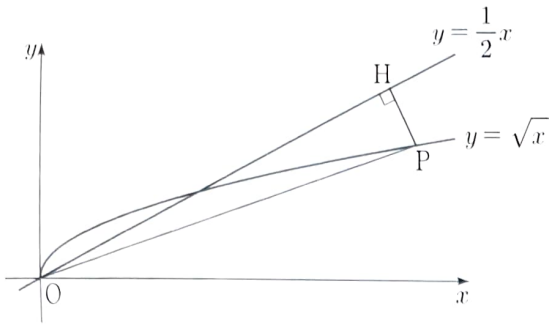


13. 곡선 $y = \sqrt{x}$ 위의 점 $P(t, \sqrt{t})$ ($t > 4$)에서

직선 $y = \frac{1}{2}x$ 에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\overline{OH}^2}{\overline{OP}^2}$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

- (1) $\frac{3}{5}$ (2) $\frac{2}{3}$ (3) $\frac{11}{15}$ (4) $\frac{4}{5}$ (5) $\frac{13}{15}$



14. 다항함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) + f(-x)}{x^2} = 3$
 (나) $f(0) = -1$ 상수항 결정

$\int_{-3}^3 f(x) dx$ 의 값은? [4점]
 적분 구간 부호반대 대칭

- (1) 13 (2) 15 (3) 17 (4) 19 (5) 21

$f(x) = ax^{\frac{3}{2}} + bx^{\frac{5}{2}}$

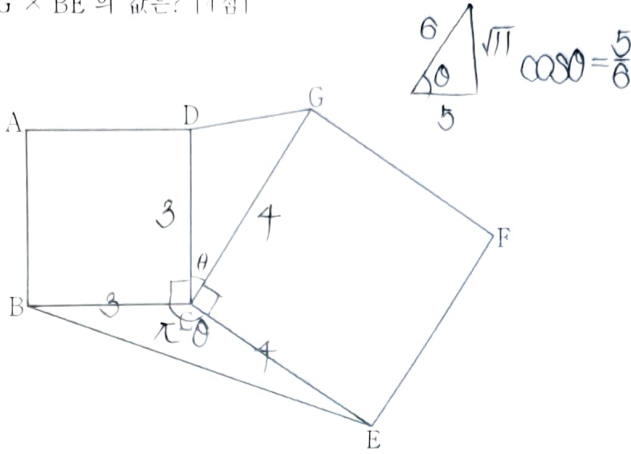
$\Rightarrow f(x) + f(-x) = 2bx^{\frac{5}{2}}$ 홀수차 항 + 짝수차 2배

sol) $f(x) = \frac{3}{2}x^2 + \square x - 1$

$\int_{-3}^3 f(x) dx = \int_{-3}^3 (\frac{3}{2}x^2 + \square x - 1) dx$
 $= 2 \int_0^3 (\frac{3}{2}x^2 - 1) dx$
 $= \int_0^3 (3x^2 - 2) dx$
 $= x^3 - 2x \Big|_0^3 = 27 - 6 = 21$

15. 그림과 같이 평면 위에 한 변의 길이가 3인 정사각형 ABCD와 한 변의 길이가 4인 정사각형 CDEFG가 있다.
 $\angle DCG = \theta$ ($0 < \theta < \pi$)라 할 때, $\sin \theta = \frac{\sqrt{11}}{6}$ 이다.

$\overline{DG} \times \overline{BE}$ 의 값은? [4점]



15 17 19 21 23

sol) cos law

$$\overline{DG}^2 = 9 + 16 - 24 \cos \theta$$

$$= 25 - 24 \times \frac{5}{6}$$

$$= 5$$

$$\therefore \overline{DG} = \sqrt{5}$$

$$\overline{BE}^2 = 9 + 16 - 24 \cos(\pi - \theta) = 25 + 24 \cos \theta$$

$$= 25 + 24 \times \frac{5}{6}$$

$$= 45$$

$$\therefore \overline{BE} = 3\sqrt{5}$$

$$\overline{DG} \times \overline{BE} = 15$$

16. 한 개의 주사위를 세 번 던질 때 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 하자. $a+b+c$ 의 값을 확률변수 X 라 할 때, 다음은 확률변수 X 의 평균 $E(X)$ 를 구하는 과정이다.

$3 \leq a+b+c \leq 18$ 이므로 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 3, 4, 5, ..., 18이다.

a, b, c 가 각각 6 이하의 자연수이므로

$7-a, 7-b, 7-c$ 는 각각 6 이하의 자연수이다.

