2021 사관학교 가형

2020년 8월 16일 일요일 오후 5:30

제 2 교시

수학 영역(가형)

5지선다형

1. $\left(\frac{9}{4}\right)^{-\frac{3}{2}}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{9}$ ③ $\frac{8}{27}$ ④ $\frac{16}{81}$ ⑤ $\frac{32}{243}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^3$

2. $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{n^2+5n}-n}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

$\frac{2}{5}$

3. $\sin\theta=-\frac{1}{3}$ 일 때, $\frac{\cos\theta}{\tan\theta}$ 의 값은? [2점]

① -4 ② $-\frac{11}{3}$ ③ $-\frac{10}{3}$ ④ -3 ⑤ $-\frac{8}{3}$

$t=\frac{c}{s}$; $\frac{c^2}{s}=\frac{1}{s}-s$

$=-3+\frac{1}{3}$

4. $\left(x^3+\frac{1}{x}\right)^5$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는? [3점]

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

$_5C_2$

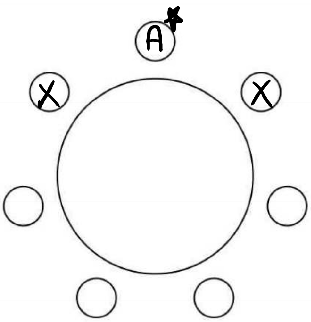
5. 함수 $y=4^x-1$의 그래프를 x축의 방향으로 a만큼, y축의 방향으로 b만큼 평행이동한 그래프가 함수 $y=2^{2x-3}+3$의 그래프와 일치할 때, ab의 값은? [3점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

$b=4$
$a=1.5$

$$\begin{cases} 2^{2x-3}=4^{x-1.5} \\ \text{점근선 same} \end{cases}$$

6. 그림과 같이 원형 탁자에 7개의 의자가 일정한 간격으로 놓여 있다. A, B, C를 포함한 7명의 학생이 모두 이 7개의 의자에 앉으려고 할 때, A, B, C 세 명 중 어느 두 명도 서로 이웃하지 않도록 앉는 경우의 수는?
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]



① 108 ② 120 ③ 132 ④ 144 ⑤ 156

$6!\times\frac{3}{{}_6C_2}$

or $6\times4!$

7. 곡선 $x^2-2xy+3y^3=5$ 위의 점 $(2,\ -1)$에서의 접선의 기울기는? [3점]

① $-\frac{6}{5}$ ② $-\frac{5}{4}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ $-\frac{3}{2}$ ⑤ -2

$2x-2y-2xy'+9y^2y'=0$
$6-4y'+9y'=0$
$y'=-\frac{6}{5}$

8. x에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x} \ge \left(\frac{1}{16}\right)^{x-1} \\ \log_2 4x < \log_2 (x+k) \end{cases}$$

; $1-x \le 4x-4$, $x \ge 1$

: $x+k > 4x$, $\frac{k}{3} > x$

의 해가 존재하지 않도록 하는 양수 k의 최댓값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

9. 다섯 개의 자연수 1, 2, 3, 4, 5 중에서 중복을 허락하여 3개의 수를 택할 때, 택한 세 수의 곱이 6 이상인 경우의 수는? [3점]

① 23 ② 25 ③ 27 ④ 29 ⑤ 31

11x ; 5개

$_5H_3$ − 122 : 1개

10. $0 \le x < 2\pi$일 때, 방정식 $\cos^2 3x - \sin 3x + 1 = 0$의 모든 실근의 합은? [3점]

