

제 2 교시

수학 영역 (가형)

개정반영

5지선다형

1. 24×2^{-3} 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{2x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

3. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(12, \frac{1}{3}\right)$ 을 따를 때, $E(X)$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 두 사건 A 와 B 는 서로 독립이고

$$P(A^c) = \frac{2}{3}, P(A \cap B) = \frac{1}{12}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? (단, A^c 은 A 의 여사건이다.) [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

5. 함수 $f(x) = x \ln x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은?

[3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. A, B를 포함한 6명이 원형의 탁자에 일정한 간격을 두고 앉을 때, A, B가 이웃하여 앉을 확률은? (단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

7. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = e^{2t-6}, y = t^2 - t + 5$$

에서 $t=3$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

8. $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, 방정식 $\sin 2x = \frac{1}{3}$ 의 모든 해의 합은?
[3점]

- ① $\frac{3}{2}\pi$ ② 2π ③ $\frac{5}{2}\pi$ ④ 3π ⑤ $\frac{7}{2}\pi$

9. $\int_3^6 \frac{2}{x^2-2x} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\ln 2$ ② $\ln 3$ ③ $\ln 4$ ④ $\ln 5$ ⑤ $\ln 6$

10. 어느 역사 동아리 1, 2학년 학생 32명을 대상으로 박물관 A와 박물관 B에 대한 선호도를 조사하였다. 이 조사에 참여한 학생은 박물관 A와 박물관 B 중 하나를 선택하였고, 각 학생이 선택한 박물관별 인원수는 다음과 같다.

(단위: 명)

| 구분 | 1학년 | 2학년 | 합계 |
|-------|-----|-----|----|
| 박물관 A | 9 | 15 | 24 |
| 박물관 B | 6 | 2 | 8 |
| 합계 | 15 | 17 | 32 |

이 조사에 참여한 역사 동아리 학생 중에서 임의로 선택한 1명이 박물관 A를 선택한 학생일 때, 이 학생이 1학년 학생일 확률은?
[3점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{5}{12}$ ③ $\frac{11}{24}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{13}{24}$

11. 남학생 4명과 여학생 3명을 세 개의 모둠으로 나누려 할 때, 모든 모둠에 남학생과 여학생이 각각 1명 이상 포함되도록 하는 경우의 수는? [3점]

- ① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

12. n 이 자연수일 때, x 에 대한 다항식 $x^3 + (1-n)x^2 + n$ 을 $x-n$ 으로 나눈 나머지를 a_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^{10} \frac{1}{a_n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{8}$ ② $\frac{8}{9}$ ③ $\frac{9}{10}$ ④ $\frac{10}{11}$ ⑤ $\frac{11}{12}$

13. 점 $(1, 0)$ 에서 곡선 $y=e^x$ 에 그은 접선을 l 이라 하자.
 곡선 $y=e^x$ 과 y 축 및 직선 l 으로 둘러싸인 부분의 넓이는?
 [3점]

- ① $\frac{1}{2}e^2-2$ ② $\frac{1}{2}e^2-1$ ③ e^2-3
- ④ e^2-2 ⑤ e^2-1

14. 함수 $f(x)=\frac{x^2-1}{x}$ ($x > 0$)의 역함수 $g(x)$ 에 대하여
 $g'(0)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

15. 점 $A(4, 0)$ 을 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y = \log_2 x$ 와 만나는 점을 B 라 하고, 점 B 를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 곡선 $y = 2^{x+1} + 1$ 과 만나는 점을 C 라 할 때, 삼각형 ABC 의 넓이는? [4점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

16. 확률변수 X 는 평균이 m , 표준편차가 8인 정규분포를 따르고, 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) P(X \leq k) + P(X \leq 100 + k) = 1$$

$$(나) P(X \geq 2k) = 0.0668$$

m 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? (단, k 는 상수이다.) [4점]

| z | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|-----|----------------------|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

- ① 96 ② 100 ③ 104
④ 108 ⑤ 112

17. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 2, a_2 = 3$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} - a_{n+1} + 2a_n = 5$$

를 만족시킨다. a_6 의 값은? [4점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

18. 서로 같은 흰 공 4개와 서로 같은 검은 공 3개가 들어 있는 주머니에서 임의로 공을 한 개씩 모두 꺼낼 때, 꺼낸 순서대로 1부터 7까지의 번호를 부여한다. 4개의 흰 공에 부여된 번호 중 두 번째로 작은 번호를 확률변수 X 라 할 때, 다음은 $E(X)$ 를 구하는 과정이다.

