_{k=1}^{m+1} \frac{{}_{2k}\mathrm{P}_k}{2^k} = \sum_{k=1}^{m} \frac{{}_{2k}\mathrm{P}_k}{2^k} + \frac{{}_{2m+2}\mathrm{P}_{m+1}}{2^{m+1}}$$

$$= \sum_{k=1}^{m} \frac{{}_{2k}\mathrm{P}_k}{2^k} + \frac{\boxed{(나)}\,(2m+2)!}{2^{m+1}\times(m+1)!}$$

$$\le \frac{(2m)!}{2^m} + \frac{\boxed{(나)}\,(2m+2)!}{2^{m+1}\times(m+1)!}$$

$$= \frac{\overset{(2m+2)!}{\boxed{(나)}}}{2^{m+1}} \times \left\{ \frac{1}{\underset{(m+1)(2m+1)}{\boxed{(다)}}} + \frac{1}{(m+1)!} \right\}$$

$$< \frac{(2m+2)!}{2^{m+1}}$$

이다. 따라서 $n=m+1$일 때도 $(*)$이 성립한다.

(i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{{}_{2k}\mathrm{P}_k}{2^k} \le \frac{(2n)!}{2^n}$$

이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$이라 할 때, $p+\frac{f(2)}{g(4)}$의 값은? [4점]

① 16　　② 17　　③ 18　　④ 19　　⑤ 20

②

$1+\frac{6!}{5\times 9}=17$

18. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n+1}=-a_n+3a_{n+1}$
(나) $a_{2n+2}=a_n-a_{n+1}$

$a_1=1$, $a_2=2$일 때, $\sum_{n=1}^{16} a_n$의 값은? [4점]

① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

$a_{2n+1}+a_{2n+2}=2a_{n+1}$

$1+2+14\times 2=31$

$a_3+a_4=2a_2$

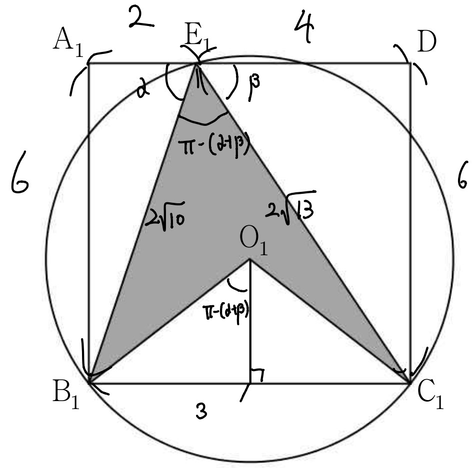
$a_5+a_6=2a_3$ $\quad 4a_2$

$\vdots$ $\quad 4a_3$ $\quad 8a_2$

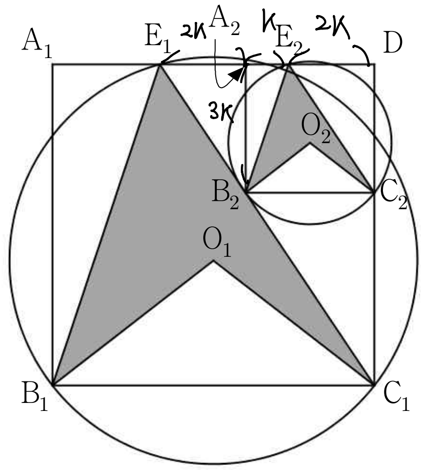
$a_{15}+a_{16}=2a_8$ $\quad 4a_4$

①

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정사각형 $A_1B_1C_1D$에서 선분 A_1D를 $1:2$로 내분하는 점을 E_1이라 하고, 세 점 B_1, C_1, E_1을 지나는 원의 중심을 O_1이라 하자. 삼각형 $E_1B_1C_1$의 내부와 삼각형 $O_1B_1C_1$의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 선분 E_1D 위의 점 A_2, 선분 E_1C_1 위의 점 B_2, 선분 C_1D 위의 점 C_2와 점 D를 꼭짓점으로 하는 정사각형 $A_2B_2C_2D$를 그린다. 정사각형 $A_2B_2C_2D$에서 선분 A_2D를 $1:2$로 내분하는 점을 E_2라 하고, 세 점 B_2, C_2, E_2를 지나는 원의 중심을 O_2라 하자. 삼각형 $E_2B_2C_2$의 내부와 삼각형 $O_2B_2C_2$의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