① $\frac{3}{2}\pi$ ② $\frac{7}{4}\pi$ ③ 2π ④ $\frac{9}{4}\pi$ ⑤ $\frac{5}{2}\pi$

$\sin^2 3x + \sin 3x - 2 = 0$

$\sin 3x = 1$

$3x = 2n\pi + \frac{1}{2}\pi$

; $\frac{1}{2}\pi$, $\boxed{\frac{5}{2}\pi}$, $\frac{9}{2}\pi$

3개 더하고 $\times\frac{1}{3}$; 가운데

11. 함수 $f(x)=\dfrac{e^x}{\sin x+\cos x}$에 대하여 $-\dfrac{\pi}{4}<x<\dfrac{3}{4}\pi$에서 방정식 $f(x)-f'(x)=0$의 실근은? [3점]

① $-\dfrac{\pi}{6}$ ② $\dfrac{\pi}{6}$ ③ $\dfrac{\pi}{4}$ ④ $\dfrac{\pi}{3}$ ⑤ $\dfrac{\pi}{2}$

$f(x)=f'(x)$

$\Leftrightarrow$ 그점에서 $y=k\cdot e^x$와 접한다

: $\dfrac{f(x)}{e^x}$가 극값

$\Rightarrow$ s+c가 극값

$f(x)=f'(x)$; $\dfrac{1}{s+c}=\dfrac{1}{s+c}+\underbrace{\left(\dfrac{1}{s+c}\right)'}_{\to 0}$

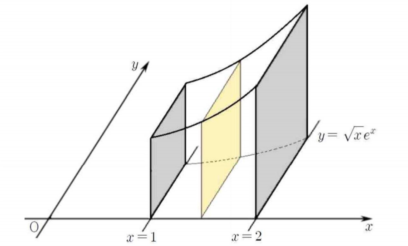
---

cf) $f(x)-f'(x)=0$

$\Leftrightarrow e^{-x}(f'(x)-f(x))=0$

$\Leftrightarrow (f(x)e^{-x})'=0$

12. 그림과 같이 곡선 $y=\sqrt{x}e^x(1\le x\le 2)$와 x축 및 두 직선 $x=1$, $x=2$로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



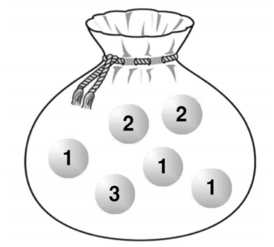
① $\dfrac{e^4+e^2}{4}$ ② $\dfrac{2e^4-e^2}{4}$ ③ $\dfrac{2e^4+e^2}{4}$ ④ $\dfrac{3e^4-e^2}{4}$ ⑤ $\dfrac{3e^4+e^2}{4}$

$\int_1^2 xe^{2x}dx$

$=e^{2x}\left(\dfrac{x}{2}-\dfrac{1}{4}\right)\Big|_1^2$

$=\dfrac{3}{4}e^4-\dfrac{1}{4}e^2$

13. 주머니에 1, 1, 1, 2, 2, 3의 숫자가 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적힌 두 수의 차를 확률변수 X라 하자. $\mathrm{E}(X)$의 값은? [3점]



① $\frac{14}{15}$ ② 1 ③ $\frac{16}{15}$ ④ $\frac{17}{15}$ ⑤ $\frac{6}{5}$

$P(X=0) = \frac{{}_3C_2 + {}_2C_2}{15} = \frac{4}{15}$

$P(X=1) = \frac{3\times2+2\times1}{15} = \frac{8}{15}$

$P(X=2) = \frac{1\times3}{15} = \frac{3}{15}$

$\Rightarrow \boxed{\frac{14}{15}}$

14. 함수 $f(x) = \ln x$에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n+k}f\left(1+\frac{k}{n}\right)$의 값은? [4점]

① $\ln 2$ ② $(\ln 2)^2$ ③ $\frac{\ln 2}{2}$ ④ $\frac{(\ln 2)^2}{2}$ ⑤ $\frac{(\ln 2)^2}{4}$

