

많은 학생들의 경험담

### 1. 방심하지 마라.

시험을 치는 도중에 조금도 방심하지 마라.  
“19문제 풀었는데 70분이나 남았잖아?”  
라고 방심하는 순간 그 시험은 이미 망했다.  
출제자들이 바보도 아니고 100분에 걸맞는 시험을 준비한다.  
시간이 부족할 확률이 99%이다.

### 2. 시간부족에 의문을 갖지 마라.

비킬러들을 많이 출제한 뽀뽀한 시험지를 만나게 될 것입니다.  
시간부족은 지극히 당연한 현상입니다. 100명중 99명이 부족합니다.  
시간이 부족함에 의문을 갖지 말고, “그래. 예상했어.”라는 자세로  
받아들이시길 바랍니다. 그렇다고 여유롭게 풀라는 뜻은 아니고  
최선을 다하되 초조해 할 필요가 없다는 뜻입니다.  
100점을 받으려고 하지 마시고 내가 받을 수  
있는 최고점을 받기위해 노력합시다.

### 3. 구하는 것을 잘 읽으세요.

답을 구하려 하면 계산양이 많을 것이고  
출제의도를 파악하려 한다면 계산양이 적당할 것입니다.  
 $a$ 와  $b$ 의 값을 각각 구할 수는 없지만,  $a-b$ 나  $ab$ 는 구할 수 있는  
평가원의 맞춤형 문제를 주의합시다. 작년부터 유독 많이 출제됩니다.

### 4. 자연수조건, 정수조건에 유의합시다.

핵심조건으로 작용할 수 있습니다. 잘 읽어봅시다.

### 5. 제발 넘어가세요.

‘제발 넘어가세요.’ 라고 적었지만 본심은 ‘제’를 ‘시’로 수정해야합니다.  
아니 요즘 누가 안 넘어간다고 저렇게 오버하나?  
생각할 수 있겠지만 그게 여러분일 수 있습니다.  
막혔을 때, 몇 십분 뒤의 자신을 믿고 과감하게 넘어갈 수 있어야  
1~4를 할 수 있습니다.

6/9평때 넘어가 봐야 수능 에서도  
시도해 볼 수 있지 않을까요?

**예열문항**

(시험 직전에 1번 더 풀 문항)

중요도 ★★★★★

1. 자연수  $n$ 이  $2 \leq n \leq 11$ 일 때,  $-n^2 + 9n - 18$ 의  $n$ 제곱근 중에서 음의 실수가 존재하도록 하는 모든  $n$ 의 값의 합은? (2021 6월 모의평가)

- ① 15      ② 20      ③ 25      ④ 30      ⑤ 35

2. 각 항이 양수인 수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 할 때,  $S_n + S_{n+1} = (a_{n+1})^2$ 이 성립한다.  $a_1 = 10$ 일 때,  $a_{10}$ 의 값을 구하여라. [4점] [2019년 경찰대 22]

3. 두 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ ,  $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여  $A$ 에서  $B$ 로의 함수  $f$ 중에서 다음 조건을 만족시키는 함수의 개수를 구하시오. (수특 14. Level3)

(가)  $f(1)+f(3)=4$

(나) 함수  $f$ 의 치역의 원소의 개수는 3이다.

- ① 2316      ② 2326      ③ 2336      ④ 2346      ⑤ 2356

## 확률과 통계

중요도 ★★★★★ (출제확률 99%)

### 주제(1). 독립과 배반

독립관계의 두 사건  $A$ ,  $B$ 에 대하여

$$P(A \cup B) = \frac{1}{2}, \quad P(A^c \cap B) = \frac{1}{5}$$

일 때,  $P(A^c \cap B)$ 의 값은? (단,  $A^c$ 는  $A$ 의 여사건이다.) [3점]

- ①  $\frac{1}{35}$     ②  $\frac{2}{35}$     ③  $\frac{3}{35}$     ④  $\frac{4}{35}$     ⑤  $\frac{1}{7}$

최근에는 위 문항 같은 독립관계 단순 연산문항보다 문장형태의 독립관계 문항이 대세를 차지하고 있다.

$P(A) \times P(B) = P(A \cap B)$ 를 이용하는 특징은 유지한 채 확률을 문장에서 얻어낸다는 차이점이 있으나 연습을 충분히 하지 않으면 당황하기 좋다.

## [대표기출]

1. 한 개의 주사위를 한 번 던진다. 홀수의 눈이 나오는 사건을  $A$ , 6이하의 자연수  $m$ 에 대하여  $m$ 의 약수의 눈이 나오는 사건을  $B$ 라 하자. 두 사건  $A$ 와  $B$ 가 서로 독립이 되도록 하는 모든  $m$ 의 값의 합을 구하시오. [4점] [2019학년도 수능 26번]

$P(A) \times P(B) = P(A \cap B)$ 에 대하여

$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ,  $m$ 의 약수의 개수를  $M$ 이라 하면,

$P(B) = \frac{M}{6}$ 이고,  $P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{M}{6} = \frac{1}{12}M = P(A \cap B)$ 이므로

$m$ 의 약수 중

홀수의 개수가  $\frac{M}{2}$ 개, 짝수의 개수가  $\frac{M}{2}$ 개다.

