

제 2 교시

수학 영역 (가형)

5지선다형

1. $3 \times 27^{\frac{1}{3}}$ 의 값은? [2점] [나형 1번]

- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 2x}{e^{3x} - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 - n}{2n^2 + 1}$ 의 값은? [2점] [나형 3번]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

4. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{2}{3}, P(A \cup B) = \frac{7}{9}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{5}{9}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

5. 부등식 $\log_3(x-3) + \log_3(x+3) \leq 3$ 을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합은? [3점]

- ① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

6. 한 개의 주사위를 5번 던져서 나오는 다섯 눈의 수의 곱이 짝수일 확률은? [3점]

- ① $\frac{23}{32}$ ② $\frac{25}{32}$ ③ $\frac{27}{32}$ ④ $\frac{29}{32}$ ⑤ $\frac{31}{32}$

7. 1보다 큰 두 실수 a, b 에 대하여

$$\log_a \frac{a^3}{b^2} = 2$$

가 성립할 때, $\log_a b + 3\log_b a$ 의 값은? [3점] [나형 12번]

- ① $\frac{9}{2}$ ② 5 ③ $\frac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{13}{2}$

8. 곡선 $xy - y^3 \ln x = 2$ 에 대하여 $x = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은?

[3점]

- ① 0
- ② 2
- ③ 4
- ④ 6
- ⑤ 8

9. 함수 $f(x) = e^{x^3 + 2x - 2}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g'(e)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{e}$
- ② $\frac{1}{3e}$
- ③ $\frac{1}{5e}$
- ④ $\frac{1}{7e}$
- ⑤ $\frac{1}{9e}$

10. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$\int_a^x f(t)dt = (x+a-4)e^x$$

을 만족시킬 때, $f(a)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① e
- ② e^2
- ③ e^3
- ④ e^4
- ⑤ e^5

11. 양수 k 에 대하여 함수 $f(x)=3^{x-1}+k$ 의 역함수의 그래프를 x 축의 방향으로 k^2 만큼 평행이동시킨 곡선을 $y=g(x)$ 라 하자. 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 점근선의 교점이 직선 $y=\frac{1}{3}x$ 위에 있을 때, k 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

12. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 를

$$h(x)=(g \circ f)(x)$$

라 할 때, 두 함수 $f(x)$, $h(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=2$, $f'(1)=3$

(나) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{h(x)-5}{x-1} = 12$

$g(2)+g'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

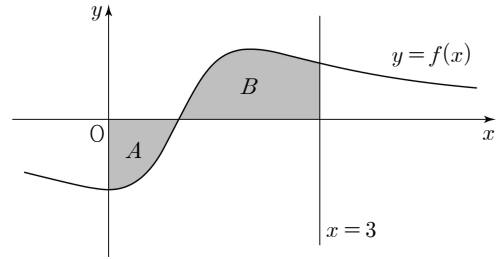
13. 주머니에 1, 2, 3, 4의 숫자가 하나씩 적혀 있는 4개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 공에 적혀 있는 숫자의 합이 소수이면 1개의 동전을 2번 던지고, 소수가 아니면 1개의 동전을 3번 던진다. 동전의 앞면이 2번 나왔을 때, 꺼낸 2개의 공에 적혀 있는 숫자의 합이 소수일 확률은? [3점]

- ① $\frac{2}{7}$ ② $\frac{5}{14}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{4}{7}$



14. 함수 $f(x) = \frac{2x-2}{x^2-2x+2}$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축 및 y 축으로 둘러싸인 영역을 A , 곡선 $y=f(x)$ 와 x 축 및 직선 $x=3$ 으로 둘러싸인 영역을 B 라 하자. 영역 A 의 넓이와 영역 B 의 넓이의 합은? [4점]

- ① $2\ln 2$ ② $\ln 6$ ③ $3\ln 2$ ④ $\ln 10$ ⑤ $\ln 12$



15. $\tan \alpha = -\frac{5}{12}$ ($\frac{3}{2}\pi < \alpha < 2\pi$)이고 $0 \leq x < \frac{\pi}{2}$ 일 때,
부등식

$$\cos x \leq \sin(x+\alpha) \leq 2\cos x$$

를 만족시키는 x 에 대하여 $\tan x$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?
[4점]

