EBS 수능특강 확률과 통계 문제 오류 제기

김지석

서울대학교 수학교육과 졸업 (영문학 부전공)
(현) EBS-i 인터넷 강의
(현) 오르비 인터넷 강의
(현) 대치 이강학원 & 이강 모의고사 집필총괄
(전) 스카이에듀 인터넷 강의
(전) 공신닷컴(gongsin.com) 대표 멘토
(전) 미국 Lehi High School 교사인턴
<수학의 단권화>, <대박타점 공부법> 저자

[EBS 수능특강 확률과 통계 37쪽 유제 8번] 문제 오류 제기합니다.

[20009-0061]
유제 **8** 서로 다른 종류의 연필 4개와 서로 다른 종류의 볼펜 2개가 있다. 이 6개의 필기구를 임의로 2개씩 같은 종류의 필통 3개에 나누어 넣을 때, 2개의 볼펜을 동일한 필통에 넣지 않을 확률은?

① $\frac{4}{15}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{8}{15}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

[EBS 수능특강 확률과 통계 37쪽 유제 8번]
서로 다른 종류의 연필 4개와 서로 다른 종류의 볼펜 2개가 있다. 이 6개의 필기구를 임의로 2개씩 같은 종류의 필통 3개에 나누어 넣을 때, 2개의 볼펜을 동일한 필통에 넣지 않을 확률은?
① $\frac{4}{15}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{8}{15}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

<경우의 수>와는 달리 <확률>에서는 본질적인 원리가 모든 물건은 다른 것으로 전제로 하기 때문에

'서로 다른 종류의 연필,' '서로 다른 종류의 볼펜'

이라는 표현은 무의미하여 어색합니다. 무엇보다도

'같은 종류의 필통'

을 전제하는 것은 <확률>에서 개수 구하는 본질적인 원리에 위배되는 명백한 오류입니다.
이 오류는 출제자가 <경우의 수>에서 개수 구하는 방식과 <확률>에서 개수 구하는 방식은 다르다는 본질적인 원리를 미처 파악하지 못한 것에서 비롯된 것입니다. 아래 [예제1]을 활용해 설명하겠습니다.

[예제1] 동전 2개를 던지는 시행을 한다.
(1) 서로 다른 종류의 동전 2개를 던질 때, 나올 수 있는 동전의 앞면, 뒷면의 경우의 수를 구하여라.

[답] 4
[해설] (앞,앞), (앞,뒤), (뒤,앞), (뒤,뒤)

[예제1] 동전 2개를 던지는 시행을 한다.
(2) 서로 같은 종류의 동전 2개를 던질 때, 나올 수 있는 동전의 앞면, 뒷면의 경우의 수를 구하여라.

[답] 3
[해설] (앞,앞), (앞,뒤), (뒤,뒤)
여기서 출제자의 주관이 두 개의 동전을 구별하지 않으므로
출제자의 주관에 따라 (앞,뒤)=(뒤,앞)은 구별하지 않은 1가지 종류의 경우이다.

[예제1] 동전 2개를 던지는 시행을 한다.
(3) 서로 다른 종류의 동전 2개를 던질 때, 앞면이 2개 나올 확률을 구하여라.

[답] $\frac{1}{4}$
[해설] 표본공간은 {(앞,앞), (앞,뒤), (뒤,앞), (뒤,뒤)}으로 4가지 원소 중 (앞,앞) 1가지

[예제1] 동전 2개를 던지는 시행을 한다.
(4) 서로 같은 종류의 동전 2개를 던질 때, 앞면이 2개 나올 확률을 구하여라.