R_1



R_2 …

① $\frac{90}{7}$ ② $\frac{275}{21}$ ③ $\frac{40}{3}$ ④ $\frac{95}{7}$ ⑤ $\frac{290}{21}$

$r\sin(\alpha+\beta) = 3$

$5k = 4 \quad k = \frac{4}{5}$

$\tan(\alpha+\beta) = \dfrac{3+\frac{3}{2}}{1-\frac{9}{2}} = -\dfrac{9}{7}$

②

$\tan(\pi-(\alpha+\beta)) = \frac{9}{7}$

$\dfrac{11}{1-\frac{4}{25}} =$

$\sin(\pi-(\alpha+\beta)) = \frac{9}{\sqrt{130}}$

$S_1 = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{130} \times \frac{9}{\sqrt{130}} - 9 \times \frac{7}{9} = 11$

$\dfrac{11 \times 25}{21} = \dfrac{275}{21}$

20. 세 상수 a, b, c $(a>0,\ c>0)$에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases}-ax^2+6ex+b & (x<c)\\ a(\ln x)^2-6\ln x & (x\ge c)\end{cases}$$

$$f'(x)=\begin{cases}-2ax+6e & (x<c)\\ 2a\dfrac{\ln x}{x}-\dfrac{6}{x} & (x\ge c)\end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다. $f(x)$는 증가 함수

(나) 함수 $f(x)$의 역함수가 존재한다.

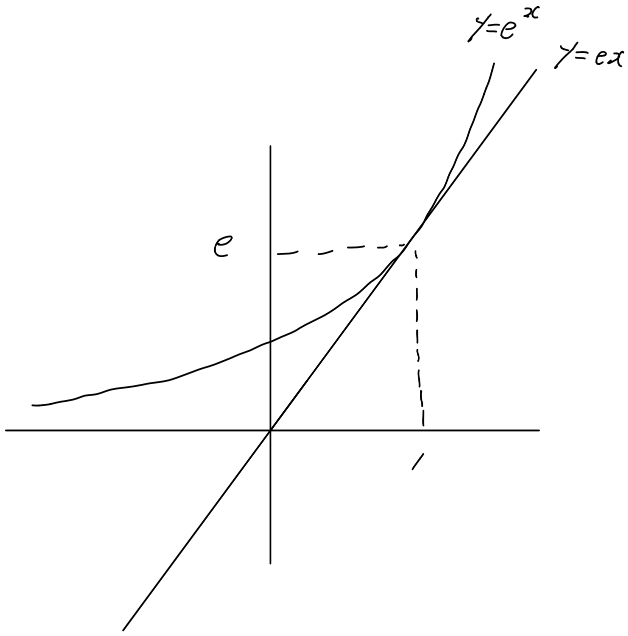
$f\left(\dfrac{1}{2e}\right)$의 값은? [4점]

3

① $-4\left(e^2+\dfrac{1}{4e^2}\right)$ ② $-4\left(e^2-\dfrac{1}{4e^2}\right)$ ③ $-3\left(e^2+\dfrac{1}{4e^2}\right)$

④ $-3\left(e^2-\dfrac{1}{4e^2}\right)$ ⑤ $-2\left(e^2+\dfrac{1}{4e^2}\right)$

$$e^{\frac{3}{a}} \le c \le \frac{3e}{a}$$



$a=3$, $c=e$

$$-3e^2+6e^2+b=3-6$$

$$b=-3e^2-3$$

$$f\left(\frac{1}{2e}\right)=\frac{-3}{4e^2}+\cancel{3}-3e^2-\cancel{3}=-3\left(e^2+\frac{1}{4e^2}\right)$$

21. 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\int_0^x |t\sin t|\,dt-\left|\int_0^x t\sin t\,dt\right| \qquad f(0)=0$$