- ① $\frac{31}{12}$ ② $\frac{37}{12}$ ③ $\frac{43}{12}$ ④ $\frac{49}{12}$ ⑤ $\frac{55}{12}$

16. 확률변수 X 가 평균이 m , 표준편차가 σ 인 정규분포를
따를 때, 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(t)$ 는

$$f(t) = P(t \leq X \leq t+2)$$

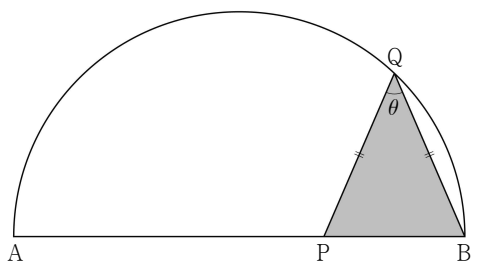
이다. 함수 $f(t)$ 는 $t=4$ 에서
최댓값을 갖고, $f(m) = 0.3413$ 이다.
오른쪽 표준정규분포표를 이용하여
 $f(7)$ 의 값을 구한 것은? [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.1359 ② 0.0919 ③ 0.0606
④ 0.0440 ⑤ 0.0166

17. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB 위의 점 P에 대하여 $\overline{QB} = \overline{QP}$ 를 만족시키는 반원 위의 점을 Q라 할 때, $\angle BQP = \theta$ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$)라 하자. 삼각형 QPB의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은?

[4점]



- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ 1
- ④ 2
- ⑤ 4

18. 앞면에 숫자 1, 2, 3, 4, 5가 하나씩 적혀 있는 5장의 카드가 상자에 들어 있다. 이 상자에서 임의로 3장의 카드를 한 장씩 꺼내고, 꺼낸 순서대로 카드의 뒷면에 숫자 1, 2, 3을 차례로 적는다. 이 3장의 카드 중 앞뒤 양쪽 면에 서로 다른 숫자가 적혀 있는 카드의 개수를 확률변수 X 라 하자. 예를 들어, 꺼낸 카드의 앞면에 적혀 있는 숫자가 차례로 4, 1, 3인 경우는 $X=2$ 이다. 다음은 확률변수 X 의 평균 $E(X)$ 를 구하는 과정이다. (단, 상자에서 꺼내기 전 카드의 뒷면에는 숫자가 적혀 있지 않고, 꺼낸 카드는 상자에 다시 넣지 않는다.)

상자에 들어 있는 5장의 카드 중에서 임의로 3장의 카드를 한 장씩 꺼내고, 꺼낸 순서대로 카드의 뒷면에 숫자 1, 2, 3을 차례로 적는 경우의 수는 ${}_5P_3 = 60$ 이다.

확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2, 3이므로

(i) $X=0$ 인 사건은
3장의 카드 모두 앞뒤 양쪽 면에 적혀 있는 숫자가 서로 같은 경우이다. 그러므로

$$P(X=0) = \frac{1}{60}$$

(ii) $X=1$ 인 사건은
앞뒤 양쪽 면에 적혀 있는 숫자가 서로 다른 카드가 1장이고, 나머지 2장의 카드는 앞뒤 양쪽 면에 적혀 있는 숫자가 서로 같은 경우이다. 그러므로

$$P(X=1) = \boxed{\text{(가)}}$$

(iii) $X=2$ 인 사건은
앞뒤 양쪽 면에 적혀 있는 숫자가 서로 다른 카드가 2장이고, 나머지 1장의 카드는 앞뒤 양쪽 면에 적혀 있는 숫자가 서로 같은 경우이다. 그러므로

$$P(X=2) = \boxed{\text{(나)}}$$

(iv) $X=3$ 인 사건의 경우에는
확률질량함수의 성질에 의하여

$$P(X=3) = 1 - \left(\frac{1}{60} + \boxed{\text{(가)}} + \boxed{\text{(나)}} \right)$$