$3 \leq k \leq 18$ 인 자연수 k 에 대하여

$a+b+c=k$ 일 확률 $P(X=k)$ 와

$(7-a)+(7-b)+(7-c)=k$ 일 확률 $\rightarrow a+b+c=21-k$,

$P(X=3 \times (\text{가}) - k)$ 는 서로 같다. $(\text{가})=7$

그러므로 확률변수 X 의 평균 $E(X)$ 는

$$E(X) = \sum_{k=3}^{18} \{k \times P(X=k)\}$$

$$= 3 \times P(X=3) + 4 \times P(X=4) + 5 \times P(X=5) + \dots + 17 \times P(X=17) + 18 \times P(X=18)$$

$$= (\text{나}) \times \sum_{k=3}^{18} P(X=k)$$

확률 총합의 성질에 의해 $\sum_{k=3}^{18} P(X=k) = 1$ 이므로

이때, 확률질량함수의 성질에 의하여 $\sum_{k=3}^{18} P(X=k) = 1$ 이므로

$$\sum_{k=3}^{18} P(X=k) = (\text{다}) \text{ 이다.}$$

따라서 $E(X) = (\text{나}) \times (\text{다})$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 라 할 때,

$\frac{p+q}{r}$ 의 값은? [4점]

- ① 49 ② $\frac{105}{2}$ ③ 56 ④ $\frac{119}{2}$ ⑤ 63

$$\frac{7+21}{\frac{1}{2}} = 56$$

17. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$S_n = \sum_{k=1}^n a_k, \quad T_n = \sum_{k=1}^n |a_k|$$

라 할 때, 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_7 = a_6 + a_8$

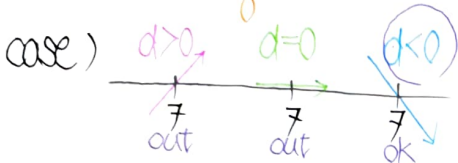
(나) 6 이상의 모든 자연수 n 에 대하여 $S_n + T_n = 84$ 이다.

T_{15} 의 값은? [4점]

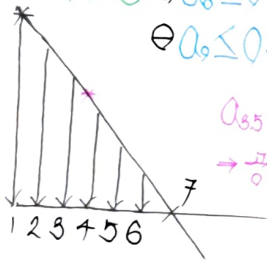
$$\sum_{k=1}^n (a_k + |a_k|) = 84$$

- ① 96 ② 102 ③ 108 ④ 114 ⑤ 120

sol) $2a_7 = a_6 + a_8 = a_7$



$n=6$ $a_6 = ?$ $(84) + \text{영}$
 $n=7$ $a_7 \leq 0$ $(84) + \text{영}$
 $n=8$ $a_8 \leq 0$ $(84) + \text{영}$
 $a_6 \leq 0$ $\text{공차 } \theta$



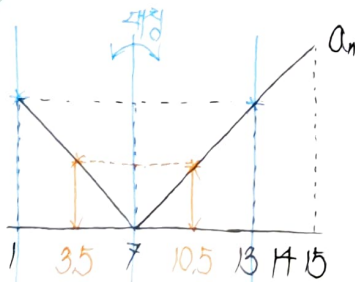
$a_{6.5} = 7, a_7 = 0$
 $\Rightarrow \text{공차 } -2 \Rightarrow a_n = -2n + 14$

$$\sum_{k=1}^6 (2a_k) = 84$$

$$2(a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6) = 84$$

$$2 \times 60_{3.5} = 84$$

등차 $\Sigma = \frac{n(n+1)}{2} \times \text{공차}$



$$2 \times 60_{3.5} + |a_7| + |a_8|$$

$$= 84 + |a_7| + |a_8| = 84 + 7 + 16 = 114$$

18. 확률변수 X 는 정규분포 $N(m_1, \sigma_1^2)$.

확률변수 Y 는 정규분포 $N(m_2, \sigma_2^2)$ 을 따르고,

확률변수 X, Y 의 확률밀도함수는 각각 $f(x), g(x)$ 이다.

$\sigma_1 = \sigma_2$ 이고 $f(24) = g(28)$ 일 때, 확률변수 X, Y 는 다음 조건을 만족시킨다.