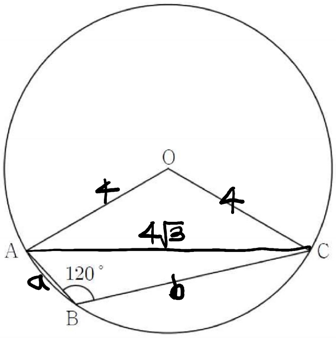
$\frac{1}{n}\cdot\frac{n}{n+k}\cdot f\left(\frac{n+k}{n}\right)$

$\Rightarrow \int_1^2 \frac{\ln x}{x}dx$

15. 그림과 같이 반지름의 길이가 4이고 중심이 O인 원 위의 세 점 A, B, C에 대하여

$$\angle \mathrm{ABC} = 120^{\circ},\ \overline{\mathrm{AB}} + \overline{\mathrm{BC}} = 2\sqrt{15}$$

일 때, 사각형 OABC의 넓이는? [4점]



① $5\sqrt{3}$ ② $\frac{11\sqrt{3}}{2}$ ③ $6\sqrt{3}$ ④ $\frac{13\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $7\sqrt{3}$

$\triangle OAC = 4\sqrt{3}$

$a^2+b^2+ab=48$

$a^2+b^2+2ab=60$; $ab=12$,

$\triangle ABC = \frac{\sqrt{3}}{4}ab = 3\sqrt{3}$

16. 확률변수 X는 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ 4^2)$을 따르고, 확률변수 Y는 정규분포 $\mathrm{N}(20,\ \sigma^2)$을 따른다. 확률변수 X의 확률밀도함수가 $f(x)$일 때, $f(x)$와 두 확률변수 X, Y가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여
$f(x+10) = f(20-x)$이다.
(나) $\mathrm{P}(X \ge 17) = \mathrm{P}(Y \le 17)$

↳0.5칸 ↳0.5칸

z	$\mathrm{P}(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

$\mathrm{P}(X \le m+\sigma)$의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, $\sigma > 0$) [4점]

① 0.6915 ② 0.7745 ③ 0.9104 ④ 0.9332 ⑤ 0.9772

(가) → 더해서 30 ; 15 대칭 ; $m=15$

(나) → $3 = \frac{\sigma}{2}$, $\sigma=6$

17. 다음은 모든 자연수 n에 대하여 부등식

18. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을

17. 다음은 모든 자연수 n에 대하여 부등식

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{{}_{2k}\mathrm{P}_k}{2^k} \le \frac{(2n)!}{2^n} \;\cdots\cdots\; (*)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

> (i) $n=1$일 때,
>
> (좌변) $= \dfrac{{}_2\mathrm{P}_1}{2^1} = 1$이고, (우변) $=$ $\boxed{(가)}$ 1 이므로 $(*)$이 성립한다.
>
> (ii) $n=m$일 때, $(*)$이 성립한다고 가정하면
>
> $$\sum_{k=1}^{m} \frac{{}_{2k}\mathrm{P}_k}{2^k} \le \frac{(2m)!}{2^m}$$
>
> 이다. $n=m+1$일 때,
>
> $$\sum_{k=1}^{m+1} \frac{{}_{2k}\mathrm{P}_k}{2^k} = \sum_{k=1}^{m} \frac{{}_{2k}\mathrm{P}_k}{2^k} + \frac{{}_{2m+2}\mathrm{P}_{m+1}}{2^{m+1}}$$
>
> $$= \sum_{k=1}^{m} \frac{{}_{2k}\mathrm{P}_k}{2^k} + \frac{\boxed{(나)}}{2^{m+1} \times (m+1)!}$$ (2m+2)!
>
> $$\le \frac{(2m)!}{2^m} + \frac{\boxed{(나)}}{2^{m+1} \times (m+1)!}$$
>
> $$= \frac{\boxed{(나)}}{2^{m+1}} \times \left\{ \frac{1}{\boxed{(다)}} + \frac{1}{(m+1)!} \right\}$$ 이거 1보다 작으니..
>
> (2m+1)(m+1)
>
> $$< \frac{(2m+2)!}{2^{m+1}}$$
>
> 이다. 따라서 $n=m+1$일 때도 $(*)$이 성립한다.
>
> (i), (ii)에 의하여 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$\sum_{k=1}^{n} \frac{{}_{2k}\mathrm{P}_k}{2^k} \le \frac{(2n)!}{2^n}$$
>
> 이다.