이다. 따라서

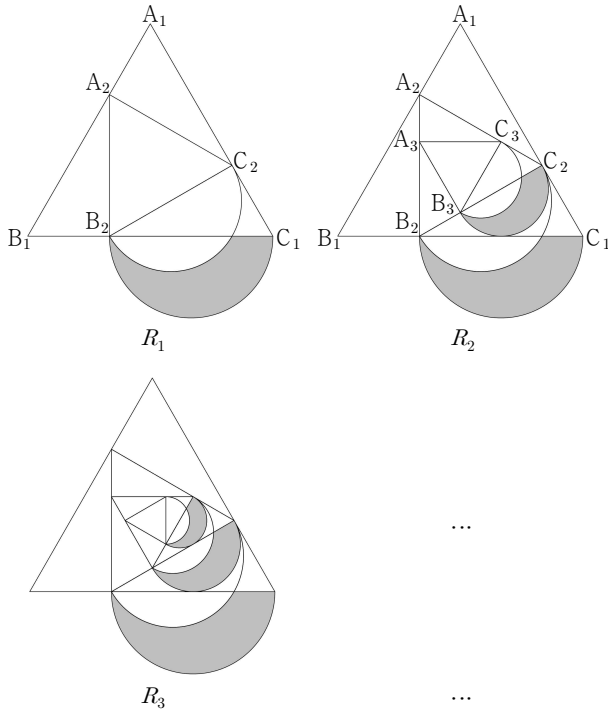
$$E(X) = \sum_{k=0}^3 \{k \times P(X=k)\} = \boxed{\text{(다)}}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $10a+20b+5c$ 의 값은? [4점]

- ① 20
- ② 24
- ③ 28
- ④ 32
- ⑤ 36

19. 그림과 같이 한 변의 길이가 3인 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다. 세 선분 A_1B_1, B_1C_1, C_1A_1 을 1:2로 내분하는 점을 각각 A_2, B_2, C_2 라 하자. 선분 B_2C_2 을 지름으로 하는 반원의 내부와 선분 B_2C_2 를 지름으로 하는 반원의 외부의 공통부분인 \smile 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 세 선분 A_2B_2, B_2C_2, C_2A_2 를 1:2로 내분하는 점을 각각 A_3, B_3, C_3 이라 하자. 선분 B_3C_3 를 지름으로 하는 반원의 내부와 선분 B_3C_3 을 지름으로 하는 반원의 외부의 공통부분인 \smile 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은? [4점]

[나형 19번]



- ① $\frac{11\pi + 8\sqrt{3}}{32}$
- ② $\frac{11\pi + 9\sqrt{3}}{32}$
- ③ $\frac{3\pi + 2\sqrt{3}}{8}$
- ④ $\frac{12\pi + 9\sqrt{3}}{32}$
- ⑤ $\frac{3\pi + 3\sqrt{3}}{8}$

20. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(1+x) = f(1-x), f(2+x) = f(2-x)$$

를 만족시킨다. 실수 전체의 집합에서 $f'(x)$ 가 연속이고, $\int_2^5 f'(x)dx = 4$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2) = f(x)$ 이다.
 ㄴ. $f(1) - f(0) = 4$
 ㄷ. $\int_0^1 f(f(x))f'(x)dx = 6$ 일 때, $\int_1^{10} f(x)dx = \frac{27}{2}$ 이다.

- ① ㄱ
- ② ㄷ
- ③ ㄱ, ㄴ
- ④ ㄴ, ㄷ
- ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

21. $0 < t < 1$ 인 실수 t 에 대하여 직선 $y = t$ 와
 함수 $f(x) = \sin x \left(0 < x < \frac{\pi}{2} \right)$ 의 그래프가 만나는 점을 P라
 할 때, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 P에서 그은 접선의 x절편을
 $g(t)$ 라 하자. $g\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$ 의 값은? [4점]

① -28 ② -24 ③ -20 ④ -16 ⑤ -12

단답형

22. ${}_5P_2 \times {}_5C_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. $\sec \theta = 10$ 일 때, $\tan^2 \theta$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 이항분포 $B(72, p)$ 를 따르는 확률변수 X 에 대하여 $E(2X-3)=45$ 일 때, $V(2X-3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_9=2a_3$ 일 때,
 $\sum_{n=1}^{24} \frac{(a_{n+1}-a_n)^2}{a_n a_{n+1}}$ 의 값은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,
 p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [3점] [나형 14번]

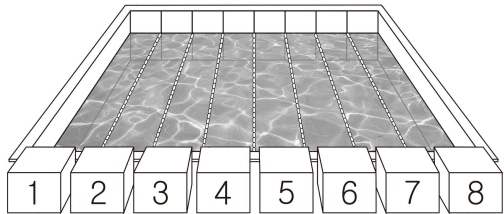
26. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=0$
 (나) 0이 아닌 모든 실수 x 에 대하여

$$\frac{xf'(x)-f(x)}{x^2} = xe^x$$
 이다.