라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

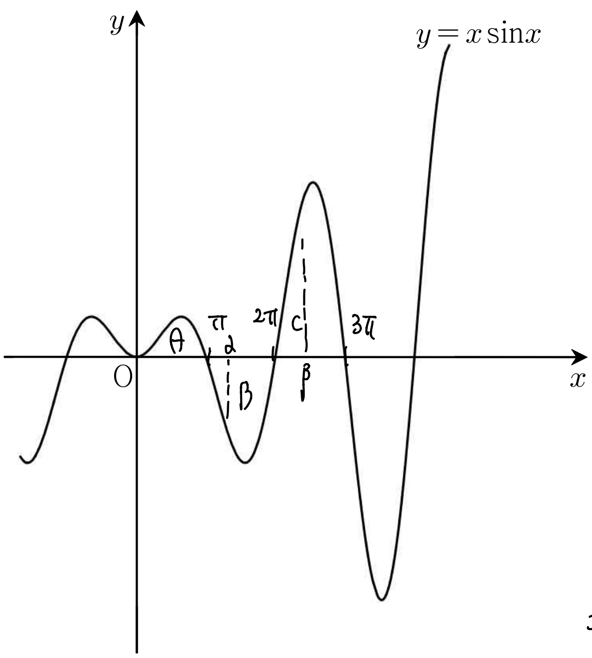
ㄱ. $f(2\pi)=2\pi$ $A+B-(B-A)=2A$ $2A=2\pi$

ㄴ. $\pi<\alpha<2\pi$인 α에 대하여 $\int_0^{\alpha} t\sin t\,dt=0$이면 $f(\alpha)=\pi$이다.

ㄷ. $2\pi<\beta<3\pi$인 β에 대하여 $\int_0^{\beta} t\sin t\,dt=0$이면 $\int_{\beta}^{3\pi} f(x)\,dx=6\pi(3\pi-\beta)$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

3



$A=\pi$

$B=3\pi$

$C=2\pi$

$B=A+C$

$[3\pi,\ \beta]$

$2\int_0^{\pi} x\sin x\,dx$

$=2\left[-x\cos x+\sin x\right]_0^{\pi}$

$=2\pi$

$2\int_{\pi}^{2\pi} x\sin x\,dx$

$=2\left[-x\cos x+\sin x\right]_{\pi}^{2\pi}$

$=-6\pi$

$f(x)=A+B+C'-(A-B+C')=2B=6\pi$

22. 함수 $f(x)=5\sin\left(\frac{\pi}{2}x+1\right)+3$의 주기를 p, 최댓값을 M이라 할 때, $p+M$의 값을 구하시오. [3점]

$\frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}}=4$

12

$p=4$, $M=5+3=8$

23. 모평균이 15이고 모표준편차가 8인 모집단에서 크기가 4인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $\mathrm{E}(\overline{X})+\sigma(\overline{X})$의 값을 구하시오. [3점]

19

$X \sim N(15, 8^2)$

$15+4=19$

$\overline{X} \sim N(15, 4^2)$

24. 수열 $\{(x^2-6x+9)^n\}$이 수렴하도록 하는 모든 정수 x의 값의 합을 구하시오. [3점]

$(x-3)^2 \geq 0$

$2+3+4=9$

$x^2-6x+9 \leq 1$

$x^2-6x+8 \leq 0$

9

$2 \leq x \leq 4$

25. 흰 구슬 3개와 검은 구슬 4개가 들어 있는 상자가 있다. 한 개의 주사위를 던져서 나오는 눈의 수가 3의 배수이면 이 상자에서 임의로 2개의 구슬을 동시에 꺼내고, 나오는 눈의 수가 3의 배수가 아니면 이 상자에서 임의로 3개의 구슬을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 구슬 중 검은 구슬의 개수가 2일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [3점]

$$\frac{1}{3} \times \frac{{}_4C_2}{{}_7C_2} + \frac{2}{3} \times \frac{{}_3C_1 \times {}_4C_2}{{}_7C_3}$$

$$= \frac{1}{3} \times \frac{\overset{2}{\cancel{4}} \cdot \cancel{3}}{7 \cdot \cancel{6}} + \frac{2}{3} \times \frac{3 \cdot 6}{7 \cdot 5}$$

$$= \frac{10 + 36}{105} = \frac{46}{105}$$

151

26. 두 실수 a, b와 수열 $\{c_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $(m+2)$개의 수
>
> $a,\ \log_2 c_1,\ \log_2 c_2,\ \log_2 c_3,\ \cdots\ ,\ \log_2 c_m,\ b$
>
> 가 이 순서대로 등차수열을 이룬다.
>
> (나) 수열 $\{c_n\}$의 첫째항부터 제m항까지의 항을 모두 곱한 값은 32이다.

