

1. 수에 대한 감 익히기

- 표를 풀 때는 수에 대한 감각이 상당히 중요하다고 생각한다. 가령, 기출 문제를 풀어주면서 너무 기초적인 방정식 계산을 활용해서 계속 문제를 풀거나 자꾸 써가면서 통분을 하는 습관을 들이면 짧은 시간이지만 표를 푸는 시간이 길어질 수 있다. 수에 대한 감을 익힌다는 것은 단순히 찍어서 대충 어림 잡는다는 의미가 아니라, 끊임 없는 연습을 통해서 합리적으로 왜 그래야 하는지를 머리 속으로 계산하는 것에 더 가까울 것이다. 참고로 아래의 문제는 수학 실력을 테스트 하기 보다 수학에 대한 감을 묻는 테스트이다. 풀이 과정을 쓰지 말고 답을 내는 연습을 해 보길 바란다.

- 한 술에 배부를 수는 없지만, 계속 계층 문제 연습을 하다 보면 자연스럽게 수에 대한 감각이 살아나는 것을 느낄 것이다. 이렇게 하나 하나 나아가는 공부를 통해 표 문제 실력을 쌓는 것이 중요하다. 수 감각이 능숙해지면 대부분의 계산을 암산으로, 감을 통해서 할 수 있을 것이다. 문제 접근 과정과 답은 다음 페이지에 적어 두도록 할 것이다. 같이 풀어 보도록 하자.

1. 단순 수 비교 (더 큰 것을 동그라미 치거나 옆에 적기)

1) $\frac{7}{16}$ Vs $\frac{15}{32}$

2) $\frac{15}{31}$ Vs $\frac{5}{8}$

3) $\frac{13}{15}$ Vs $\frac{7}{8}$

2. 전체를 100으로 쳤을 때, 다음을 구하여라

1) $2 : 1 : 1 =$

2) $1 : 3 : 1 =$

3) $11 : 3 : 6 =$

4) $4 : 17 : 4 =$

5) $9 : 8 : 3 =$

3. %와 %p 구별하기

- 1) 30%보다 50% 큰 비율은?
- 2) 30%보다 50%p 큰 비율은?
- 3) 50%보다 30%p 작은 비율은?
- 4) 50%보다 30% 작은 비율은?

4. 다음 O에 들어갈 숫자를 구하여라.

- 1) $O \times 0.6 = 36$
- 2) $O \times 0.75 = 15$
- 3) $8 \times O = 0.24$

5. A B C 각각의 비율을 구하여라. (전체 100%)

1) $\frac{B}{A+C} = \frac{3}{2}, \frac{A}{B+C} = \frac{1}{9}$ $\rightarrow A = \quad, B = \quad, C = \quad$

2) $\frac{A+B}{A+B+C} = \frac{4}{5}, \frac{A}{B+C} = \frac{1}{3}$ $\rightarrow A = \quad, B = \quad, C = \quad$

3) $\frac{B+C}{A+B+C} = \frac{1}{2}, \frac{C}{A+B} = \frac{1}{4}$ $\rightarrow A = \quad, B = \quad, C = \quad$

4) $\frac{A}{B+C} = \frac{2}{3}, \frac{B}{A+C} = \frac{1}{9}$ $\rightarrow A = \quad, B = \quad, C = \quad$

5) C 대비 B = $\frac{1}{2}$, A 대비 B = $\frac{1}{2}$ $\rightarrow A = \quad, B = \quad, C = \quad$

< 해설 >

1. 단순 수 비교 (더 큰 것을 동그라미 치거나 옆에 적기)

1) $\frac{7}{16}$ Vs $\frac{15}{32}$

-> 정답은 $\frac{15}{32}$ 이다. 앞에 있는 $\frac{7}{16}$ 의 분모와 분자를 각각 2로 곱해서 뒤에 있는 $\frac{15}{32}$ 의 분모와 분모를 같이 하면 $\frac{7}{16} = \frac{14}{32}$ 이기 때문에 당연히 $\frac{15}{32}$ 가 더 크다는 것을 알 수 있다. 다른 풀이로는 뒤에 있는 $\frac{15}{32}$ 의 분모와 분자를 각각 2로 나누어서 $\frac{7.5}{16}$ 로 만들어 비교하는 방법이 있다. 초등학생들이나 배울 만한 간단한 분수 비교 문제이지만, 이 기본적인 분수 비교는 사회 문화의 표 문제를 푸는 데 핵심적인 요소이다. 표 문제를 푸는 데에 시간을 절약할 수 있다면, 직접 써가면서 풀기 보다 눈대중으로 수를 비교하는 데 절약하는 것이 가장 좋다고 생각한다. 이러한 단순 수 비교는 계층 풀기 보다는 계층이 아닌 표 문제를 푸는 데 많이 활용될 것이다. 원래 암산을 잘 하는 사람은 척척 할 수 있지만, 그렇지 않은 사람들도 노력만 한다면 충분히 눈대중으로 할 수 있다.