공에 번호를 부여하는 모든 경우의 수를 N 이라 하면 N 은 서로 같은 흰 공 4개와 서로 같은 검은 공 3개를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같으므로 $N = \boxed{\text{(가)}}$ 이고, 확률변수 X 가 가질 수 있는 값은 2, 3, 4, 5이다.

(i) $X=2$ 일 때,
 번호 2가 부여된 흰 공 앞에 흰 공 1개,
 번호 2가 부여된 흰 공 뒤에 흰 공 2개와 검은 공 3개를
 나열하는 경우의 수는 $1 \times \frac{5!}{2! \times 3!}$ 이므로

$$P(X=2) = \frac{10}{N}$$

(ii) $X=3$ 일 때,
 번호 3이 부여된 흰 공 앞에 흰 공 1개와 검은 공 1개,
 번호 3이 부여된 흰 공 뒤에 흰 공 2개와 검은 공 2개를
 나열하는 경우의 수는 $2! \times \frac{4!}{2! \times 2!}$ 이므로

$$P(X=3) = \frac{12}{N}$$

(iii) $X=4$ 일 때,
 번호 4가 부여된 흰 공 앞에 흰 공 1개와 검은 공 2개,
 번호 4가 부여된 흰 공 뒤에 흰 공 2개와 검은 공 1개를
 나열하는 경우의 수는 $\boxed{\text{(나)}}$ 이므로

$$P(X=4) = \frac{\boxed{\text{(나)}}}{N}$$

(iv) $X=5$ 일 때,
 확률질량함수의 성질에 의하여
 $P(X=5) = 1 - \{P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)\}$

따라서 $E(X) = \sum_{k=2}^5 \{k \times P(X=k)\} = \boxed{\text{(다)}}$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $a+b+5c$ 의 값은? [4점]

- ① 56 ② 58 ③ 60 ④ 62 ⑤ 64

19. 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 $f(x)=x^n-1$,
 $g(x)=\log_3(x^4+2n)$ 이다.

함수 $h(x)$ 가 $h(x)=g(f(x))$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을
 있는 대로 고른 것은? [4점]

———— <보 기> ————

- ㄱ. $h'(1)=0$
 ㄴ. 열린 구간 $(0, 1)$ 에서 함수 $h(x)$ 는 증가한다.
 ㄷ. $x > 0$ 일 때, 방정식 $h(x)=n$ 의 서로 다른 실근의
 개수는 1이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$ 와
 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

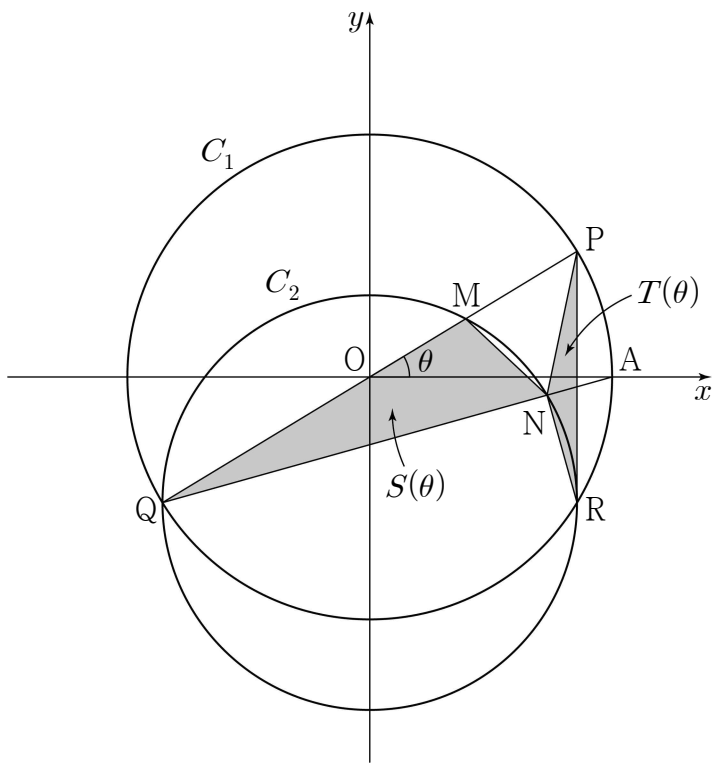
(가) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $g(x)=\int_1^x \frac{f(t^2+1)}{t} dt$