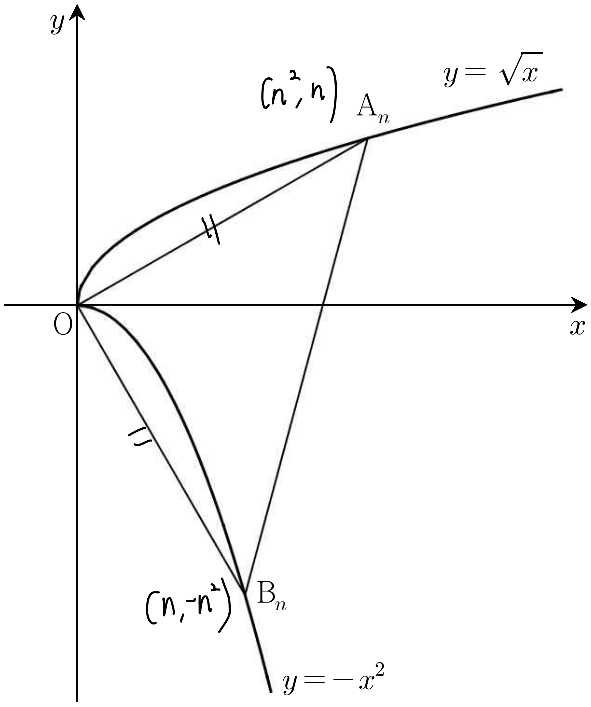
$a+b=1$일 때, 자연수 m의 값을 구하시오. [4점]

$$\sum_{n=1}^{m} \log_2 c_n = 5$$

$$\frac{m}{2}(a+b) = 5$$

10

27. 모든 자연수 n에 대하여 곡선 $y=\sqrt{x}$ 위의 점 $\mathrm{A}_n(n^2, n)$과 곡선 $y=-x^2\ (x \geq 0)$ 위의 점 B_n이 $\overline{\mathrm{OA}_n}=\overline{\mathrm{OB}_n}$을 만족시킨다. 삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{OB}_n$의 넓이를 S_n이라 할 때, $\displaystyle\sum_{n=1}^{10}\frac{2S_n}{n^2}$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]



395

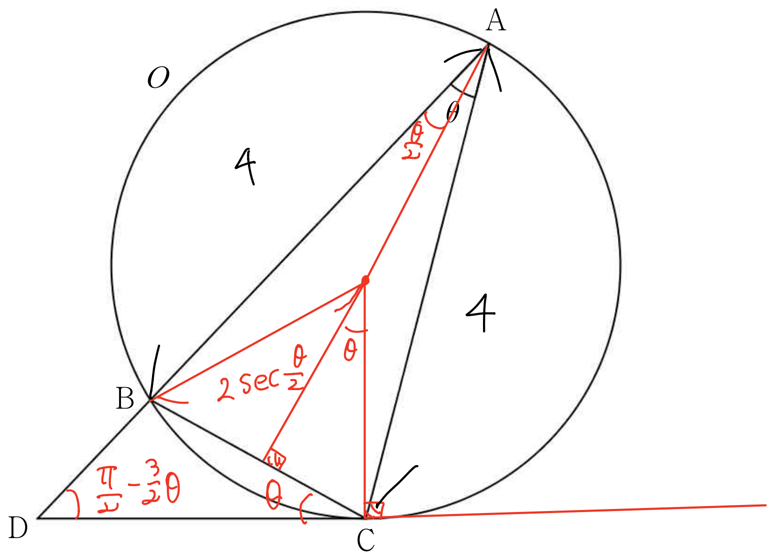
$S_n = \frac{1}{2}(n^4+n^2)$

$\sum_{n=1}^{10} n^2+1 = \frac{\overset{5}{\cancel{10}}\cdot 11\cdot \overset{7}{\cancel{21}}}{\cancel{6}}+10$

