

2021학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 변형 문제지

수학 영역 (가형)

성명	
----	--

수험번호							-				
------	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 자신이 선택한 유형(가형/나형)의 문제지인지 확인하십시오.
- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정확히 기재하십시오.

소 잃고 외양간도 안 고치는 꼴이다.

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 정답에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점, 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.
- 용이 나는 개천을 만들고 있습니다.

우 주 설 모 의 평 가

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. $\sqrt[3]{2} \times 4^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{3n - \sqrt{9n^2 - 12n}}$ 의 값은? [2점]

- ① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

3. 첫째항이 1이고 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_5 = a_3 + 12$$

일 때, a_4 의 값은? [2점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

4. 6개의 문자 a, a, b, b, c, c 를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는? [3점]

- ① 30 ② 45 ③ 60 ④ 75 ⑤ 90

2

수학 영역(가형)

5. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2} = 1$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n + 2a_n^2 + n^4}{a_n^2 + n^2}$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

6. 두 양수 a, b 에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $(2, \log_2 a)$, $(3, \log_4 b)$ 을 지나는 직선이 원점을 지날 때, $\log_a b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

7. 함수

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2 \times \left(\frac{x}{4}\right)^{2n} - 1}{\left(\frac{x}{3}\right)^{2n+1} + 3}$$

에 대하여 함수 $f(x)$ 의 치역의 집합을 A 라 할 때, 집합 A 의 원소의 개수는? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

8. 열린구간 $(0, 2\pi)$ 에서 정의된 함수 $f(x) = e^{2x} \cos x$ 는 $x = \alpha$ 에서 극댓값을 갖고 $x = \beta$ 에서 극솟값을 갖는다. $\cos(\alpha + \beta)$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{4}{5}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

9. 함수

$$f(x) = \log_2(x^2 - 2x + 3)$$

가 닫힌구간 $[-k, k]$ 에서 최댓값 5, 최솟값 m 을 갖는다. $k + m$ 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{30} - 2$ ② $\sqrt{30} - 1$ ③ $\sqrt{30}$
 ④ $\sqrt{30} + 1$ ⑤ $\sqrt{30} + 2$

10. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$(x^2 - x)f(x) = \sin(n\pi x)$$

를 만족시킬 때, $f(0) + f(1) = 0$ 을 만족시키는 9이하의 자연수 n 의 개수는? [3점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

11. 실수 전체의 집합에서 각각 미분가능한 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여

$$f(x)g(x) = e^{2x}$$

이다. $\frac{f'(0)}{f(0)} = \frac{1}{2}$ 일 때, $\frac{g'(0)}{g(0)}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

12. 자연수 n 이 $2 \leq n \leq 11$ 일 때,

$$2 - |n-5|$$

의 n 제곱근 중에서 음의 실수가 존재하도록 하는 모든 n 의 값의 합은? [3점]

- ① 18 ② 21 ③ 24 ④ 27 ⑤ 30

13. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b 라 할 때, $(a-3)(a-4)(b-5)=0$ 일 확률은? [3점]

- ① $\frac{13}{36}$ ② $\frac{7}{18}$ ③ $\frac{5}{12}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{17}{36}$

14. $0 \leq \theta < 2\pi$ 일 때, 모든 실수 x 에 대하여

$$(\sin\theta)x^2 - 2(\cos\theta)x + 3\sin\theta \geq 0$$

이 항상 성립하도록 하는 모든 θ 의 값의 범위는 $\alpha \leq \theta \leq \beta$ 이다. $\alpha + 3\beta$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{5}{3}\pi$ ② 2π ③ $\frac{7}{3}\pi$ ④ $\frac{8}{3}\pi$ ⑤ 3π

6

수학 영역(가형)

15. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = -\frac{4}{3}, a_2 = -\frac{8}{3}$ 이고, 모든 자연수 n 에

$$\text{대하여 } a_{n+2} = 2a_{n+1} - 4a_n$$

을 만족시킨다. 다음은 $\sum_{n=1}^{99} a_n$ 의 값을 구하는 과정이다.

$a_{n+2} = 2a_{n+1} - 4a_n$ 일 때,
 $a_{n+3} = 2a_{n+2} - 4a_{n+1}$ 이므로, $a_{n+3} = \boxed{가} \times a_n$ 이다.
 $a_{n+3} + a_{n+4} + a_{n+5} = \boxed{가} \times (a_n + a_{n+1} + a_{n+2})$ 에 대하여
 $a_n + a_{n+1} + a_{n+2} = b_n$ 이라 하면,
 $b_{\boxed{나}}$ 은 공비가 $\boxed{가}$ 인 등비수열 이므로, 일반항
 $b_{\boxed{나}} = b_1 \times (\boxed{가})^{n-1}$ 을 얻는다.

