

양수 a 에 대하여 함수 $f(x) = (ax-2)e^{a(-x+2)}$ 은 $x=b$ 에서 최댓값을 갖는다. 함수 $g(a) = \int_0^b |f(x)| dx$ 가 $a=k$ 에서 최솟값을 가질 때, k 의 값은?

[20010-0149] [K-1]

이 문항에 대해서 다양한 언급이 가능하겠으나... 일단은 두 가지 버전의 문제를 준비해 보았다. 우선, 기본적으로 절댓값 함수의 적분을 다룰 수 있겠고, 여기에서는 증가함수라는 것 외에 무의식적으로 사람들이 연속성을 전제로 하여 문제를 풀고, 또 표현을 약간만 다르게 하면 원래 함수도 불연속일 수 있다는 사실을 간과하기도 한다. [20010-0150]의 변형문제처럼 최상위권 학생도 엄밀한 수준에서 풀기에 어려울 만큼 고난도의 킬러는 아니지만, 88점에서 92점 정도의 실력을 가진 학생의 경우 특정 상황을 짚어 가며 풀다가 아예 접근 자체를 못하는 경우가 발생할 가능성이 높은, 개념의 빈칸을 바탕으로 한 함정 문항이라고 할 수 있다.

$x \neq b$ 인 모든 x 에 대해 $h'(x) = |f(x)|$ 인 함수 $h(x)$ 가 다음 조건을 만족한다.

(가) $|h(x) - g(x)|$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능한 직선 $g(x)$ 는 유일하다.

(나) $|f(x)|$ 는 한 점에서만 미분 불가능하다.

$$(다) f(x) = \begin{cases} -a^x + 1 & (x \leq b) \\ 4a^{-x} - 6 & (x > b) \end{cases}$$

$g(x)$ 의 기울기가 최대일 때, b 의 값은? (단, $a > 1$)

무쌍