$= 395$

28. 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{AC}=4$인 이등변삼각형 ABC에 외접하는 원 O가 있다. 점 C를 지나고 원 O에 접하는 직선과 직선 AB의 교점을 D라 하자. $\angle CAB=\theta$라 할 때, 삼각형 BDC의 넓이를 $S(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta\to 0+}\frac{S(\theta)}{\theta^3}$의 값을 구하시오. (단, $0<\theta<\frac{\pi}{3}$) [4점]

8



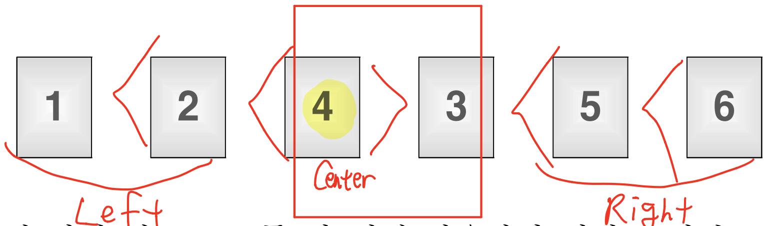
$$\overline{BC} = 4\sec\frac{\theta}{2}\sin\theta$$

$$\triangle ACD \text{에서} \quad \frac{\overline{CD}}{\sin\theta} = \frac{\overline{AC}}{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{3}{2}\theta\right)} = \frac{4}{\cos\frac{3}{2}\theta}$$

$$\overline{CD} = 4\sin\theta\sec\frac{3}{2}\theta$$

$$\frac{1}{2}\lim_{\theta\to 0}\frac{16\sin^3\theta\sec\frac{\theta}{2}\sec\frac{3}{2}\theta}{\theta^3} = 8$$

29. 그림은 여섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 여섯 장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 이웃한 두 장의 카드 중 왼쪽 카드에 적힌 수가 오른쪽 카드에 적힌 수보다 큰 경우가 한 번만 나타난 예이다.



이 여섯 장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 임의로 일렬로 나열할 때, 이웃한 두 장의 카드 중 왼쪽 카드에 적힌 수가 오른쪽 카드에 적힌 수보다 큰 경우가 한 번만 나타날 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

6

Center 빡스내 숫자

$\boxed{2^5-1}$

6

5 2^0 (1, 2, 3, 4는 무조건 Left)

4 2^1 (1, 2, 3은 무조건 Left 5는 자유)

3 2^2 (1, 2 은 무조건 Left 4, 5는 자유)

2 2^3 (1 은 무조건 Left 3, 4, 5는 자유)

1 2^4 (2, 3, 4, 5는 자유)

Center가 1, 2, 3, 4, 5일때 위와 같은 논리

$$\sum_{n=1}^{5} 2^n - 1 = 2^6 - 2 - 5 = 57$$

$$\frac{57}{720} = \frac{19}{240}$$

259

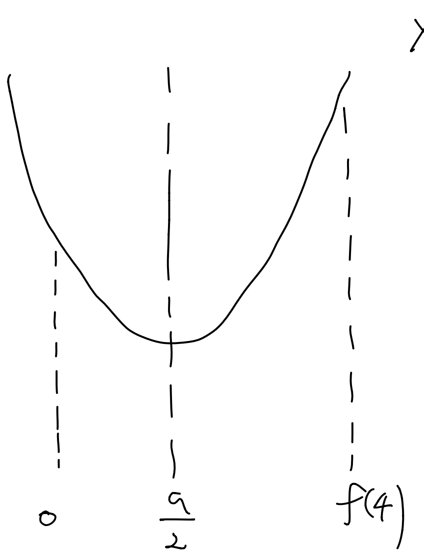
30. 두 함수 $f(x)=x^2-ax+b\ (a>0)$, $g(x)=x^2e^{-\frac{x}{2}}$ 에 대하여 상수 k와 함수 $h(x)=(f\circ g)(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