위의 (가)에 알맞은 수를 p, (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$이라 할 때, $p + \dfrac{f(2)}{g(4)}$의 값은? [4점]

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

$1 + \dfrac{6!}{9 \cdot 5}$

18. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $a_{2n+1} = -a_n + 3a_{n+1}$
>
> (나) $a_{2n+2} = a_n - a_{n+1}$

$a_1 = 1$, $a_2 = 2$일 때, $\displaystyle\sum_{n=1}^{16} a_n$의 값은? [4점]

① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

$\boxed{a_{2n+1} + a_{2n+2} = 2a_{n+1}}$

$; a_3 + a_4 = 4$

$a_5 + a_6 + a_7 + a_8 = 2(a_3 + a_4)$

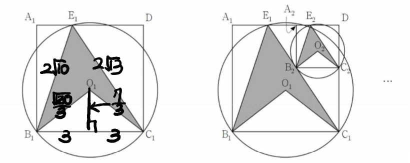
$= 8$

$a_9 \sim a_{16} : 16$

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정사각형 ABCD에서

20. 세 상수 a, b, c($a>0$, $c>0$)에 대하여 함수

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 6인 정사각형 $A_1B_1C_1D$에서 선분 A_1D를 $1:2$로 내분하는 점을 E_1이라 하고, 세 점 B_1, C_1, E_1을 지나는 원의 중심을 O_1이라 하자. 삼각형 $E_1B_1C_1$의 내부와 삼각형 $O_1B_1C_1$의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 선분 E_1D 위의 점 A_2, 선분 E_1C_1 위의 점 B_2, 선분 C_1D 위의 점 C_2와 점 D를 꼭짓점으로 하는 정사각형 $A_2B_2C_2D$를 그린다. 정사각형 $A_2B_2C_2D$에서 선분 A_2D를 $1:2$로 내분하는 점을 E_2라 하고, 세 점 B_2, C_2, E_2를 지나는 원의 중심을 O_2라 하자. 삼각형 $E_2B_2C_2$의 내부와 삼각형 $O_2B_2C_2$의 외부의 공통부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점]



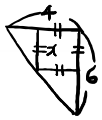
R_1 $\qquad$ R_2 $\qquad$ …

① $\frac{90}{7}$ ② $\frac{275}{21}$ ③ $\frac{40}{3}$ ④ $\frac{95}{7}$ ⑤ $\frac{290}{21}$

$\frac{24\sqrt{130}}{4R} = 18$; $R = \frac{\sqrt{130}}{3}$

$S_1 = 18 - 7 = \underline{11}$

r;



; $\frac{x}{4-x} = \frac{3}{2}$, $x = \frac{12}{5}$

$\Rightarrow r = \frac{4}{25}$

$\underline{\frac{25}{21} \cdot 11}$

20. 세 상수 a, b, c $(a>0,\ c>0)$에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} -ax^2 + 6ex + b & (x < c) \\ a(\ln x)^2 - 6\ln x & (x \geq c) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

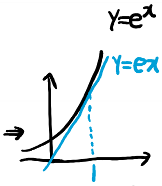
> (가) 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
> (나) 함수 $f(x)$의 역함수가 존재한다.