2) $\frac{15}{31}$ Vs $\frac{5}{8}$

-> 정답은 $\frac{5}{8}$ 이다. 물론 1번 문제처럼 $\frac{5}{8}$ 의 분모 분자에 각각 3을 곱하여 비교하거나, $\frac{15}{31}$ 의 분모 분자에 각각 3으로 나누어 비교하는 방법이 있지만, 조금 다른 방법으로 접근해 볼 것이다.

0과 1사이의 숫자에서 가장 중요하고 기준이 되는 숫자를 말하라고 하면 대부분 그의 절반인 $\frac{1}{2}$ 이라고 할 것이다. 이 문제는 $\frac{1}{2}$ 을 활용하여 푸는 문제이다. 누가 봐도 $\frac{15}{31}$ 은 $\frac{1}{2}$ 보다 작은 숫자이고, $\frac{5}{8}$ 은 $\frac{1}{2}$ 보다 큰 숫자이기 때문에 $\frac{5}{8}$ 가 더 크다는 것을 알 수 있다. 수를 비교하다 보면 둘 다 $\frac{1}{2}$ 보다 크거나 작은 수를 비교하는 경우가 대부분이지만 $\frac{1}{2}$ 이나 비율로 따진다면 50%를 활용하는 것은 기본 중의 기본이라는 것을 알아야 한다.

3) $\frac{13}{15}$ Vs $\frac{7}{8}$

-> 정답은 $\frac{7}{8}$ 이다. 두 수는 모두 1에 가깝기 때문에 $\frac{1}{2}$ 을 기준으로 비교하는 것은 불가능하다. 이 문제에 대한 풀이는 초등학교 때 배웠던 최소 공배수를 활용하는 것이 가장 편하다. 두 분자의 최소 공배수인 91을 기준으로 $\frac{13}{15}$ 의 분모 분자에 7을 곱하고 $\frac{7}{8}$ 의 분모 분자에 8을 곱해 $\frac{91}{105}$ 와 $\frac{91}{104}$ 을 비교하여 $\frac{91}{104}$ 의 분모가 더 작기 때문에 더 크다고 계산하는 방법과 두 분모의 최소 공배수인 120을 기준으로 $\frac{13}{15}$ 의 분자 분모에 8을 곱하고 $\frac{7}{8}$ 의 분모 분자에 8을 곱해 $\frac{104}{120}$ 와 $\frac{105}{120}$ 을 비교해 $\frac{104}{120}$ 의 분자가 더 크기 때문에 더 크다고 계산하는 방법이 있다.

-> $\frac{1}{2}$ 을 기준으로 비교하는 방법과 최소 공배수를 활용해 비교하는 방법을 꼭 익혀두고 많이 연습하길 바란다. 사실 위에 있는 연습 문제 정도는 눈으로 풀 수 있는 단계에 도달하는 것이 가장 좋다. 1000이 넘어가는 계산은 써가면서 하는 편이 낫지만, 100 안에서 이루어지는 계산은 눈대중으로 푸는 연습을 계속 하길 바란다. 앞에서 말했었지만 시간은 여기서 줄이는 것이다.

2. 전체를 100으로 쳤을 때, 다음을 구하여라

1) $2 : 1 : 1 = 50 : 25 : 25$

-> 계층 문제를 풀 때, 부모 계층과 자녀 계층의 비율을 구하기 위해서 거의 매년 나오는 과정이라고 생각하면 좋다. 이 문제는 초등학교 때 배운 비례배분에서 나오는 내용이다. 어느 정도 계층 문제를 풀어본 사람이라면 알겠지만, 수능장에서 바로바로 나오지 않는 사람이라면 수능 30분 안에 사회 문화 50점을 받기는 힘들 것이다. 이 문제를 푸는 가장 기본적인 원리는 문제에 있는 2, 1, 1을 모두 더한 4를 100으로 나눈 25를 세 숫자에 곱하는 것이다. 수학적으로 따져도 그렇고 이 풀이가 가장 정석적인 풀이라고 생각한다. “세 숫자를 더해서 100으로 나눈다.” 라는 것을 머릿 속에 깊이 새겨두었으면 좋겠다. 물론 비슷한 숫자를 계속 보다보면 이 정도 계산은 그냥 탁탁 나올 수 있는 경지에 오르게 될 것이다.