(나) $\int_2^5 f(x)dx=16$

$g(2)=3$ 일 때, $\int_1^2 xg(x)dx$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

21. 그림과 같이 좌표평면 위에 중심이 $O(0, 0)$ 이고 점 $A(1, 0)$ 을 지나는 원 C_1 위의 제1사분면 위의 점을 P 라 하자. 점 P 를 원점에 대하여 대칭이동시킨 점을 Q , x 축에 대하여 대칭이동시킨 점을 R 라 하자. 선분 QR 를 지름으로 하는 원 C_2 와 두 선분 PQ , AQ 와의 교점을 각각 M , N 이라 하자. $\angle POA = \theta$ 라 할 때, 두 삼각형 MQN , PNR 의 넓이를 각각 $S(\theta)$, $T(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\theta^2 \times S(\theta)}{T(\theta)}$ 의 값은? [4점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

단답형

22. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 - 6}{n^2 + n}$ 의 값을 구하시오. [3점]

23. 부등식 $4^x - 10 \times 2^x + 16 \leq 0$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]

24. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$a_2 = 7, \quad S_7 - S_5 = 50$$

일 때, a_{11} 의 값을 구하시오. [3점]

26. 3000보다 작은 네 자리 자연수 중 각 자리의 수의 합이 10이 되는 모든 자연수의 개수를 구하시오. [4점]

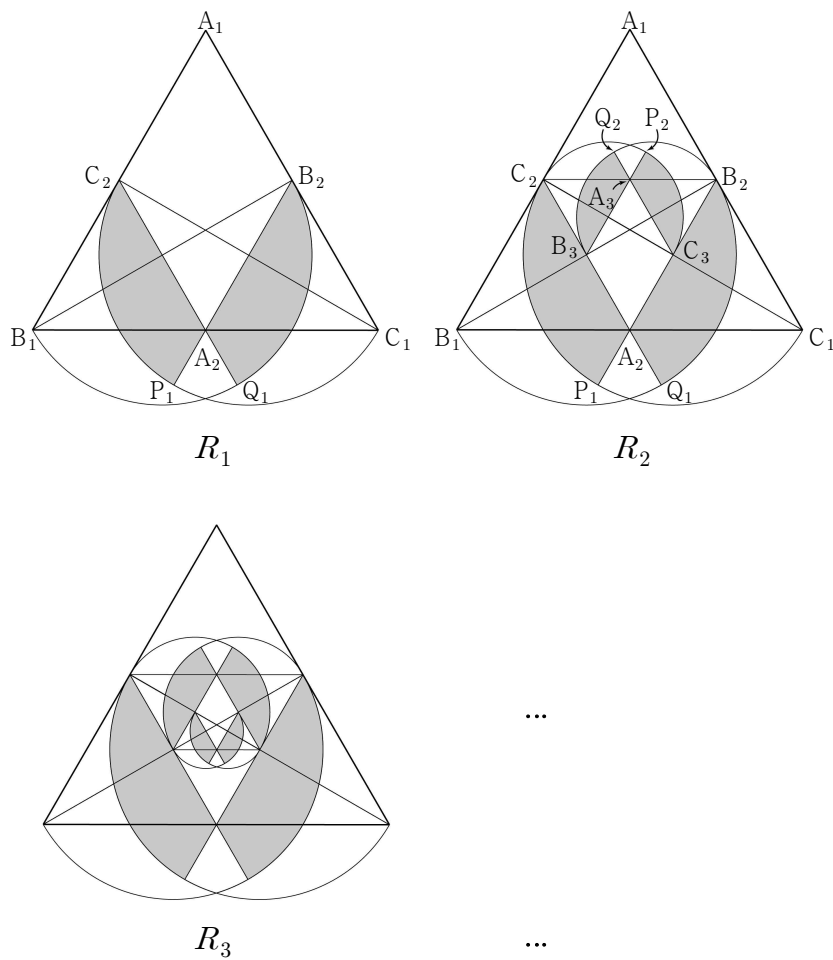
25. $\tan(\alpha - \beta) = \frac{7}{8}$, $\tan \beta = 1$ 일 때, $\tan \alpha$ 의 값을 구하시오.