$f\left(\frac{1}{2e}\right)$의 값은? [4점]

① $-4\left(e^2 + \frac{1}{4e^2}\right)$ ② $-4\left(e^2 - \frac{1}{4e^2}\right)$ ③ $-3\left(e^2 + \frac{1}{4e^2}\right)$
④ $-3\left(e^2 - \frac{1}{4e^2}\right)$ ⑤ $-2\left(e^2 + \frac{1}{4e^2}\right)$

이어야 하네.. (역함수 존재)

$\Rightarrow \begin{cases} c \leq \frac{3e}{a} \\ \ln c \geq \frac{3}{a} \end{cases}$: $e^{\frac{3}{a}} \leq c \leq \frac{3}{a} e \Rightarrow$



$\Rightarrow \underline{a=3}$, $\underline{c=e}$

※ 연속; 그대로 넣기

$\Rightarrow -3c^2 + 6ec + b$

$= 3(\ln c)^2 - 6\ln c$

$b + 3e^2 = -3$, $\underline{b = -3 - 3e^2}$

$\frac{1}{2e} < e = c$; $f\left(\frac{1}{2e}\right) = -\frac{3}{4e^2} + 3 + b$

$= -3\left(e^2 + \frac{1}{4e^2}\right)$

21. 함수 $f(x)$를

21. 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\int_0^x |t\sin t|\,dt-\left|\int_0^x t\sin t\,dt\right| \ge 0 \text{ (절대부등식)}$$

라 할 때, 〈보기〉에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈보 기〉

ㄱ. $f(2\pi)=2\pi$

ㄴ. $\pi<\alpha<2\pi$인 α에 대하여 $\int_0^\alpha t\sin t\,dt=0$이면 $f(\alpha)=\pi$이다.

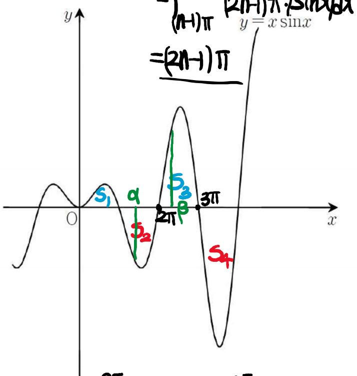
ㄷ. $2\pi<\beta<3\pi$인 β에 대하여 $\int_0^\beta t\sin t\,dt=0$이면 $\int_\beta^{3\pi} f(x)\,dx=6\pi(3\pi-\beta)$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$$S_n=\int_{(n-1)\pi}^{n\pi}|x\sin x|\,dx=\int_{(n-1)\pi}^{(n-\frac{1}{2})\pi}\left|x\sin x+\{(2n-1)\pi-x\}\sin\{(2n-1)\pi-x\}\right|dx$$

$$=\int_{(n-1)\pi}^{(n-\frac{1}{2})\pi}(2n-1)\pi\cdot|\sin x|\,dx$$

$$=(2n-1)\pi$$



ㄱ. $f(2\pi)=\int_0^{2\pi}|xs|-\left|\int_0^{2\pi}xs\right|$

$=(S_1+S_2)-(S_2-S_1)$

$=2S_1=2\pi$

ㄴ. $f(\alpha)=(S_1+S_1)-0=2S_1=2\pi$

ㄷ. $\int_0^\beta t\sin t\,dt=S_1-S_2+\int_{2\pi}^\beta t\sin t\,dt=0$

$;\int_{2\pi}^\beta t\sin t\,dt=2\pi$

$[\beta,3\pi]$; $f(x)=\left\{(S_1+S_2+2\pi)+\int_\beta^x t\sin t\,dt\right\}-\left\{0+\int_\beta^x t\sin t\,dt\right\}$

$=6\pi$

단답형

22. 함수 $f(x)=5\sin\left(\frac{\pi}{2}x+1\right)+3$의 주기를 p, 최댓값을 M이라 할 때, $p+M$의 값을 구하시오. [3점]

$p=4$

$M=8$

$\boxed{12}$

23. 모평균이 15이고 모표준편차가 8인 모집단에서 크기가 4인 표본을 임의추출하여 구한 표본평균을 $\overline{X}$라 할 때, $E(\overline{X})+\sigma(\overline{X})$의 값을 구하시오. [3점]