따라서 $\sum_{n=1}^{99} a_n = \sum_{n=1}^{33} b_{\boxed{나}}$
 $= \frac{-2^{\boxed{나}} + 2^2}{9}$

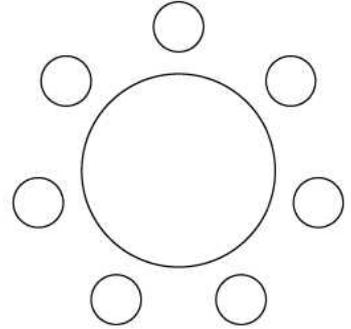
이다.

위의 (가), (나)에 알맞은 수를 각각 p, q 라 하고, (나)에 알맞은 식을 $f(n)$ 이라 할 때, $p+q+f(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 105 ② 107 ③ 109 ④ 111 ⑤ 113

16. 1학년 학생 2명, 2학년 학생 2명, 3학년 학생 3명이 있다. 이 7명의 학생이 일정한 간격을 두고 원 모양의 탁자에 모두 둘러앉을 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수는? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [4점]

- (가) 1학년 학생끼리는 이웃하지 않는다.
 (나) 2학년 학생끼리는 이웃하지 않는다.



- ① 336 ② 360 ③ 384 ④ 408 ⑤ 432

17. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7이 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 임의로 나열할 때, 다음 조건을 만족시키는 경우의 수는? [4점]

(가) 4보다 작은 숫자가 적힌 카드들은 카드에 적힌 숫자가 작은 것부터 나열한다.
 (나) 4보다 큰 숫자가 적힌 카드들은 카드에 적힌 숫자가 큰 것부터 나열한다.

- ① 120 ② 125 ③ 130 ④ 135 ⑤ 140

18. 직선 $y = -x + 2$ 가 두 함수 $y = a^x (a > 1)$, $y = \log_2 x$ 의 그래프와 만나는 점을 각각 (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 라 할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $a = 2$ 일 때, $x_1 = y_2$ 이다.
 ㄴ. $a > 2$ 이면, $x_1 + x_2 < 2$ 이다.
 ㄷ. $a > 2$ 이면, $\frac{y_1}{x_2} > \frac{y_2}{x_1}$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

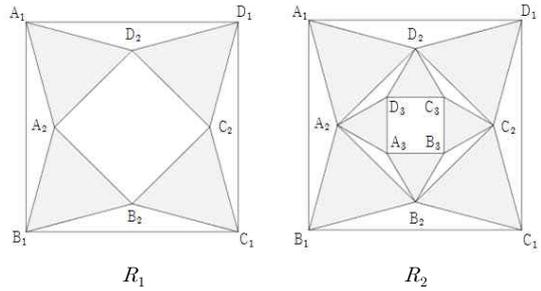
19. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 A 에서 B 로의 모든 함수 f 중에서 임의로 하나를 선택할 때, 이 함수가 다음 조건을 만족시킬 확률은? [4점]

$f(1) \geq 2$ 이거나 함수 f 의 치역은 B 가 아니다.

- ① $\frac{19}{27}$ ② $\frac{20}{27}$ ③ $\frac{7}{9}$ ④ $\frac{22}{27}$ ⑤ $\frac{23}{27}$

20. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사각형 $A_1B_1C_1D_1$ 의 내부에 네 점 A_2, B_2, C_2, D_2 를 네 삼각형 $A_2A_1B_1, B_2B_1C_1, C_2C_1D_1, D_2D_1A_1$ 이 모두 한 내각의 크기가 150° 인 이등변삼각형이 되도록 잡는다. 네 삼각형 $A_1A_2D_2, B_1B_2A_2, C_1C_2B_2, D_1D_2C_2$ 의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 정사각형 $A_2B_2C_2D_2$ 의 내부에 네 점 A_3, B_3, C_3, D_3 을 네 삼각형 $A_3A_2B_2, B_3B_2C_2, C_3C_2D_2, D_3D_2A_2$ 가 모두 한 내각의 크기가 150° 인 이등변삼각형이 되도록 잡는다. 네 삼각형 $A_2A_3D_3, B_2B_3A_3, C_2C_3B_3, D_2D_3C_3$ 의 내부를 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]



- ① $5 - \frac{3}{2}\sqrt{3}$ ② $6 - 2\sqrt{3}$ ③ $7 - \frac{5}{2}\sqrt{3}$
 ④ $8 - 3\sqrt{3}$ ⑤ $9 - \frac{7}{2}\sqrt{3}$

21. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은

$$a_n = \log_3 \sqrt[3]{\frac{3(2n+1)}{2n-1}}$$

이다. 다음 조건을 만족시키는 자연수 l 의 최솟값을 구하시오. [4점]

$\sum_{k=1}^m a_k$ 의 값이 l 이하의 자연수가 되도록 하는 서로 다른 자연수 m 의 개수는 2이다.