$m = 2, 6$ 이다.

답은 8

2. 1부터 9까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 9장의 카드에서 임의로 한 장의 카드를 뽑는 시행을 한다. 이 시행에서 3의 배수가 적혀 있는 카드를 뽑는 사건을  $A$ 라 하고, 5이하의 자연수  $n$ 에 대하여  $n, n+3, n+4$ 가 적혀있는 카드를 뽑는 사건을  $B_n$ 이라 하자. 두 사건  $A^C$ 과  $B_n$ 이 서로 독립이 되도록 하는 모든  $n$ 의 값의 합은? (수특 49. 예제 3)

3. 주머니 속에 8개의 공이 들어 있다. 이 중  $k$ 개는 흰 공이고 나머지는 검은 공이다. 흰 공에는 1부터  $k$ 까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있고, 검은 공에는  $k+1$ 부터 8까지 자연수가 각각 하나씩 적혀 있다. 이 주머니에서 임의로 하나의 공을 꺼낼 때, 흰 공이 나오는 사건을  $A$ 라 하고, 홀수가 적힌 공이 나오는 사건을  $B$ 라 하자. 두 사건  $A, B$ 가 서로 독립이 되도록 자연수  $k$ 의 값을 정할 때, 모든  $k$ 의 값의 합을 구하시오. (단,  $1 \leq k \leq 7$ 이다.) [3점][2009년 3월 가30]

4. 표본공간  $S$ 는  $S = \{1, 2, 3, \dots, 12\}$  이고 모든 근원사건의 확률은 같다. 사건  $A$ 가  $A = \{4, 8, 12\}$  일 때, 사건  $A$ 와 독립이고  $n(A \cap X) = 2$ 인 사건  $X$ 의 개수를 구하시오. (단,  $n(B)$ 는 집합  $B$ 의 원소의 개수를 나타낸다.) [4점][2004년 6월 가35]

5. 100이하의 자연수  $n$ 에 대하여 집합

$$X = \{x \mid 2 \leq x \leq 11, x \text{는 자연수}\}$$

의 모든 원소 중 임의로 1개를 선택할 때 짝수가 나오는 사건을  $A$ ,  $n$ 의 약수이면서 소수인 수가 나오는 사건을  $B$ 라 하자. 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든  $n$ 의 개수를 구하시오.

(가)  $P(A \cap B) \neq 0$

(나) 두 사건  $A$ 와  $B$ 가 서로 독립이다.

6. 주머니에 크기와 모양이 같은  $n$ 개의 상자가 들어 있다. 그 중에서  $m$ 개는 흰색 상자이고 나머지는 검은색 상자이며 3개의 흰색 상자와 5개의 검은색 상자에는 당첨 제비가 각각 하나씩 들어있다. 주머니에서 임의로 한 개의 상자를 꺼낼 때 당첨 제비가 들어 있는 상자가 나오는 사건을  $A$ , 흰색 상자가 나오는 사건을  $B$ 라 하자. 두 사건  $A, B$ 가 서로 독립이 되도록 하는 두 자연수  $m, n$ 의 모든 순서쌍  $(m, n)$ 의 개수를 구하시오. (단,  $10 \leq m < 100$ 이고,  $n - m \geq 5$ ) (수능완성 실전모의평가 1회)

7. 1부터  $3n$ 까지의 자연수가 각각 한 개씩 적힌 공  $3n$ 개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼낼 때, 3의 배수가 나오는 사건을  $A$ , 5의 배수가 나오는 사건을  $B$ 라 하자. 두 사건  $A, B$ 가 서로 독립이 되도록 하는 100이하의 자연수  $n$ 의 개수를 구하시오 (단,  $n > 5$ )

[사건의 개수=집합의 개수로 해석]

8. 서로 다른 두 개의 주사위 P, Q를 동시에 한 번 던져 나온 눈의 수를 각각  $a, b$ 라 할 때,  $a+b=8$ 인 사건을  $A$ ,  $|a-b|>3$ 인 사건을  $B$ 라 하자. 이 시행에서 나오는 사건  $C$ 가 두 사건  $A^C, B$ 와 모두 배반사건이 되도록 하는 사건  $C$ 의 개수는? (단,  $A^C$ 는  $A$ 의 여사건이고  $C \neq \emptyset$ 이다.) (수특 31. 유제2)

9. 표본공간  $S = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 공집합이 아닌 모든 부분집합 중에서 중복을 허락하여 임의로 택한 두 집합을 차례로  $A, B$ 라 할 때, 두 사건  $A$ 와  $B$ 가 서로 배반사건일 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (수특 39. Level2)

중요도 ★★★★★ (출제확률 99%)

주제(2). 함수의 개수

[중복순열에 의한 함수의 개수]

(벤 다이어그램을 사용하면 상당히 편리합니다.)

10. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 를 정의역과 공역으로 하고

다음 조건을 만족시키는 함수  $f$  중에서 임의로 하나를  
택할 때, 택한 함수  $f$ 의 치역의 원소의 개수가 2일  
확률은? (수특 41. Level3)

$$f(1)+f(2)+f(3)=7$$

11. 두 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $Y = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여  
다음 조건을 만족시키는 함수  $f: X \rightarrow Y$ 의 개수는?

$$(가) f(f(1))=2$$

(나) 함수  $f$ 의 치역의 원소의 개수는 2이하 이다.

- ① 20    ② 21    ③ 22    ④ 23    ⑤ 24

12. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 모든 함수  $f$  중에서 임의로 하나를 선택할 때, 이 함수가 다음 조건을 만족시킬 확률은?

$f$ 의 치역의 모든 원소의 합은 짝수이다.

- ①  $\frac{61}{128}$     ②  $\frac{31}{64}$     ③  $\frac{63}{128}$     ④  $\frac{1}{2}$     ⑤  $\frac{65}{128}$

13. 두 집합  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여  $A$ 에서  $B$ 로의 모든 함수  $f$  중에서 임의로 하나를 선택할 때, 이 함수가 다음 조건을 만족시킬 확률은?

$f(1) \geq 2$ 이거나 함수  $f$ 의 치역은  $B$ 이다.

- ①  $\frac{16}{27}$     ②  $\frac{2}{3}$     ③  $\frac{20}{27}$     ④  $\frac{22}{27}$     ⑤  $\frac{8}{9}$

14. 두 집합  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여  $A$ 에서  $B$ 로의 모든 함수  $f$  중에서 임의로 하나를 선택할 때, 이 함수가 다음 조건을 만족시킬 확률은?

$f(1) \geq 2$ 이거나 함수  $f$ 의 치역은  $B$ 가 아니다.

- ①  $\frac{19}{27}$     ②  $\frac{20}{27}$     ③  $\frac{7}{9}$     ④  $\frac{22}{27}$     ⑤  $\frac{23}{27}$

[중복조합에 의한 함수의 개수]

15. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수  $f : X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [4점]  
[2018년 전북10월 가27]

- (가) 집합  $X$ 의 임의의 두 원소  $x, y$ 에 대하여  $x < y \leq 4$ 이면  $f(x) \leq f(y)$  이고,  $x > 4$ 이면  $f(x) \geq f(4)$ 이다.  
(나)  $f(1)f(4) = 6$

16. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 함수  $f$ 중 다음 조건을 만족시키는 함수의 개수를 구하시오. (수특. 19 유제3)

(가)  $f(3)$ 은 3의 배수이다.

(나) 집합  $X$ 의 임의의 두 원소  $x_1, x_2$ 에 대하여  $x_1 < x_2$ 이면,  $f(x_1) \leq f(x_2)$ 이다.

17. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 함수  $f$ 중 다음 조건을 만족시키는 함수의 개수는?

(가) 집합  $X$ 의 임의의 두 원소  $x_1, x_2$ 에 대하여  $x_1 < x_2$ 이면  $f(x_1) \geq f(x_2)$ 이다.

(나) 함수  $f$ 의 치역의 원소의 개수는 4이하이다.

중요도 ★★★★★ (출제확률 99%)

주제(3). 독립시행의 사건

18. 네 쌍의 부부를 대상으로 남편들에게 1, 2, 3, 4중 서로 다른 숫자를 임의로 하나씩 부여하고 아내들에게도 1, 2, 3, 4중 서로 다른 숫자를 임의로 하나씩 부여한 후, 남편이 적은 숫자와 아내가 부여받은 숫자가 일치하고 아내가 적은 숫자와 남편이 부여받은 숫자가 일치할 때에만 부부에게 상품을 주는 게임을 한다. 이 게임에서 네 쌍의 부부 중에서도 두 쌍의 부부가 상품을 받을 확률이  $\frac{a}{2^{15}}$  일 때,  $a$ 의 값을 구하시오. (단, 부부가 부여받은 숫자는 서로 다를 수 있고, 부여받은 숫자는 서로 알지 못한다.) (수특55. Level3)

19. 좌표평면 위의 두 점 P, Q에 대하여 다음 시행을 한다.