표준편차가 같은 두 정규분포 ... + 평균이동

(가) $P(m_1 \leq X \leq 24) + P(28 \leq Y \leq m_2) = 0.9544$

(나) $P(Y \geq 36) = 1 - P(X \leq 24)$

$$P(X \leq 24) + P(Y \geq 36) = 1$$

$P(18 \leq X \leq 21)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

① 0.3830

② 0.5328

③ 0.6247

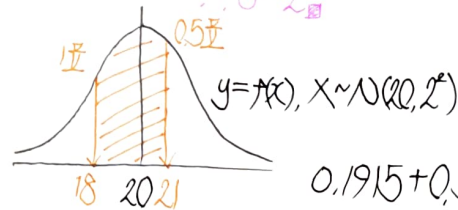
④ 0.6826

⑤ 0.7745

sol)



$20 \frac{m_1+m_2}{2} = 28$
 $32 \frac{m_1+m_2}{2} = 32$
 $2\star = 0.9544$
 $\star = 0.4772$



$$0.1915 + 0.3413 = 0.5328$$

19. 첫째항이 1 이고 공차가 2 인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

자연수 n 에 대하여 좌표평면 위의 점 P_n 을 다음 규칙에 따라 정한다.

첫 번째 점 P_1 의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.
 두 번째 점 P_2 의 x 좌표는 a_2 이다.
 세 번째 점 P_3 의 y 좌표는 a_3 이다.
 네 번째 점 P_4 의 x 좌표는 a_4 이다.
 다섯 번째 점 P_5 의 y 좌표는 a_5 이다.
 ...
 $2n-1$ 번째 점 P_{2n-1} 의 y 좌표는 a_{2n-1} 이다.
 $2n$ 번째 점 P_{2n} 의 x 좌표는 a_{2n} 이다.

(가) 점 P_1 의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.

(나) 점 P_n 의 x 좌표는 a_n 이다.

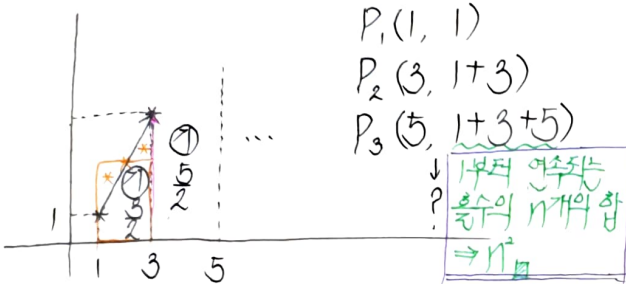
(다) 직선 $P_n P_{n+1}$ 의 기울기는 $\frac{1}{2} a_{n+1}$ 이다.

$x \geq 1$ 에서 정의된 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 모든 자연수 n 에 대하여 닫힌구간 $[a_n, a_{n+1}]$ 에서

선분 $P_n P_{n+1}$ 과 일치할 때, $\int_1^{11} f(x) dx$ 의 값은? [4점]

- 1 140 2 145 3 150 4 155 5 160

sol) $a_n = 2n - 1$



$$\begin{aligned} \int_1^{11} f(x) dx &= 2 \times f(2) + 2 \times f(4) + \dots + 2 \times f(10) \\ &= \sum_{k=1}^5 2 \times f(2k) \\ &= \sum_{k=1}^5 2 \times \frac{k^2 + (k+1)^2}{2} = \sum_{k=1}^5 k^2 + (k+1)^2 \\ &= 5 \times 1 + 6 \times 4 + 7 \times 9 + 8 \times 16 + 9 \times 25 \\ &= 55 + 91 + 135 + 192 + 225 \\ &= 698 \end{aligned}$$

20. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(x) = x^2 - 4x$, $g'(x) = -2x$

(나) 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 함수 $y=g(x)$ 의 그래프는 서로 다른 두 점에서만 만난다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

(㉠) 두 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 모두 $x=0$ 에서 극대이다.

(㉡) $\{f(0)-g(0)\} \times \{f(2)-g(2)\} = 0$

(㉢) 모든 실수 x 에 대하여 $\int_{-1}^x \{f(t)-g(t)\} dt \geq 0$ 이면

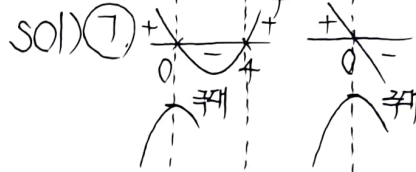
$\int_{-1}^1 \{f(x)-g(x)\} dx = 2$ 이다.