- $f(3) \times f(-3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 어느 수영장에 1번부터 8번까지 8개의 레인이 있다.
 3명의 학생이 서로 다른 레인의 번호를 각각 1개씩 선택할 때,
 3명의 학생이 선택한 레인의 세 번호 중 어느 두 번호도
 연속되지 않도록 선택하는 경우의 수를 구하시오. [4점]



28. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 에 대하여 일대일 대응인
 함수 $f : X \rightarrow X$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 f 의
 개수를 구하시오. [4점] [나형 28번]

- (가) p 가 소수일 때, $f(p) \leq p$ 이다.
- (나) $a < b$ 이고 a 가 b 의 약수이면 $f(a) < f(b)$ 이다.

29. 첫째항이 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 에 대하여 $S_9 = S_{18}$ 이다. 집합 T_n 을

$$T_n = \{S_k \mid k=1, 2, 3, \dots, n\}$$

이라 하자. 집합 T_n 의 원소의 개수가 13이 되도록 하는 모든 자연수 n 의 값의 합을 구하시오. [4점] [나형 29번]

30. $x=a(a>0)$ 에서 극댓값을 갖는 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos \pi x}{f(x)} & (f(x) \neq 0) \\ \frac{7}{128} \pi^2 & (f(x) = 0) \end{cases}$$

일 때, 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g'(0) \times g'(2a) \neq 0$

(나) 함수 $g(x)$ 는 $x=a$ 에서 극값을 갖는다.

$g(1) = \frac{2}{7}$ 일 때, $g(-1) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

나형 9. 두 사건 A, B 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(A^c) = 7P(A \cap B)$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^c 는 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{7}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{3}{7}$ ④ $\frac{4}{7}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

나형 11. 어느 고등학교 3학년 전체 학생 300명을 대상으로 영화와 뮤지컬에 대한 관람 희망 여부를 조사한 결과는 다음과 같다.

(단위: 명)

영화 \ 뮤지컬	희망함	희망하지 않음	합계
희망함	90	50	140
희망하지 않음	120	40	160
합계	210	90	300

이 고등학교 3학년 학생 중에서 임의로 선택한 1명이 영화 관람을 희망한 학생일 때, 이 학생이 뮤지컬 관람도 희망한 학생일 확률은? [3점]

- ① $\frac{3}{14}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{5}{14}$ ④ $\frac{3}{7}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

나형 13. 어느 공장에서 생산하는 전기 자동차 배터리 1개의 용량은 평균이 64.2, 표준편차가 0.4인 정규분포를 따른다고 한다.

이 공장에서 생산한 전기 자동차 배터리 중 임의로 1개를 선택할 때, 이 배터리의 용량이 65 이상일 확률을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, 전기 자동차 배터리 용량의 단위는 kWh이다.) [3점]

- ① 0.0062 ② 0.0228 ③ 0.0668 ④ 0.1587 ⑤ 0.3085

나형 17. 공차가 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 공비가 자연수인 등비수열 $\{b_n\}$ 이 $a_6 = b_6 = 9$ 이고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_7 = b_7$
 (나) $94 < a_{11} < 109$

$a_7 + b_8$ 의 값은? [4점]

- ① 96 ② 99 ③ 102 ④ 105 ⑤ 108

나형 22. ${}_7P_2$ 의 값을 구하시오. [3점]

나형 26. 첫째항이 2이고 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.
 x 에 대한 이차방정식

$$a_n x^2 - a_{n+1} x + a_n = 0$$

이 모든 자연수 n 에 대하여 증근을 가질 때,

$\sum_{k=1}^8 a_k$ 의 값을 구하시오. [4점]

나형 24. $(3x+1)^5$ 의 전개식에서 x^2 의 계수를 구하시오. [3점]