흰 공 3개, 검은 공 1개가 들어 있는 주머니에서 임의로 한 개의 공을 꺼내 흰 공이 나오면 점 P를  $x$ 축 방향으로 1만큼,  $y$ 축 방향으로 1만큼 이동시키고, 검은 공이 나오면 점Q를  $x$ 축 방향으로  $-1$ 만큼,  $y$ 축 방향으로 2만큼 이동시킨다. 꺼낸 공은 주머니에 다시 넣는다.

위의 시행을 5번 반복할 때, 점 (1, 4)에서 출발한 점 P와 점 (6, 0)에서 출발한 점 Q가 같은 점에 있을 확률은? (수특 51. 예제4)

20. 좌표평면의 원점에 점 A가 있다. 한 개의 동전을 사용하여 다음 시행을 한다.

동전을 한번 던져 앞면이 나오면 점 A를  $x$ 축 양의 방향으로 1만큼, 뒷면이 나오면 점 A를  $y$ 축 양의 방향으로 2만큼 이동시킨다.

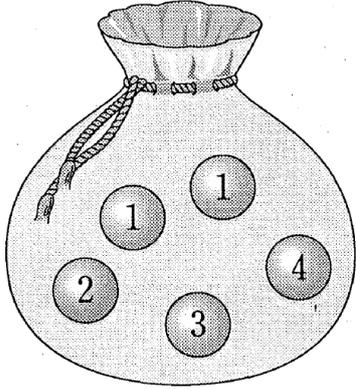
위의 시행을 6번 반복한 후 점 A의 좌표를  $(x, y)$ 라 할 때, 부등식  $1 \leq y \leq x$ 를 만족시킬 확률은?

- ①  $\frac{21}{64}$     ②  $\frac{11}{32}$     ③  $\frac{23}{64}$     ④  $\frac{3}{8}$     ⑤  $\frac{25}{64}$

중요도 ★★★★★ (출제확률 80%)

주제(4). 같은 것을 다르게 해석하는 확률

21. 주머니에 1, 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 5개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 4개의 공을 동시에 꺼내어 임의로 일렬로 나열하고, 나열된 순서대로 공에 적혀있는 수를  $a, b, c, d$ 라 할 때,  $a \leq b \leq c \leq d$ 일 확률은? [4점] [2015년 9월 가15]



22. 숫자 1, 2, 3, 4가 하나씩 적혀 있는 흰 공 4개와 숫자 4, 5, 6이 하나씩 적혀 있는 검은 공 3개가 있다. 이 7개의 공을 임의로 일렬로 나열할 때, 같은 숫자가 적혀 있는 공이 서로 이웃하지 않게 나열될 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점][2019학년도 수능 나28]

23. 그림과 같이 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 카드가 각각 3장씩 12장이 있다. 이 12장의 카드 중에서 임의로 3장의 카드를 선택할 때, 선택한 카드 중에 같은 숫자가 적혀 있는 카드가 2장 이상일 확률은? [4점]  
[2017년 6월 가15]



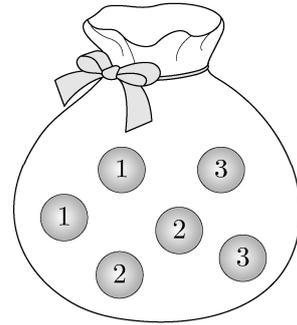
24. 숫자 1, 1, 2, 2, 3, 3이 하나씩 적혀 있는 6개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 한 개의 공을 임의로 꺼내어 공에 적힌 수를 확인한 후 다시 넣지 않는다. 이와 같은 시행을 6번 반복할 때,  $k$  ( $1 \leq k \leq 6$ )번째 꺼낸 공에 적힌 수를  $a_k$ 라 하자. 두 자연수  $m, n$ 을

$$m = a_1 \times 100 + a_2 \times 10 + a_3,$$

$$n = a_4 \times 100 + a_5 \times 10 + a_6$$

이라 할 때,  $m > n$ 일 확률은  $\frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점][2019년 6월 가27]



25. 서로 다른 세 주머니에는 숫자 1, 2, 3, 4, 5가

하나씩 적힌 5개의 공이 각각 들어있다. 같이 서로 다른 세 주머니에서 각각 공을 한 개씩 임의로 꺼낸 후, 을도 서로 다른 세 주머니에서 각각 공을 한 개씩 임의로 꺼낸다. 같이 꺼낸 3개의 공에 적힌 숫자를 크기순으로  $a_1, a_2, a_3$  ( $a_1 \leq a_2 \leq a_3$ )이라 하고 을이 꺼낸 3개의 공에 적힌 숫자를 크기순으로  $b_1, b_2, b_3$  ( $b_1 \leq b_2 \leq b_3$ )이라 할 때,  $a_i \neq b_i$ 인  $i$  ( $i=1, 2, 3$ )이 존재할 확률은? (단, 꺼낸 공은 주머니에 다시 넣지 않는다.) (수특 41. Level 3)