$=15$ $=\frac{8}{\sqrt{4}}$

$\boxed{19}$

24. 수열 $\{(x^2-6x+9)^n\}$이 수렴하도록 하는 모든 정수 x의 값의 합을 구하시오. [3점]

$(x-3)^{2n}$ 수렴

; $|x-3| \le 1$, 2 3 4

$\to \boxed{9}$

25. 흰 구슬 3개와 검은 구슬 4개가 들어 있는 상자가 있다. 한 개의 주사위를 던져서 나오는 눈의 수가 3의 배수이면 이 상자에서 임의로 2개의 구슬을 동시에 꺼내고, 나오는 눈의 수가 3의 배수가 아니면 이 상자에서 임의로 3개의 구슬을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 구슬 중 검은 구슬의 개수가 2일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [3점]

$$\frac{1}{3}\times\frac{{}_4C_2}{{}_7C_2}+\frac{2}{3}\times\frac{3\cdot{}_4C_2}{{}_7C_3}$$

$$=\frac{6}{3\cdot 21}+\frac{36}{105}$$

$$=\frac{46}{105} \qquad \boxed{151}$$

26. 두 실수 a, b와 수열 $\{c_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $(m+2)$개의 수

$a,\ \log_2 c_1,\ \log_2 c_2,\ \log_2 c_3,\ \cdots,\ \log_2 c_m,\ b$

가 이 순서대로 등차수열을 이룬다.

(나) 수열 $\{c_n\}$의 첫째항부터 제m항까지의 항을 모두 곱한 값은 32이다.

$a+b=1$일 때, 자연수 m의 구하시오. [4점]

$$\prod_{n=1}^{m} c_n = 32 ; \sum_{n=1}^{m}\log_2 c_n = 5$$

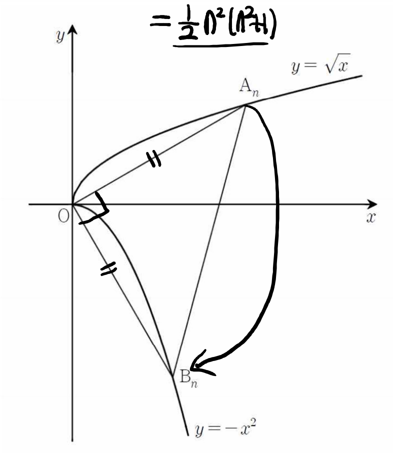
$$=\frac{m}{2}(a+b)$$

$\boxed{10}$

※ 등차 합 $=\frac{개수}{2}\cdot$(처음+끝)

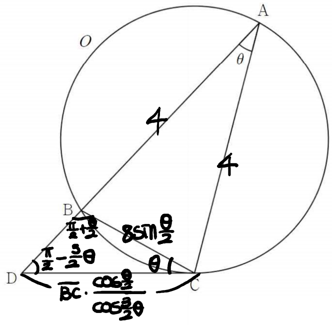
27. 모든 자연수 n에 대하여 곡선 $y=\sqrt{x}$ 위의 점 $\mathrm{A}_n(n^2, n)$과 곡선 $y=-x^2$ $(x \geq 0)$ 위의 점 B_n이 $\overline{\mathrm{OA}_n}=\overline{\mathrm{OB}_n}$을 만족시킨다. 삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{OB}_n$의 넓이를 S_n이라 할 때, $\displaystyle\sum_{n=1}^{10}\frac{2S_n}{n^2}$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점]

$$S_n=\frac{1}{2}\overline{OA_n}^2$$
$$=\frac{1}{2}n^2(n^2+1)$$



$$\sum_{1}^{10}\frac{2S_n}{n^2}=\sum_{1}^{10}(n^2+1)$$
$$=385+10$$
$$=\boxed{395}$$