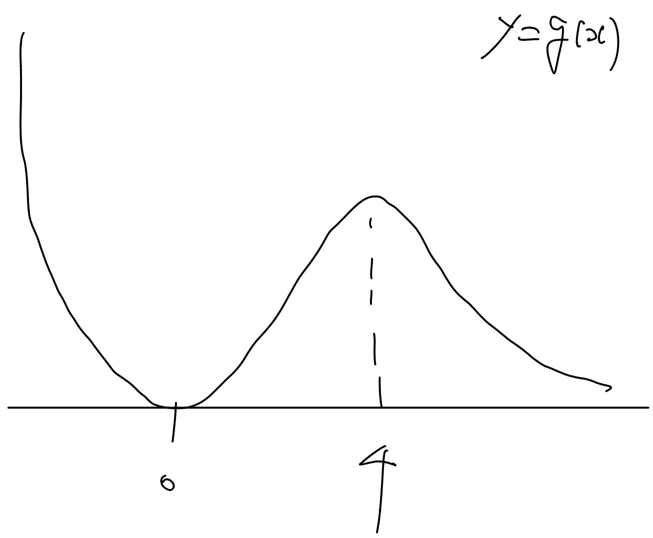
(가) $h(0)<h(4)$ (나) 방정식 $\lvert h(x)\rvert=k$의 서로 다른 실근의 개수는 7이고, 그중 가장 큰 실근을 α라 할 때 함수 $h(x)$는 $x=\alpha$에서 극소이다.

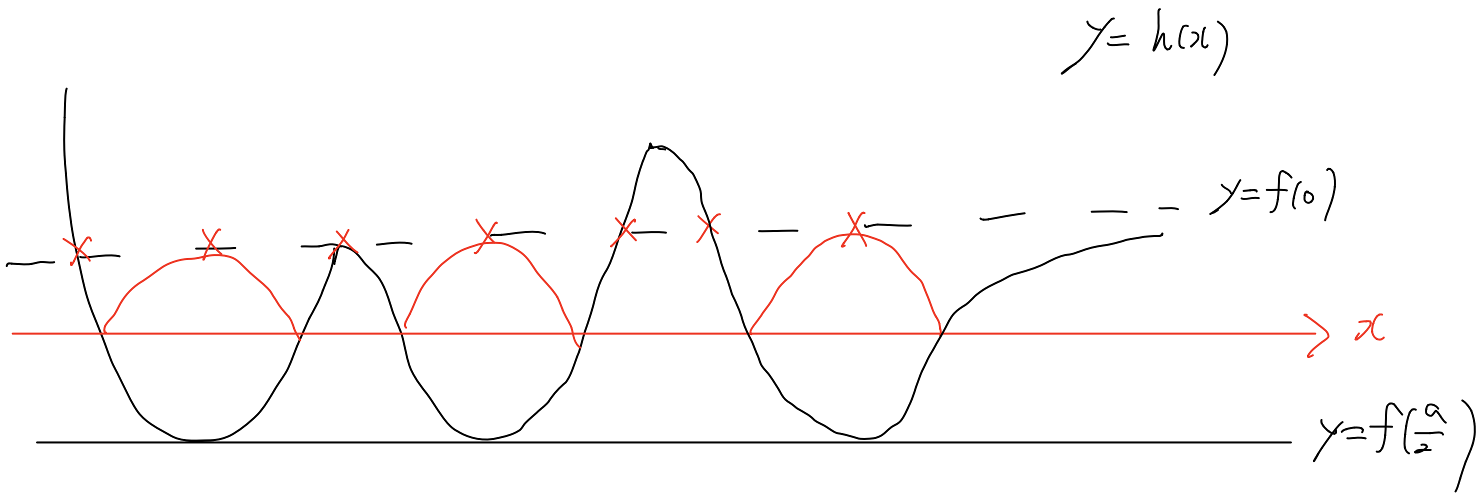
$f(1)=-\frac{7}{32}$ 일 때, 두 상수 a, b에 대하여 $a+16b$의 값을 구하시오.

$g'(x)=\left(-\frac{x^2}{2}+2x\right)e^{-\frac{x}{2}}$

(단, $\frac{5}{2}<e<3$ 이고, $\lim_{x\to\infty}g(x)=0$ 이다.) [4점]







$-f(\frac{a}{2})=f(0) \Rightarrow b=\frac{a^2}{8}$ $a-b=\frac{39}{32}$ $a=\frac{3}{2},\ b=\frac{9}{32}$ $\frac{3}{2}+\frac{9}{2}=6$

6

공　　　란