[답] $\cancel{\frac{1}{3}}$ vs $\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{4}$
[해설]
(앞,뒤)=(뒤,앞)은 동일한 1가지 경우로 할 경우
(앞,앞)과 (앞,뒤)가 같은 정도로 기대되지 않아서
{(앞,앞), (앞,뒤), (뒤,뒤)}는 표본공간이 될 수 없습니다.
실제 동전 두 개를 던지는 시행을 충분히 많이 반복했을 때, 앞면이 2개 나올 확률이
서로 같은 종류의 동전 2개일 때는 $\frac{1}{3}$로 수렴하고
서로 다른 종류의 동전 2개일 때는 $\frac{1}{4}$로 수렴하는 식으로 수렴하는 값이 다른 건
말이 되지 않다는 건 직관적으로 생각해도 쉽게 알 수 있습니다.
따라서 (4)의 표본공간은 동전 2개가 서로 같다는 조건과 무관하게
(3)과 동일한 {(앞,앞), (앞,뒤), (뒤,앞), (뒤,뒤)}이며 구하는 확률은 $\frac{1}{4}$입니다.

결국 <경우의 수>에서는 출제자의 주관으로 '같은 종류의 동전'으로 제시된 문제는 출제자의 주관에 따라 '같은 종류의 동전'끼리는 구별하지 않고 경우의 수를 구해야 하지만,
<확률>에서는 출제자의 주관과는 무관하게 '같은 종류의 동전'으로 제시된 문제라 하더라도 '다른 동전'으로 풀어야 올바른 확률 값이 나옵니다.

[예제1] 동전 2개를 던지는 시행을 한다.
(5) 동전 2개를 던질 때, 앞면이 2개 나올 확률을 구하여라.

[답] $\frac{1}{4}$

[해설] 표본공간은 {(앞,앞), (앞,뒤), (뒤,앞), (뒤,뒤)}으로 4가지 원소 중 (앞,앞) 1가지

따라서 <확률>단원 문제를 출제할 때는 (3)이나 (4)로 출제하면 안 되고,
(5)형태로 여러 개의 물건끼리 다른 종류인지 같은 종류인지 여부를 언급하지 말아야 합니다. 언급하는 건 무의미할뿐더러, 특히 같은 종류라는 걸 풀이에 반영하는 것이 오류이기 때문입니다.

이런 이유로 [EBS 수능특강 확률과 통계 37쪽 유제 8번] 문제는 아래와 같이 정정되어야 합니다.

▼정정 전 (원래 문제)

[EBS 수능특강 확률과 통계 37쪽 유제 8번]
서로 다른 종류의 연필 4개와 서로 다른 종류의 볼펜 2개가 있다.
이 6개의 필기구를 임의로 2개씩 같은 종류의 필통 3개에 나누어 넣을 때, 2개의 볼펜을 동일한 필통에 넣지 않을 확률은?

① $\frac{4}{15}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{8}{15}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

[답] ⑤

[교재의 원래 해설]
서로 다른 6개의 필기구를 2개씩 같은 종류의 필통 3개에 나누어 넣는 경우의 수는

$${}_6C_2\times{}_4C_2\times{}_2C_2\times\frac{1}{3!}=\frac{6\times5}{2\times1}\times\frac{4\times3}{2\times1}\times1\times\frac{1}{6}=15$$

2개의 볼펜이 동일한 필통에 있도록 6개의 필기구를 세 개의 필통에 나누어 넣는 경우의 수는

$${}_2C_2\times\left({}_4C_2\times{}_2C_2\times\frac{1}{2!}\right)=1\times\left(\frac{4\times3}{2\times1}\times1\times\frac{1}{2}\right)=3$$

이므로 2개의 볼펜을 동일한 필통에 넣을 확률은

$$\frac{3}{15}=\frac{1}{5}$$

따라서 2개의 볼펜을 동일한 필통에 넣지 않을 확률은 여사건의 확률에 의하여

$$1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$$

▼정정 후 (수정된 문제)

[EBS 수능특강 확률과 통계 37쪽 유제 8번]
(삭제) 연필 4개와 (삭제) 볼펜 2개가 있다.

이 6개의 필기구를 임의로 2개씩 (삭제) 필통 3개에 나누어 넣을 때, 2개의 볼펜을 동일한 필통에 넣지 않을 확률은?