(㉠) ㉠

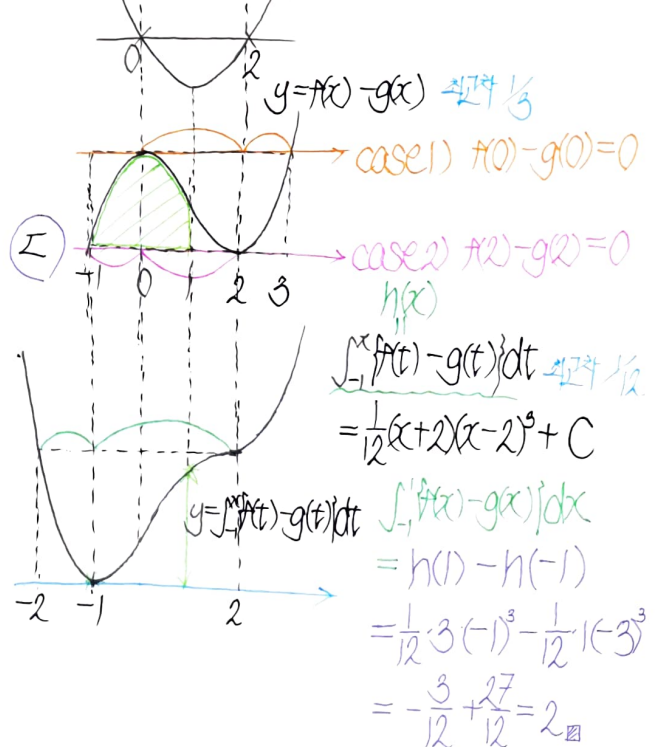
(㉡) ㉡, ㉢

(㉢) ㉢, ㉣

(㉣) ㉣, ㉤



(㉠) $f(x) - g(x) = x^2 - 2x$
 $y = f(x) - g(x)$



21. 첫째항이 양수이고 공차가 -1 보다 작은 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 은 다음과 같다.

$$b_n = \begin{cases} a_{n+1} - \frac{n}{2} & (a_n \geq 0) \\ a_n + \frac{n}{2} & (a_n < 0) \end{cases}$$

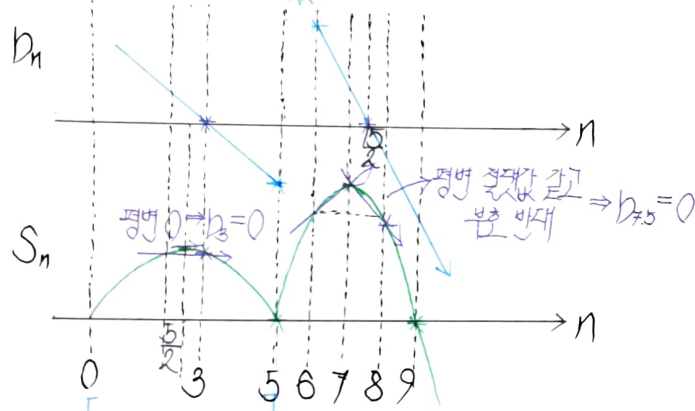
수열 $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $b_5 < b_6$
(나) $S_5 = S_9 = 0$

$S_n \leq -70$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값은? [4점]

- ① 13 ② 15 ③ 17 ④ 19 ⑤ 21

sol)



S_n : 등차수열의 합

$$S_n - S_{n+1} = b_n \Rightarrow \frac{S_n - S_{n+1}}{n - (n+1)} = b_n$$

$$b_n = \begin{cases} (d - \frac{1}{2})(n-3) & (n \leq 5) \\ (d + \frac{1}{2})(n - \frac{15}{2}) & (n > 5) \end{cases} = \begin{cases} -2(n-3) & (n \leq 5) \\ -(n - \frac{15}{2}) & (n > 5) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{따라서 } S_n = \begin{cases} -n(n-5) & (n \leq 5) \\ -\frac{1}{2}(n-5)(n-9) & (n > 5) \end{cases}$$

$$a_{n+1} = (d - \frac{1}{2})(n-3) + \frac{n}{2}$$

$$a_n = (d + \frac{1}{2})(n - \frac{15}{2}) - \frac{n}{2}$$

$$dn - 3d + \frac{3}{2} = dn - \frac{15}{2}d - \frac{15}{4} + d$$

$$\frac{7}{2}d = -\frac{21}{4} \therefore d = -\frac{3}{2}$$

$$-\frac{1}{2}(n-5)(n-9) \leq -70$$

$$n^2 - 14n + 45 \geq 140$$

$$n^2 - 14n - 95 \geq 0$$

$$(n-19)(n+5) \geq 0$$

$$n \geq 19$$

단답형

22. ${}_3H_5$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 곡선 $y = 4x^3 - 5x + 9$ 위의 점 $(1, 8)$ 에서의 접선의 기울기를 구하시오. [3점]