28. 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AC}}=4$인 이등변삼각형 ABC에 외접하는 원 O가 있다. 점 C를 지나고 원 O에 접하는 직선과 직선 AB의 교점을 D라 하자. $\angle\mathrm{CAB}=\theta$라 할 때, 삼각형 BDC의 넓이를 $S(\theta)$라 하자. $\displaystyle\lim_{\theta\to 0+}\frac{S(\theta)}{\theta^3}$의 값을 구하시오. $\left(\text{단, } 0<\theta<\frac{\pi}{3}\right)$ [4점]



$$S=\frac{1}{2}\sin\theta\cdot\overline{BC}^2\cdot\frac{\cos\frac{\theta}{2}}{\cos\frac{3}{2}\theta}$$
$$=\frac{1}{2}\theta\cdot(4\theta)^2\cdot 1$$
$$\to 8\theta^3$$
$$\boxed{8}$$

29. 그림은 여섯 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 여섯 장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 나열할 때, 이웃한 두 장의 카드 중 왼쪽 카드에 적힌 수가 오른쪽 카드에 적힌 수보다 큰 경우가 한 번만 나타난 예이다.

1	2	4	3	5	6

이 여섯 장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 임의로 일렬로 나열할 때, 이웃한 두 장의 카드 중 왼쪽 카드에 적힌 수가 오른쪽 카드에 적힌 수보다 큰 경우가 한 번만 나타날 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

전체 $= 6!$

㉠: △ a b ☆ $(a>b)$

i) $a=6$: △ / b & ☆ 고르기

1개 이상

; $2^5-1^5=31$

ii) $a=5$: 6은 ☆에 무조건

⇒ △ / b & ☆ 고르기

1개 이상

; $2^4-1^4=15$

⋮

$\Rightarrow$ ㉠ $= \sum_{1}^{5}(2^n-1) = (2^6-2)-5$

$= 57$

$\therefore \frac{57}{720} = \frac{19}{240}$

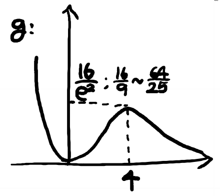
$\boxed{259}$

30. 두 함수 $f(x)=x^2-ax+b\ (a>0)$, $g(x)=x^2e^{-\frac{x}{2}}$에 대하여 상수 k와 함수 $h(x)=(f\circ g)(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

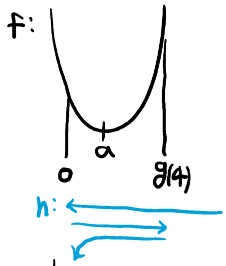
→ $f(g)$

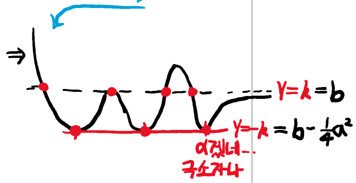
> (가) $h(0)<h(4)$; $b<f(g(4))$
>
> (나) 방정식 $|h(x)|=k$의 서로 다른 실근의 개수는 7이고, 그중 가장 큰 실근을 α라 할 때 함수 $h(x)$는 $x=\alpha$에서 극소이다.

$f(1)=-\frac{7}{32}$일 때, 두 상수 a, b에 대하여 $a+16b$의 값을 구하시오. (단, $\frac{5}{2}<e<3$이고, $\lim_{x\to\infty}g(x)=0$이다.) [4점]



; $\infty \to 0 \to g(4) \to 0+$





• $1-a+b=-\frac{7}{32}$

• $2b-\frac{1}{4}a^2=0$; $b=\frac{1}{8}a^2$

$\Rightarrow a^2-8a+\frac{39}{4}=0$, $a=\frac{3}{2}$ or $\frac{13}{2}$

너무커 $\left(a<\frac{g(4)}{2}\right)$

↳ $\frac{8}{9}\sim\frac{32}{25}$

$\Rightarrow a+16b = a+2a^2$

$=\frac{3}{2}+\frac{9}{2}=6$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.