① $\frac{4}{15}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{8}{15}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

[답] ⑤

[정정된 해설]
(서로 다른) 6개의 필기구를 2개씩 (서로 다른) 필통 3개에 나누어 넣는 경우의 수는

$${}_6C_2\times{}_4C_2\times{}_2C_2=\frac{6\times5}{2\times1}\times\frac{4\times3}{2\times1}\times1=90$$

2개의 볼펜이 동일한 필통에 있도록 6개의 필기구를 세 개의 필통에 나누어 넣는 경우의 수는

$${}_2C_2\times\left({}_4C_2\times{}_2C_2\times\frac{1}{2!}\right)\times3!$$
$$=1\times\left(\frac{4\times3}{2\times1}\times1\times\frac{1}{2}\right)\times3!=18$$

이므로 2개의 볼펜을 동일한 필통에 넣을 확률은

$$\frac{18}{90}=\frac{1}{5}$$

따라서 2개의 볼펜을 동일한 필통에 넣지 않을 확률은 여사건의 확률에 의하여

$$1-\frac{1}{5}=\frac{4}{5}$$

정정 전 풀이에서는 필통을 서로 같은 것으로 가짓수를 구하고
정정 후 풀이에서는 필통을 서로 다른 것으로 가짓수를 구했습니다.
답은 동일합니다만, 이건 보편적으로 적용 가능한 원리가 아닌,
이 문제 구조 때문에 생긴 특수한 우연에 의해 비롯된 것입니다.

혹여 여러 개의 물체를 같은 것으로 두고 가짓수를 구하든, 다른 것으로 두고 가짓수를 구하든 확률 문제의 답은 동일한 건 아닌가 하는 오해를 방지하기 위해 동일한 오류를 이 문제에 하나 더 넣어보겠습니다. 그러면 다른 답이 나옵니다.

▼정정 전 (원래 문제)

[EBS 수능특강 확률과 통계 37쪽 유제 8번]
서로 다른 종류의 연필 4개와 서로 다른 종류의 볼펜 2개가 있다. 이 6개의 필기구를 임의로 2개씩 같은 종류의 필통 3개에 나누어 넣을 때, 2개의 볼펜을 동일한 필통에 넣지 않을 확률은?
① $\frac{4}{15}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{8}{15}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

▼원래 문제와 동일한 오류를 추가한 문제

[EBS 수능특강 확률과 통계 37쪽 유제 8번]
서로 다른 종류의 연필 4개와 서로 같은 종류의 볼펜 2개가 있다. 이 6개의 필기구를 임의로 2개씩 같은 종류의 필통 3개에 나누어 넣을 때, 2개의 볼펜을 동일한 필통에 넣지 않을 확률은?
① $\frac{4}{15}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{8}{15}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

[교재 원래 방식의 잘못된 풀이]
ⅰ) '서로 같은 종류의 볼펜 2개'를 한 필통에 넣는 경우
'서로 같은 종류의 볼펜 2개'를 한 필통에 넣는 경우의 수는 ${}_2C_2$
서로 다른 종류의 연필 4개를 2개씩 2묶음으로 분할하는(같은 필통에 넣는) 경우의 수는 ${}_4C_2\times{}_2C_2\times\frac{1}{2!}$
$${}_2C_2\times\left({}_4C_2\times{}_2C_2\times\frac{1}{2!}\right)=1\times\left(\frac{4\times3}{2\times1}\times1\times\frac{1}{2}\right)=3$$
ⅱ) '서로 같은 종류의 볼펜 2개'를 두 필통에 나누어 넣는 경우
'서로 같은 종류의 볼펜 2개'를 두 필통에 나누어 넣는 경우의 수는 ${}_2C_1\times{}_1C_1\times\frac{1}{2!}$
서로 다른 종류의 연필 4개를 2/1/1개씩 3묶음으로 분할하는 경우의 수는 ${}_4C_2\times{}_2C_1\times{}_1C_1\times\frac{1}{2!}$
$$\left({}_2C_1\times{}_1C_1\times\frac{1}{2!}\right)\times\left({}_4C_2\times{}_2C_1\times{}_1C_1\times\frac{1}{2!}\right)=6$$
따라서 2개의 볼펜을 동일한 필통에 넣지 않을 확률은
$\frac{6}{3+6}=1-\frac{3}{3+6}=\frac{2}{3}$이다.