27. 자연수 n 에 대하여 $0 \leq x < 2^{n+1}$ 일 때, 부등식

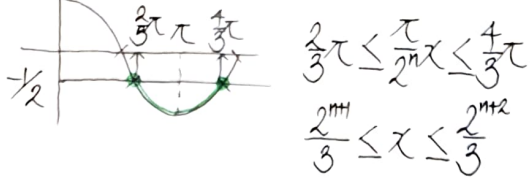
$$0 \leq \frac{\pi}{2^n} x < 2\pi$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2^n} x\right) \leq -\frac{1}{2}$$

을 만족시키는 서로 다른 모든 자연수 x 의 개수를 a_n 이라

하자. $\sum_{n=1}^7 a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

Sol)



$$n=1 \sim n=7$$

$$\frac{2^2}{3} \leq x \leq \frac{2^9}{3}$$

$$\begin{matrix} \parallel & \parallel \\ 1 + \frac{1}{3} & 170 + \frac{2}{3} \end{matrix}$$

$$2 \sim 170$$

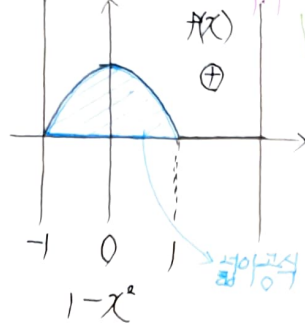
$$170 - 1 = 169 \quad \square$$

28. 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq 0$, $f(x+3) = f(x)$ 이고

$\int_{-1}^2 \{f(x) + x^2 - 1\}^2 dx$ 의 값이 최소가 되도록 하는 연속함수

$f(x)$ 에 대하여 $\int_{-1}^{26} f(x) dx$ 의 값을 구하시오. [4점]

Sol)



$$\int_{-1}^{26} f(x) dx$$

주기 3개

주기 함수

⇒ 4 반복 x, 그래프 반복

$$\int_{-1}^2 f(x) dx = 9 \times \frac{4}{3} = 12 \quad \square$$

$$\text{넓이 공식 } \frac{1}{6} \cdot 2^3 = \frac{4}{3}$$

29. 흰 공 2 개, 빨간 공 3 개, 검은 공 3 개를 3 명의 학생에게 남김없이 나누어 주려고 한다. 흰 공을 받은 학생은 빨간 공과 검은 공도 반드시 각각 1 개 이상 받도록 나누어 주는 경우의 수를 구하시오. (단, 같은 색의 공은 서로 구별하지 않고, 공을 하나도 받지 못하는 학생은 없다.) [4점]

sol) case 1) 흰공 (2, 0, 0) : ${}^3C_1 \times (36 - 18 + 1)$
 $= 57$

W $2 + 0 + 0 = 2$

R $A' + B + C = 3 - 1$

B $A' + B + C = 3 - 1$

전체 ${}^3H_2 \times {}^3H_2 = 36$

B, C 공 $2 \times {}^2H_2 \times {}^2H_2 = 18$

B, C 둘 다 공 $\Rightarrow A$ 쪽방 : 1

case 2) 흰공 (1, 0, 0) : ${}^3C_2 \times (9 - 4)$

W $1 + 1 + 0 = 2 = 15$

R $A' + B + C = 3 - 2$

B $A' + B + C = 3 - 2$

전체 ${}^3H_1 \times {}^3H_1 = 9$

C 0개 ${}^2H_1 \times {}^2H_1 = 4$

$57 + 15 = 72$

30. $t \geq 6 - 3\sqrt{2}$ 인 실수 t 에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} 3x(x + \frac{t}{3}) & (x < 0) \\ 3x^2 + tx & (x < 0) \\ -3x^2 + tx & (x \geq 0) \\ -3x(x - \frac{t}{3}) & (x \geq 0) \end{cases}$$

일 때, 다음 조건을 만족시키는 실수 k 의 최솟값을 $g(t)$ 라 하자.

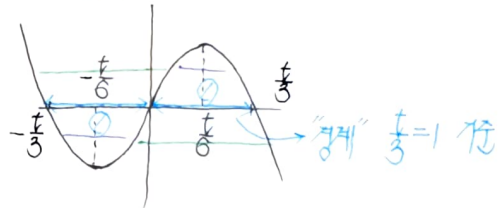
(가) 닫힌구간 $[k-1, k]$ 에서 함수 $f(x)$ 는 $x=k$ 에서 최댓값을 갖는다.

(나) 닫힌구간 $[k, k+1]$ 에서 함수 $f(x)$ 는 $x=k+1$ 에서 최솟값을 갖는다.

$3 \int_2^1 \{6g(t) - 3\}^2 dt$ 의 값을 구하시오. [4점]

$f(k) > f(k+1)$

같은 때 $\Rightarrow$ 판사의 기준(경계)



just 계산 + 기함수 특성 사용

37

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.