(단, $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$) [3점]

27. 원 $x^2+y^2=1$ 위의 임의의 점 P 와 곡선 $y=\sqrt{x}-3$ 위의 임의의 점 Q 에 대하여 \overline{PQ} 의 최솟값은 $\sqrt{a}-b$ 이다. 자연수 a, b 에 대하여 a^2+b^2 의 값을 구하시오. [4점]

28. 서로 같은 8 개의 공을 남김없이 서로 다른 4 개의 상자에 넣으려고 할 때, 빈 상자의 개수가 1 이 되도록 넣는 경우의 수를 구하시오. [4점]

29. 그림과 같이 한 변의 길이가 4인 정삼각형 $A_1B_1C_1$ 이 있다. 세 선분 B_1C_1, C_1A_1, A_1B_1 의 중점을 각각 A_2, B_2, C_2 라 하자. 선분 C_1C_2 를 지름으로 하는 반원의 호와 선분 B_2A_2 의 연장선이 만나는 점을 P_1 , 선분 B_1B_2 를 지름으로 하는 반원의 호와 선분 C_2A_2 의 연장선이 만나는 점을 Q_1 이라 하자. 두 선분 C_2A_2, A_2P_1 과 호 P_1C_2 로 둘러싸인 영역과 두 선분 B_2A_2, A_2Q_1 과 호 Q_1B_2 로 둘러싸인 영역에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 정삼각형 $A_2B_2C_2$ 의 세 변 B_2C_2, C_2A_2, A_2B_2 의 중점을 각각 A_3, B_3, C_3 이라 하자. 선분 C_2C_3 을 지름으로 하는 반원의 호와 선분 B_3A_3 의 연장선이 만나는 점을 P_2 , 선분 B_2B_3 을 지름으로 하는 반원의 호와 선분 C_3A_3 의 연장선이 만나는 점을 Q_2 라 하자. 두 선분 C_3A_3, A_3P_2 와 호 P_2C_3 으로 둘러싸인 영역과 두 선분 B_3A_3, A_3Q_2 와 호 Q_2B_3 으로 둘러싸인 영역에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은 $\frac{a\pi - \sqrt{b}}{3}$ 이다. 자연수 a 와 b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하여라. [4점]



30. $ab < 0$ 인 상수 a, b 에 대하여 함수 $f(x)$ 는 $f(x) = (ax+b)e^{-\frac{x}{2}}$ 이고 함수 $g(x)$ 는 $g(x) = \int_0^x f(t)dt$ 이다. 실수 $k (k > 0)$ 에 대하여 부등식

$$g(x) - k \geq xf(x)$$

를 만족시키는 양의 실수 x 가 존재할 때, 이 x 의 값 중 최솟값을 $h(k)$ 라 하자. 함수 $g(x)$ 와 $h(k)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 극댓값 α 를 갖고 $h(\alpha) = 2$ 이다.
- (나) $h(k)$ 의 값이 존재하는 k 의 최댓값은 $8e^{-2}$ 이다.

100($a^2 + b^2$)의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$) [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

* 2018년 7월에 시행된 인천광역시교육청 주관 전국연합학력평가 문제지입니다.

* 교육과정 개정에 따라 기하와 벡터 문제를 빼고, 같은 날 시행된 나형의 수학 I, 확률과 통계, 미적분 문제 일부로 교체하였습니다.

* 100점 만점으로 맞추기 위하여 교체된 문제 일부의 배점이 수정되었습니다.

* 교체된 문항입니다. (총 8문항)

- 1번 → 나형 1번
- 3번 → 나형 3번
- 12번 → 나형 12번
- 17번 → 나형 13번
- 22번 → 나형 2번
- 24번 → 나형 25번
- 28번 → 나형 26번
- 29번 → 나형 19번

* 정답표

| | | | | | | | | | |
|----|-----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| 1 | ③ | 2 | ② | 3 | ④ | 4 | ② | 5 | ① |
| 6 | ③ | 7 | ⑤ | 8 | ④ | 9 | ① | 10 | ① |
| 11 | ④ | 12 | ④ | 13 | ⑤ | 14 | ② | 15 | ① |
| 16 | ⑤ | 17 | ① | 18 | ③ | 19 | ③ | 20 | ① |
| 21 | ② | 22 | 2 | 23 | 6 | 24 | 43 | 25 | 15 |
| 26 | 100 | 27 | 26 | 28 | 84 | 29 | 54 | 30 | 125 |

* 등급컷(참고용): 1등급 89점, 2등급 84점, 3등급 76점