2020년 7월 13일 월요일 오후 10:49

110 (160730)

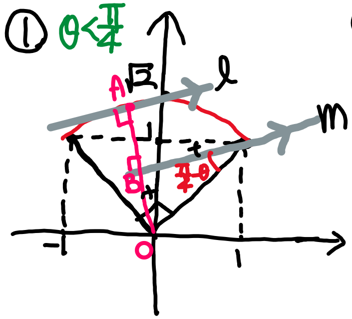
$0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$인 θ에 대하여 좌표평면 위의 두 직선 l, m은 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 두 직선 l, m은 서로 평행하고 x축의 양의 방향과 이루는 각의 크기는 각각 θ이다. ; ㉠ = $\tan\theta$
>
> (나) 두 직선 l, m은 곡선 $y=\sqrt{2-x^2}$ $(-1 \le x \le 1)$과 각각 만난다.
>
> ↳ $x^2+y^2=2$ (원위)

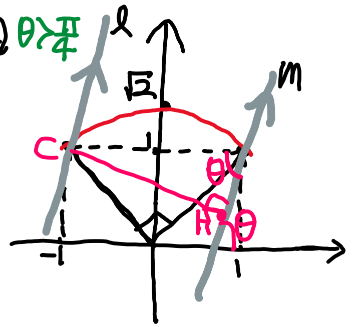
두 직선 l과 m 사이의 거리의 최댓값을 $f(\theta)$라 할 때, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\theta)d\theta = a+b\sqrt{2}\pi$이다. $20(a+b)$의 값을 구하시오.

(단, a와 b는 유리수이다.) (4점)

① $\theta<\frac{\pi}{4}$



② $\theta>\frac{\pi}{4}$



①: $f(\theta) = \overline{AB} = \overline{AO} - \overline{BO}$

$\boxed{=\sqrt{2}\left(1-\sin\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)\right)}$

② $f(\theta) = \overline{CH}$

$\boxed{=2\sin\theta}$

※ 각 직선이 지나는 점·기울기로 식 작성, 대수적 판단 OK (TRY IT)

※ 연속성 $\left(\theta=\frac{\pi}{4}\right)$ 확인; $\boxed{\sqrt{2}(1-0)} = \boxed{2\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}}$ (OK!)

$$\Rightarrow \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\theta)d\theta$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(\theta)d\theta + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} f(\theta)d\theta$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{2} - \sqrt{2}\sin\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)d\theta + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} 2\sin\theta d\theta$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{4}\pi - \sqrt{2}\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin\theta d\theta + 2\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin\theta d\theta$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{4}\pi - \sqrt{2}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) + 2\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 0\right)$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{4}\pi + 1$$

$$\boxed{\therefore 25}$$