

‘라이프니츠식 미분법’은 ‘합성함수 미분법’이 아니다.

2020학년도 수능 수학(가)형 30번 문제 이후로 ‘라이프니츠식 미분법’에 대한 관심이 뜨거움에도 불구하고 어떤 인강 강사는 ‘라이프니츠가 아니라 연쇄법칙(또는 합성함수 미분)이다’라는 설명을 하는 등, 라이프니츠 방식에 대한 대중의 이해가 많이 부족하며, 오르비의 마이너한 떡밥 중 하나가 되었다.

1. 라이프니츠(Leibniz)식 미분법이란 무엇인가?

함수 $y=f(x)$ 의 도함수를 $y=f'(x)$ 라고 표기하는 방식을 ‘뉴턴식 미분법’이라고 하고, 함수 $y=f(x)$ 의 도함수를 $\frac{dy}{dx}$ 라고 표기하는 방식을 ‘라이프니츠 미분법’이라고 한다. 합성함수 미분법의 원리는 ‘연쇄법칙’이라고 하며, 연쇄법칙은 라이프니츠가 개발하지 않았기 때문에 라이프니츠식 미분법을 연쇄법칙이라고 말하는, 수학을 전공하지 않은 강사의 말은 흘러들자.

2. 왜 라이프니츠 미분법인가?

뉴턴식 미분법은 단일 변수에 대한 미분의 ‘표기’에는 특화되어 있으나 여러 변수 사이의 관계를 표현하기 복잡한 반면, 라이프니츠식 미분법은 변수간 관계가 단박에 들어나기 때문에 변수의 사이의 관계를 표현하거나 파악하는 데에 편리하다.

가. 역함수 미분법

뉴턴식 미분법에서는 역함수의 도함수가 $(f^{-1}(x))' = \frac{1}{f'(y)}$ 로 적기 때문에 공부하면서 x 값을 넣어야 하는지 y 값을 넣어야 하는지 헷갈리는 경우가 많음을 알고 있을 것이다. 반면에 라이프니츠식 미분법으로는 역함수의 도함수를 $\frac{dx}{dy}$ 로 적기 때문에 x 값을 넣어야 하는지 y 값을 넣어야 하는지 헷갈릴 일이 없다.

나. 음함수의 미분법

라이프니츠 미분법은 변수 간 관계를 드러내기 때문에 함수를 표현하는 데에 특화되어 있다. 다시 말해, 라이프니츠 미분법을 사용할 경우 두 변수 사이의 관계식만 있다면 미분계수를 구하고자 하는 함수의 식이 구체적으로 주어져 있지 않더라도 미분계수를 간접적으로 구할 수 있다. 이런 과정이 음함수 미분법처럼 생각될 수도 있지만, 교과서나 많은 참고서들, 그리고 인강 강사들은 $\frac{dy}{dx}$ 를 구하는 방법으로 밖에 설명하지 않으므로 라이프니츠식 미분법을 적극적으로 사용하고 있다고 말할 수 없다.

다. 활용법

1) 그냥 함수

실수 t 에 대하여 새로운 함수 $f(t)$ 를 지정하는 유형에서 대부분의 수험생들은 t 에

대한 함수식을 작성하려고 하지만 식이 작성되지 않는 경우가 있다. 그런 경우에 다른 변수 θ 에 대하여 $\theta = f(t)$ 라면 $\frac{d\theta}{dt}$ 를 구하는 대신 $\frac{dt}{d\theta}$ 를 구하여 역수를 취하면 된다.

2) 합성함수나 역함수

문제에서 '접선의 기울기', '접선의 절편' 혹은 '교점의 x 좌표'를 실수 t 에 대한 함수 $g(t)$ 로 설정하는 경우를 많이 봤을 것이다. 이 경우에도 함수 $x = g(t)$ 의 식을 구체적으로 적을 수 없을 수도 있고, 그럴 필요도 없다. (이 경우에 연쇄법칙을 활용하므로, 라이프니츠를 합성함수 미분법(연쇄법칙)으로 착각하는 것이다.) 우리는 매개변수 s 를 상황에 맞게 설정해서 $\frac{dt}{ds} \times \frac{ds}{dx} = \frac{dt}{dx}$ 를 이용하면 된다. $\frac{dx}{dt}$ 가 아니지 않냐고? 그만하자.