- ① 39 ② 42 ③ 45 ④ 48 ⑤ 51

단답형

22. 다항식 $(1+2x)^4$ 에서 x^3 의 계수를 구하시오. [3점]

23. 반지름의 길이가 15인 원에 내접하는 삼각형 ABC에서

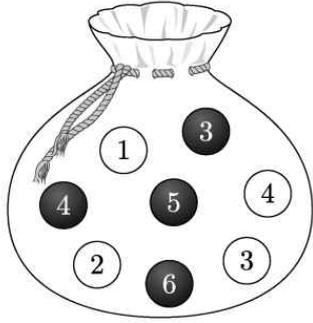
$\sin B = \frac{1}{5}$ 일 때, 선분 AC의 길이를 구하시오. [3점]

24. 무한수열 $\{(x+2)(x^2+4x+3)^{n-1}\}$ 이 수렴하도록 하는 모든 정수 x 의 개수를 구하시오. [3점]

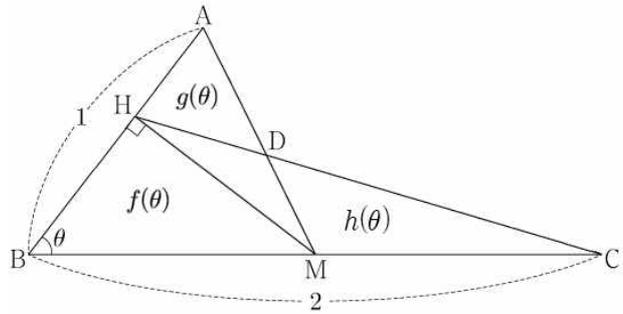
25. 곡선 $x^3 - y^3 = e^{xy}$ 위의 점 $(0, a)$ 에서의 접선의 방정식은 점 $(b, 1)$ 을 지난다. $a+b$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $S_k = -14$, $S_{k+2} = -11$ 을 만족시키는 자연수 k 에 대하여 $S_{2k+2} = 39$ 일 때, 자연수 k 의 값을 구하시오. [4점]

27. 주머니에 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 흰 공 4개와 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀있는 검은 공 4개가 들어있는 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내는 시행을 한다. 이 시행에서 꺼낸 공에 적혀 있는 수가 같은 것이 없을 때, 3 또는 4가 적힌 공이 존재할 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



28. 그림과 같이 $\overline{AB}=1$, $\overline{BC}=2$ 인 두 선분 AB, BC에 대하여 선분 BC의 중점을 M, 점 M에서 선분 AB에 내린 수선의 발을 H라 하고, 선분 HC가 선분 AM과 만나는 점을 D라 하자. $\angle ABC = \theta$ 라 할 때, 삼각형 BMH의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 ADH의 넓이를 $g(\theta)$, 삼각형 CDM의 넓이를 $h(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{f(\theta)+g(\theta)-h(\theta)}{\theta^3} = a$ 일 때, $80a$ 의 값을 구하시오. (단, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) [4점]



29. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow Y$ 의 개수를 구하시오. [4점]

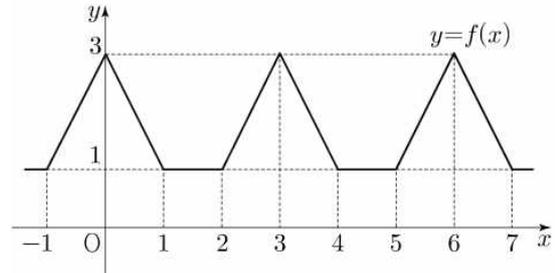
함수 f 의 치역의 임의의 원소 a, b 에 대하여 $a - b \neq 2$ 이다.

30. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 는 $0 < x \leq 3$ 일 때,
 $f(x) = |x-1| + |x-2|$ 이고, 모든 실수 x 에 대하여
 $f(x+3) = f(x)$ 를 만족시킨다. 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} \lim_{h \rightarrow 0^+} \left| \frac{f(x+2+h) - f(x+h)}{h} \right| & (f(x) = f(x+2)) \\ \lim_{h \rightarrow 0^+} \left| \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right| & (f(x) \neq f(x+2)) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $g(x)$ 가 $x = a$ 에서 불연속인 a 의 값 중에서 열린구간 $(0, 30)$ 에 속하는 모든 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 a_1, a_2, \dots, a_n (n 은 자연수)라 할 때,

$n + \sum_{k=1}^n g(a_k)$ 의 값을 구하시오. [4점]



2021학년도 우주설 6월 변형 모의평가

발행일 : 2020년 6월 27일

펴낸이 : 정재민(우주설)

지은이 : 정재민(우주설)

본 모의평가에 대한 저작권은 **정재민**에게 있으며,
저작권자의 허락 없이 전부 또는 일부를 영리적 목적으로
사용하거나 무단복제/2차적 저작물 작성 등으로 이용하는
일체의 행위는 정보통신망 이용촉진 및 정보보호, 저작권
관련 법률에 따라 금지되어 있으며 처벌받을 수 있습니다.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.