[올바른 풀이]
문제에서 ‘서로 같은 종류의 볼펜 2개’라고 표현했어도 **이를 무시하고** 서로 다른 종류의 볼펜 2개로, ‘같은 종류의 필통 3개’라고 표현했어도 **이를 무시하고** 서로 다른 종류의 필통 3개로 표본공간을 구해야 올바른 확률 값이 나오므로, 풀이 과정은 문제를 정정 후의 풀이 과정과 동일하다. 즉, 확률 값은 원래 문제와 변함없이 $\frac{4}{5}$이다.

이상의 내용으로 수능특강 교재의 해설 방식으로 <확률>단원에서 여러개의 물건이 같다고 가정하여 푼 풀이 방식과, 올바른 풀이 방식으로 도출된 답이 다르다는 걸 확인할 수 있습니다. 이로써 수능특강 교재의 풀이 방식이 명백히 틀렸음을 확인할 수 있습니다.

결국 <경우의 수>와는 달리 <확률>에서는 본질적인 원리가 모든 물건은 다른 것으로 전제로 하기 때문에 [EBS 수능특강 확률과 통계 37쪽 유제 8번] 문제에서의

‘서로 다른 종류의 연필,’ ‘서로 다른 종류의 볼펜’

이라는 표현은 어색한 표현이며, 무엇보다도

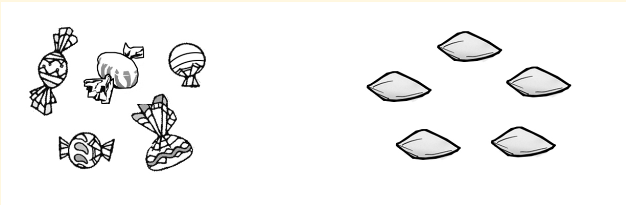
‘같은 종류의 필통’

을 전제하는 것은 <확률>에서 개수 구하는 본질적인 원리에 위배되는 명백한 오류임을 밝힙니다.

(참고 자료)

<확률> 문제에서는 설령 출제자의 미숙으로 ‘여러개의 같은 물건’을 문제에 제시해도 이를 무시하고 반드시 여러개의 다른 물건으로 표본공간을 구해야 하는 것이 옳다는 것을 명료히 알 수 있는 예제를 추가로 붙입니다.

[예제2] 5개의 서로 다른 종류의 알사탕과 5개의 서로 같은 종류의 박하사탕이 있다.



(1) 알사탕 2개를 고르는 경우의 수를 구하시오.

[답] ${}_5C_2$

[예제2] (2) 박하사탕 2개를 고르는 경우의 수를 구하시오.

[답] $\cancel{{}_5C_2}$ vs 1 $\Rightarrow$ 1

[해설] 경우의 수를 구할 때는 출제자의 주관에 따라 박하사탕을 서로 구별하지 않으므로 어떤 박하사탕 2개를 고르든 1종류의 경우만 생긴다.

[예제2] (3) 10개의 사탕 중 임의의 2개의 사탕을 골랐을 때,
그 2개의 사탕 모두 알사탕일 확률을 구하시오.

[답] $\dfrac{{}_5C_2}{{}_{10}C_2}$

[예제2] (4) 10개의 사탕 중 임의의 2개의 사탕을 골랐을 때,
그 2개의 사탕 모두 박하사탕일 확률을 구하시오.

[답] $\dfrac{{}_5C_2}{{}_{10}C_2}$ vs $\cancel{\dfrac{1}{{}_{10}C_2}}$ $\Rightarrow$ $\dfrac{{}_5C_2}{{}_{10}C_2}$

[해설] 확률을 구할 때는 출제자의 주관과는 상관없이
박하사탕을 모두 다른 것으로 두고 2개를 고르는 가짓수를 ${}_5C_2$로 해야 한다.
전체 10개의 사탕 중 5개는 알사탕이고 5개는 박하사탕이므로
(3)과 (4)의 확률 값이 동일 해야한다는 건 직관적으로 생각해도 쉽게 알 수 있다.