2) $1 : 3 : 1 = 20 : 60 : 20$

-> 이 유형에 5문제나 실은 이유는 많이 연습해보라는 뜻이다. 이 문제도 별 다를 것 없다. 1, 3, 1을 모두 더한 5를 100으로 나누면 20이고 이를 각각의 숫자에 배분하면 답을 구할 수 있다. 같은 방식으로 풀 수 있는 문제는 길게 설명하지 않고 간단한 풀이 과정만 적을 것이다.

3) $11 : 3 : 6 = 55 : 15 : 30$

-> 11, 3, 6을 모두 더한 20을 100으로 나누면 5이다. 이를 각 숫자에 곱하면 답이 나온다.

4) $3 : 17 : 5 = 12 : 68 : 20$

-> 3, 17, 5를 모두 더한 25를 100으로 나누면 4이다. 이를 각 숫자에 곱하면 답이 나온다.

5) $9 : 8 : 3 = 45 : 40 : 15$

-> 9, 8, 3을 모두 더한 20을 100으로 나누면 5이다. 이를 각 숫자에 곱하면 답이 나온다.

3. %와 %p 구별하기

1) 30%보다 50% 큰 비율은? 45%

2) 30%보다 50%p 큰 비율은? 80%

3) 50%보다 30%p 작은 비율은? 20%

4) 50%보다 30% 작은 비율은? 35%

-> %와 %p를 비교하는 간단한 문제이다. 자주 나오지는 않지만 2019학년도 6월 모의평가 20번에 %p의 표현이 나왔고, 그 외에도 간간히 나올 수 있기 때문에 이 문제를 넣었다. 나올 가능성은 낮지만 알아두면 좋기 때문에 문제를 넣어 두었다. 계층 문제보다는 일반 표에서 나올 확률이 높을 것이라고 생각한다.

-> 2번 문제와 3번 문제에 있는 %p (퍼센트 포인트)는 단순히 퍼센트 앞에 있는 수를 더하거나 빼면 된다. 반면 1번 문제와 3번 문제에 있는 %를 계산할 때는 % 앞에 있는 수를 기준으로 계산하여야 한다. 가령, 1번 문제에서 30%보다 50% 큰 비율을 구하기 위해서는 30%의 절반을 구해야 하고, 그의 절반인 15를 30에 더하여 답이 도출되는 것이다. 이와 같이 4번 문제에서 50%의 30%는 15%이기 때문에 50에서 15를 빼 답이 도출되는 것이다.

4. 다음 O에 들어갈 숫자를 구하여라.

1) $O \times 0.6 = 36$

-> 답은 60이다. 이러한 문제는 계층 표 문제에서 많이 나올 것이다. 그 중에서도 계층 일치 비율과 대물림 비율을 알고 부모나 자녀의 계층 비율을 모를 때, 대물림 비율을 통해 부모나 자녀의 계층 비율을 알아내기 위한 과정에서 많이 쓰인다. 뒤에서 문제 풀이 할 때 이 계산 과정을 "역으로 계산하기" 라고 서술할 것이다. 문제 풀이 과정은 간단하다. 주로 두 가지 계산 과정이 있는데, 그냥 눈으로 계산하는 방법과 그냥 눈으로 계산하기는 힘들 때 쓰는 계산법이 있다. 이 문제는 6에다 6을 곱하면 36이 된다는 것을 쉽게 알 수 있기 때문에 O에 들어갈 숫자는 60이라는 것을 알 수 있다.

2) $O \times 0.75 = 15$

-> 답은 20이다. 이 문제는 75에다 무엇을 곱해야 15가 나올지 쉽게 구할 수 있는 방법은 없는 것처럼 보인다. 사실 이 문제도 75에다 무엇을 곱해야 15가 나올지 구할 수는 있지만, 우선 두 번째 방법을 소개하도록 하겠다. 분수와 그의 역수를 활용하는 방법이다. $O \times 0.75 = 15$ 라는 식을 분수식으로 고치면

$O \times \frac{3}{4} = 15$ 가 되고 좌변의 $\frac{3}{4}$ 를 우변으로 넘기면 $O = 15 \times \frac{4}{3}$ 이 되기 때문에 O은 20이라는 것을 알 수 있다. 1번 풀이처럼 푼다고 하면 75에다 2를 곱하면 150이 되기 때문에 0.75에 20을 곱하면 15가 나온다는 것을 알 수 있다. 편한 방법으로 풀면 되지만, 저자는 풀이의 일관성을 위해서 분수를 활용하는 방법을 즐겨 쓴다.

3) $0.8 \times O = 20$

-> 답은 25이다. 이 문제도 분수로 풀어볼 것이다. $\frac{4}{5} \times O = 20$ 라는 분수식에서 $\frac{4}{5}$ 를 우변으로 넘기면 $O = 20 \times \frac{5}{4}$ 는 25라는 것을 알 수 있다.

5. A B C 각각의 비율을 구하여라. (전체 100%)

1) $\frac{B}{A+C} = \frac{3}{2}, \frac{A}{B+C} = \frac{1}{9}$

-> $A = 10, B = 60, C = 30$

-> 계층 문제에서 정말 많이 나오는 유형이다. 최근 평가원 시험에서는 거의 매년 나온다고 생각하면 된다고 생각할 정도로 봐도 무방하다. 이 문제는 풀이 과정이 정말 많지만 하나의 해답을 꼽자면 그냥 계층 문제를 많이 풀어보는 것이다. 그야말로 수의 감각을 끌어 올리면 무언가의 계산을 하지 않고도 답이 퍽 나올 수 있다. 가령 이 문제를 풀 때, 100을 3과 2를 나누면 60과 40이 되고 100을 1과 9로 나누면 10과 90이 되기 때문에 A는 10이고, B는 60이 나와서, C는 30이라는 답을 얻게 된다. 이 풀이는 2번 문제의 풀이 과정인 100에서 합을 더하는 것과 유사하다고 할 수 있다. 아래의 문제들을 풀이 하면서 어떻게 각각의 문제에 접근해야 하는지 알아보자.

$$2) \frac{A+B}{A+B+C} = \frac{4}{5}, \quad \frac{A}{B+C} = \frac{1}{3} \quad \rightarrow A = 20, B = 60, C = 20$$

→ 가장 눈에 띄는 것은 좌측 분수의 분모가 미지수 전체를 뜻한다는 것이다. 5에서 20을 곱하면 100이기 때문에 A와 B의 합인 4에 20을 곱하면 80이 된다. 따라서 C는 20이고, 100을 1과 3을 나누면 25와 75이기 때문에 A는 25, C는 55가 된다.

$$3) \frac{B+C}{A+B+C} = \frac{1}{2}, \quad \frac{C}{A+B} = \frac{1}{4} \quad \rightarrow A = 50, B = 30, C = 20$$

→ 3번 문제의 풀이는 2번 문제의 풀이와 비슷하다. A는 50이고 C는 20이기 때문에 B는 30이 된다.

$$4) \frac{A}{B+C} = \frac{2}{3}, \quad \frac{B}{A+C} = \frac{1}{9} \quad \rightarrow A = 40, B = 10, C = 50$$

→ 4번 문제의 풀이는 1번 문제의 풀이와 비슷하다. A는 40이고 B는 10이기 때문에 C는 50이다.

$$5) C \text{ 대비 } B = \frac{1}{2}, \quad A \text{ 대비 } B = \frac{1}{2} \quad \rightarrow A = 40, B = 20, C = 40$$

→ 최근 들어 자주 나오는 유형은 아니지만 ‘대비’ 라는 말은 기출 문제를 풀기 위해서 익혀두는 것이 좋다고 생각한다. ‘대비’ 앞에 나오는 수는 분모를 뜻하고 뒤에 나오는 수는 분자를 뜻한다. 앞에 나오는 수를 기준으로 한 뒤에 나오는 수의 양을 말하는 뜻이기 때문이다. 따라서 C 대비 B는 $\frac{B}{C}$ 를 뜻하고, A 대비 B는 $\frac{B}{A}$ 를 뜻한다. $2 + 2 + 1$ 은 5이기 때문에 100에서 5를 나누면 20이 된다. 따라서 B는 20이 되고 A와 C는 각각 40이 된다.

→ 5가지 유형을 푸는 데 아직 시간이 걸리고 버벅거리면 같은 문제를 한 번 더 풀어보거나 기출 문제를 통해 연습하는 방법도 있고, 본인이 직접 변형해 보면서 문제의 원리를 깨달았으면 좋겠다. 앞으로도 문제 풀이를 위해서 쓸 수 있는 요령은 몇 가지 더 알아보겠지만, 위에 있는 5 문제는 앞으로의 의사소통을 위해서 몸으로 익혀야 하는 유형에 속한다. 표를 두려워해서는 안 된다. ‘호랑이 굴에 들어가도 정신만 차리면 산다’는 속담처럼, 아무리 어렵게 느껴지는 표라고 하더라도 열심히 노력만 한다면 그 누구나 사회 문화 1등급, 또 50점을 받을 수 있다. 이 책을 통해 공부한 사람이 모두 1등급 이상을 받았으면 좋겠습니다. 파이팅입니다.